Première spécialité / Suites arithmétiques et géométriques et autres suites

ChingEval : 9 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

1. Introduction aux suites

E.1 On considère les deux procédés d'obtention suivant de nombres :

Procédure A	Procédure B
On multiplie le nombre donné par 3	Au nombre donné, on lui soustrait 2.

Pour chaque question, donner les six premiers termes obtenus en répétant les consignes autant de fois que nécessaire.

1. Le nombre de départ est 3 et on répète la procédure **A** ;
2. Le nombre de départ est 11 et on répète la procédure **B**.

E.2 On considère les deux algorithmes ci-dessous :

Algorithme 1

```
u ← 4
Pour i allant de 1
à 53
    u ← u+3
Fin Pour
```

Algorithme 2

```
u ← 1
Pour i allant de 1 à 4
    u ← 2× u+1
Fin Pour
```

Pour chacun des algorithmes, donner la valeur contenue dans la variable **u** après l'exécution de l'algorithme.

E.3 Voici des exemples de suites de nombres :

a) $(\ 2 \ ; \ 5 \ ; \ 8 \ ; \ 11 \ ; \ 14 \ ; \ \dots)$

b) $(\ 2 \ ; \ 6 \ ; \ 18 \ ; \ 54 \ ; \ 162 \ ; \ \dots)$

c) $(\ 6 \ ; \ -6 \ ; \ 6 \ ; \ -6 \ ; \ 6 \ ; \ \dots)$

d) $(\ 1 \ ; \ 3 \ ; \ 7 \ ; \ 15 \ ; \ 31 \ ; \ \dots)$

Pour chacune de ces suites des nombres ; trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction des valeurs précédentes.

2. Introduction au vocabulaire

E.4

1. On considère la suite dont le premier terme vaut 2 et dont "*le successeur a pour valeur le double de celle de son prédécesseur*"

   Construire les quatre premiers termes de la suite.
2. On considère la suite dont le premier terme vaut -3 et dont "*le successeur a pour valeur celle de son prédécesseur augmentée de* 3."

   Construire les quatre premiers termes de la suite.
3. On considère la suite dont les termes sont indexés à partir de 0 et dont "*la valeur d'un terme est le carré de son rang*".

   Construire les quatre premiers termes de la suite.

E.5 On considère les trois suites dont le premier terme vaut 2 et définies de la manière suivante :

1. un terme vaut l'inverse de son prédécesseur auquel on ajoute 2
2. un terme vaut le double de son prédécesseur auquel on ajoute 2
3. un terme a pour valeur le double de son rang auquel on ajoute 2.

Associer à chaqu'une de ses suites, la définition qui lui correspond :

a) $u_n = 2 \cdot n + 2$ b) $u_{n+1} = \dfrac{1}{u_n} + 2$ c) $u_{n+1} = 2 \cdot u_n + 2$

3. Introduction à la génération de suite arithmétique et géométrique

E.6 La société Mandine embauche Arthur au 1er janvier 2009 avec un salaire de 1525 € et lui propose deux types d'avancement :

- Chaque 1er janvier, son salaire se verra augmenter de 32 €.
- Chaque 1er janvier, son salaire augmente de 2 %.

1. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au dixième près :

Année	2009	2010	2011	2012
Avancement A				
Avancement B				

Année	2013	2014	2015	2016
Avancement A				
Avancement B				

(2) À partir de quelle année, Arthur aura un salaire plus important en choisissant l'avancement B?

E.7 Un demandeur d'emploi se voit proposer deux offres :

- Un salaire initial de 1150 euros par mois et une augmentation de 5 % par mois.
  On note (a_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.
- Un salaire initial de 1200 euros par mois et une augmentation de 3 % par mois. On note (b_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.

(1) Donner la nature et les élèments caractéristiques de chacune des suites (a_n) et (b_n).

(2) Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs des termes au centième près.

n	0	1	2	3	4
a_n					
b_n					

(3) (a) Au bout du 5[ième] mois, quelle est la proposition rendant le salaire le plus avantageux?

