Seconde / Droites dans le plan

ChingEval : 5 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

1. Rappels