(b) A la vue de la somme reçue au terme des cinq mois, quelle est la proposition la plus avantageuse?

4. *Suites arithmétiques : premiers termes*

E.8 Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n), définie pour tout $n\in\mathbb{N}$, arithmétique de premier terme 2 et de raison 3.

E.9

Définition : soit (u_n) une suite définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ et soit $r\in\mathbb{R}$.
On dit que la suite (u_n) est une **suite arithmétique de raison r** si elle vérifie la relation :
$$u_{n+1} = u_n + r \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{R}.$$

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison 3. Simplifier les expressions suivantes :

(a) $u_4 + 3$ (b) $u_{10} - 3$ (c) $u_7 + 6$

E.10 On considère la suite (u_n), définie pour $n\in\mathbb{N}^*$, arithmétique de premier terme 3 et de raison 5.
Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

E.11 Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n), définie pour tout $n\in\mathbb{N}$, arithmétique de premier terme 3 et de raison $-\dfrac{2}{3}$.

E.12 On considère la suite (v_n) arithmétique définie par :
$$v_0 = 6 \quad ; \quad v_{n+1} = v_n - 2 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n).

5. *Suites arithmétiques : introduction à la formule explicite*

E.13 On considère la suite (u_n), définie pour $n\in\mathbb{N}$, arithmétique et dont les premiers termes ont pour valeur :

n	0	1	2	3	4
u_n	3	7	11	15	19

(1) Donner les éléments caractéristiques de cette suite.

(2) Parmi les relations ci-dessous, lesquelles sont vérifiées par la suite (u_n) :

(a) $u_{n+1} = u_n + 4$ (b) $u_{n+1} = u_n + 3$

(c) $u_n = 4\cdot n + 3$ (d) $u_n = 3\cdot n + 4$

6. *Suites arithmétiques : formules explicites*

E.14 on considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 5 et de raison -2. Parmi les expressions suivantes, lesquelles représente le terme u_{27} :

(a) $u_{26} + 2$ (b) $u_{26} - 2$ (c) $u_{26} + 5$

(d) $u_{26} - 5$ (e) $-2 + 5\times 27$ (f) $5 - 2\times 27$

E.15

Proposition : soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :
$u_n = u_0 + r \cdot n$

Cette relation s'appelle la **formule explicite** des termes d'une suite arithmétique.

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence : $u_0 = 5$; $u_{n+1} = u_n - 2$

1. Quelle est la nature de cette suite?
2. Donner la formule explicite donnant la valeur de u_n en fonction de n.
3. Déterminer la valeur de u_{20}.

E.16 On considère la suite (u_n), définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, arithmétique de premier terme 3 et de raison $\dfrac{2}{3}$.

1. Donner la formule explicite des termes de la suite (u_n) en fonction de n.
2. Déterminer l'expression du terme de rang 112 de la suite (u_n).

7. *Suites arithmétiques : formules explicites (étendues)*

E.17

Proposition : soit (u_n) une suite arithmétique de raison r et soit k, n deux entiers naturels. On a la relation :
$u_n = u_k + (n-k) \cdot r$

Soit (v_n) une suite arithmétique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et de raison q. Compléter les expressions suivantes :

a. $u_7 = u_3 + \ldots \times r$
b. $u_{25} = u_{11} + \ldots \times r$
c. $u_3 = u_8 + \ldots \times r$
d. $u_{15} = u_{23} + \ldots \times r$

E.18 Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r. Compléter les expressions suivantes :

a. $u_{12} = u_5 + \ldots \times r$
b. $u_{57} = u_{38} + \ldots \times r$
c. $u_3 = u_8 + \ldots \times r$
d. $u_{23} = u_{38} + \ldots \times r$

E.19 On considère la suite (u_n), définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, arithmétique de premier terme 15 et de raison -3.

1. Donner la formule explicite des termes de la suite (u_n) en fonction de n.
2. Déterminer la valeur du terme de rang 17 de la suite (u_n).

E.20 On considère la suite (u_n), définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, arithmétique de raison 3 et dont le terme de rang 8 a pour valeur : $u_8 = 25$

1. Déterminer la valeur du terme u_{14}.
2. Déterminer la valeur du terme u_3.

8. *Suites arithmétiques : rang d'un terme*

E.21 On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme 3 et de raison -2.

1. Déterminer la valeur des termes u_{12} et u_{43}.
2. Déterminer la valeur du rang n réalisant les égalités :
   a. $u_n = -21$
   b. $u_n = -57$

9. *Suites arithmétiques : éléments caractéristiques*

E.22 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, dont on connait les deux termes : $u_4 = 12$; $u_{22} = -24$

Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.

E.23 Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique telle que :

$w_6 = 7$; $w_8 = 1$

Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (u_n).

E.24 Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite arithmétique qui vérifie :

$w_{15} = 54$; $w_{99} = 180$

Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (u_n).

E.25 Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite arithmétique telle que :

$v_7 = 13$; $v_{15} = 39$

Déterminer la valeur du premier terme et de la raison de la suite.

E.26 Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que :

$w_0 = 5$; $w_9 = 25$

Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (u_n).

10. *Reconnaitre une suite arithmétique*

E.27 On considère la suite (u_n), définie pour tout $n\in\mathbb{N}$, dont les premiers termes sont :

$u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = 5 \quad ; \quad u_2 = 9 \quad ; \quad u_3 = 12$

Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

E.28 On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout $n\in\mathbb{N}$ et dont les premiers termes sont donnés ci-dessous :

- $u_0=3$; $u_1=5$; $u_2=7$; $u_3=10$; $u_4=12$; $u_5=14$
- $v_0=6$; $v_1=3{,}5$; $v_2=1$; $v_3=-1{,}5$; $v_4=-4$; $v_5=-6{,}5$

Pour quelle*(s)* suite*(s)*, peut-on conjecturer que la suite est une suite arithmétique?
Pour quelle*(s)* suite*(s)*, peut-on affirmer que la suite n'est pas arithmétique.

E.29 On considère la suite (u_n) définie pour tout entier $n\in\mathbb{N}$ par :

$u_n = 2 + 3\times n$

1. Soit $n\in\mathbb{N}$, simplifier l'expression $u_{n+1}-u_n$.
2. En déduire la nature de la suite (u_n), ainsi que ses éléments caractéristiques.

11. *Suites géométriques : premiers termes*

E.30

Définition : on appelle **suite géométrique** toute suite de nombres dont le successeur d'un terme est obtenu en multipliant celui-ci par le même nombre.
Ce nombre s'appelle la **raison** de la suite géométrique.

On considère la suite (u_n), définie pour tout $n\in\mathbb{N}$, géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

E.31 On considère la suite (v_n) géométrique définie par :

$v_0 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = \dfrac{1}{2}\cdot v_n \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Déterminer les valeurs des 6 premiers termes de la suite (v_n).

E.32 La suite (v_n) est définie pour tout $n\in\mathbb{N}$:

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) géométrique de premier terme 3 et de raison $-\dfrac{3}{2}$.

E.33

Définition : soit (u_n) une suite définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ et soit $q\in\mathbb{R}$.
On dit que la suite (u_n) est une **suite géométrique de raison r** si elle vérifie la relation :

$u_{n+1} = u_n\times q \quad$ pour tout $n\in\mathbb{R}$.

Soit (u_n) une suite géométrique de raison 3. Simplifier les expressions suivantes :

a) $3\times u_{10}$ b) $\dfrac{u_{12}}{3}$ c) $u_5\times 3^2$

E.34 Soit (u_n) une suite géométrique définie pour $n\in\mathbb{N}$, de raison 2 et dont le premier terme a pour valeur $\dfrac{3}{8}$. Déterminer les six premiers termes de cette suite.

12. *Suites géométriques : formule explicite*

E.35 On considère la suite (u_n) géométrique, définie pour tout $n\in\mathbb{N}$, de premier terme $\dfrac{2^4}{3}$ et de raison $\dfrac{3}{2}$.

Déterminer la valeur des termes u_{11} et u_{28}.

E.36 On considère la suite (u_n), définie pour tout $n\in\mathbb{N}$, géométrique de premier terme $\dfrac{3^4}{7^6}$ et de raison 3×7^2.
Donner l'expression du terme u_{10} sous la forme :

$u_{10} = 3^k\times 7^\ell \quad$ où $k,\ell\in\mathbb{N}$

E.37 On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ géométrique de premier terme 2 et de raison $\dfrac{3}{4}$.

Déterminer la valeur du terme de rang 6.

13. *Suites géométriques : formule explicite (étendue)*

E.38 On considère la suite géométrique, définie sur $\mathbb{N}$, de premier terme 4 et de raison 3.
Parmi les expressions suivantes, lesquelles représentent le terme u_{27} :

a) $u_5\times 3^{22}$ b) $u_5\times 3^{27}$

c) $u_{31}\times 3^4$ d) $u_{31}\times 3^{-4}$

Définition : soit (u_n) une suite géométrique de raison q et soit k, n deux entiers naturels. On a la relation :
$u_n = u_k \cdot q^{n-k}$

E.39

Soit (v_n) une suite géométrique définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ et de raison q. Compléter les expressions suivantes :

(a) $u_7 = u_3 \times q^{\cdots}$ (b) $u_{25} = u_{11} \times q^{\cdots}$

(c) $u_3 = u_8 \times q^{\cdots}$ (d) $u_{15} = u_{23} \times q^{\cdots}$

E.40 Soit (v_n) une suite géométrique définie pour tout $n\in$ [redacted] de raison $\dfrac{3}{2}$ et telle que $v_6 = 12$. Déterminer la valeur de v_3.

E.41 Soit (v_n) une suite géométrique, définie pour $n\in\mathbb{N}$, de raison $\dfrac{1}{2}$ et telle que $v_7 = 3^2 \times 2^3$. Déterminer la valeur de v_{20}.

E.42 Soit (u_n) une suite géométrique, définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ de raison 3 et telle que : $u_7 = 3^2 \times 2^2$

Déterminer la valeur de u_2.

14. *Suites géométriques : déterminer le rang d'un terme*

E.43

Proposition 1 :
Soit m et n deux entiers et un nombre a strictement positif tels que $a^m = a^n$ alors $m = n$.

Proposition 2 : *(admise)*
Soit x et y deux nombres strictement positifs tels qu'il existe un entier n non-nul tel que $x^n = y^n$.

- Si n est impair alors $x = y$
- Si n est pair alors $x = y$ ou $x = -y$

(1) Pour chaque égalité, déterminer la valeur de l'entier n :

(a) $2^n = 64$ (b) $3^n = 81$ (c) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^n = \dfrac{27}{64}$

(2) Pour chaque égalité, déterminer la ou les valeurs possibles du nombre réel x tels que :

(a) $x^3 = \dfrac{1}{8}$ (b) $x^4 = \dfrac{81}{625}$ (c) $x^2 = \dfrac{36}{49}$

E.44 On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ géométrique de premier terme 5^3 et de raison $\dfrac{5}{7}$.

Déterminer le rang du terme ayant pour valeur $\dfrac{5^{12}}{7^9}$

E.45 On considère la suite (u_n) géométrique, définie pour tout $n\in\mathbb{N}$, de premier terme $\dfrac{2^4}{3}$ et de raison $\dfrac{3}{2}$.

Pour chaque question, déterminer le rang n réalisant l'égalité :

(a) $u_n = \dfrac{3^8}{2^5}$ (b) $u_n = \dfrac{3^{19}}{2^{16}}$

15. *Suites géométriques : éléments caractéristiques*

E.46 Soit (v_n) une suite géométrique, définie pour tout $n\in\mathbb{N}$, de raison q et dont on connait les deux termes :
$v_{11} = \dfrac{4}{7}$; $v_{14} = \dfrac{27}{14}$

(1) (a) Compléter la relation ci-dessous :
$v_{14} = v_{11} \times \ldots$

(b) En déduire la valeur de la raison de la suite (v_n).

(2) Déterminer la valeur du premier terme de la suite (v_n).

E.47 On considère (w_n) une suite géométrique définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ et telle que :

$w_0 = 5$; $w_3 = 40$

Déterminer la raison de la suite (u_n).

E.48 On considère la suite (w_n) géométrique, définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ et telle que :

$w_3 = \dfrac{3}{8}$; $w_6 = -\dfrac{3}{64}$

Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (w_n).

E.49 Soit (v_n), définie pour tout $n\in\mathbb{N}$, une suite géométrique dont on connait les deux termes : $v_4 = 8$; $v_7 = \dfrac{64}{27}$

Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.

E.50 On considère la suite (u_n) géométrique définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ et dont on connait les termes : $u_5 = 2$; $u_8 = \dfrac{27}{4}$

(1) Déterminer le premier terme et la raison de cette suite.

(2) (a) Donner l'expression explicite du terme u_n en fonction du rang n.

(b) Déterminer le rang du terme valant $\dfrac{16}{27}$

E.51 Soit (v_n) une suite géométrique définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ et dont les termes de rangs 4 et 8 valent respectivement 3 et $\dfrac{16}{27}$

Déterminer les deux valeurs possibles de la raison. Donner la valeur du premier terme des deux suites.

E.52 On considère la suite (w_n) géométrique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et telle que :

$$w_{124} = 2 \times 10^{-4} \ ; \ w_{128} = \frac{1}{8}$$

On remarquera qu'il existe deux suites vérifiants ces conditions. On déterminera les éléments caractéristiques de chacune de ces suites.

16. *Reconnaitre une suite géométrique*

E.53 On considère la suite (v_n), définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, dont les premiers termes sont notés dans le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4
v_n	96	48	24	12	6

Parmi les quatre relations proposées, seulement deux sont vérifiés par les cinq premiers termes de la suite (v_n). Lesquelles ?

a. $v_{n+1} = 2 \cdot v_n$
b. $v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$
c. $v_n = 96 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$
d. $v_n = \frac{1}{2} \times 96^n$

E.54 On considère la suite (v_n), définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, dont les premiers termes sont :

$$v_0 = 8 \quad ; \quad v_1 = 4 \quad ; \quad v_2 = 2 \quad ; \quad v_3 = \frac{1}{2}$$

Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite arithmétique.

E.55 On considère la suite (u_n) définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_n = 4 \times 3^n$$

Remarque : pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, u_n est non-nul.
Ce qui s'écrit aussi : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n \neq 0$

1. Soit $n \in \mathbb{N}$, simplifier l'expression $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.
2. En déduire la nature de la suite (u_n), ainsi que ses éléments caractéristiques.

E.56 Pour chaque question est définie une suite (u_n) pour tout entier naturel n. Dire si cette suite géométrique ou non en justifiant votre réponse et en donnant, le cas échéant, ses éléments caractéristiques :

a. $u_n = 3 \cdot n + 1$
b. $u_n = 5^n + 5^{n+1}$
c. $u_n = 2 \times \dfrac{4^n}{3^{n+1}}$
d. $u_n = n^n$

17. *Suites arithmétiques et modélisation*

E.57 Un constructeur automobile décide de réduire sa production de voiture thermique. Actuellement, sa production est de 80 000 voitures par mois et il décide de la réduire de 3 000 voitures chaque mois. On décide de noter u_0 la production actuelle de voiture thermique de cette entreprise et on note u_n sa production au bout de n mois *(où $n \in \mathbb{N}$)*.

1. Préciser la nature de la suite (u_n) ainsi que ces éléments caractéristiques.
2. Donner une formule de récurrence et la formule explicite de la suite (u_n).
3. Combien faut-il attendre de mois pour que sa production de voitures thermiques passent sous le nombre de 10 000 unités produites par mois?

Indication : toute trace de recherche, même incomplète sera prise en compte dans cette question.

18. *Suites géométriques et modélisation*

E.58 Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger.
Lors de son ouverture, 500 films sont proposés et chaque mois, le nombre de films proposés aux abonnés augmente de 6 %

On modélise le nombre de films proposés par une suite géométrique (u_n) où n désigne le nombre de mois depuis l'ouverture du site. On a donc $u_0 = 500$.

1. Calculer u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.
2. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Déterminer la valeur du terme de rang 6 arrondie à l'unité.

19. *Reconnaitre une suite arithmétique et géométrique*

E.59 Les trois suites ci-dessous sont définies pour tout entier n naturel :

1. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (u_n) présentés ci-dessous peuvent être les termes d'une suite arithmétique dont on précisera la raison :
$u_0 = 2$; $u_1 = \frac{9}{2}$; $u_2 = 7$; $u_3 = \frac{19}{2}$
2. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (v_n) présentés ci-dessous peuvent être les termes d'une suite géométrique dont on précisera la raison :
$v_0 = 24$; $v_1 = 6$; $v_2 = \frac{3}{2}$; $v_3 = \frac{3}{8}$
3. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (w_n) ne représentent ni les premiers termes d'une suite arithmétique, ni les premiers termes d'une suite géométrique
$w_0 = 1$; $w_1 = 2$; $w_2 = 4$; $w_3 = 16$

E.60 Ci-dessous sont données les quatre premiers termes de cinq suites définies pour tout entier naturel :

1. $u_0 = 3$; $u_1 = 7$; $u_2 = 11$; $u_3 = 15$
2. $v_0 = 54$; $v_1 = 6$; $v_2 = \frac{2}{3}$; $v_3 = \frac{2}{27}$
3. $w_0 = 2$; $w_1 = -6$; $w_2 = 18$; $w_3 = -54$
4. $a_0 = 3{,}25$; $a_1 = 5$; $a_2 = 6{,}75$; $a_3 = 8{,}25$
5. $b_0 = 2$; $b_1 = 4$; $b_2 = 8$; $b_3 = 16$

Parmi ces suites, pour lesquelles peut-on conjecturer qu'elle soit arithmétique ? géométrique ? ou alors peut-on affirmer qu'elle ne soit ni arithmétique, ni géométrique.

E.61

1. On considère la suite (u_n) définie par :
$u_n = n^2 + n + 2$ pour tout entier $n \in \mathbb{N}$
Etablir que la suite (u_n) n'est pas une suite géométrique.
2. On considère la suite (v_n) définie par :
$v_n = \frac{1}{n^2 + 2}$ pour tout entier $n \in \mathbb{N}$
Etablir que la suite (v_n) n'est pas une suite arithmétique.

20. *Exercices non-classés*

E.62 Les deux parties sont indépendantes :

Partie A

Fabrice possède une pépinière et met en pot un jeune arbre mesurant 54 cm, 8 mois après que l'arbre ait fait sa première feuille.
Il l'offre à son fils Alex 4 mois plus tard, l'arbre mesure alors 76 cm. Le père de Alex lui explique que, chaque mois, la hauteur de l'arbre augmente de manière constante dès qu'il fait sa première feuille et jusqu'à ce qu'il atteigne sa taille maximale.

On note h_n la hauteur, en centimètre, de l'arbre n mois après sa première feuille.
Ainsi, h_0 est la hauteur de l'arbre lorsqu'il fait sa première feuille.

1. Quels sont les deux termes de la suite (h_n) donnés dans l'énoncé ? *(on précisera leur valeur et leur rang)*
2. Quelle est la nature de la suite (h_n) ? Retrouver ses éléments caractéristiques.
3. En déduire l'expression de (h_n) en fonction de n.
4. a. Calculer h_{24} et interpréter le résultat.
   b. Recopier et compléter le programme Python ci-dessous qui doit afficher en console la valeur du terme h_{24} en console :
```
h=...
for i in range(...):
  h = ...
print(h)
```
5. Alex devra replanter l'arbre en sol dès que sa hauteur dépassera 1,60 m. Déterminer le nombre de mois nécessaire après l'apparition de sa première feuille.

Partie B

Soit la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \frac{3n^2 + 16n + 5}{n + 5}$

1. Factoriser le numérateur.
2. Simplifier l'expression du terme u_n.
3. Prouver que la suite est arithmétique. Donner son premier terme et sa raison.

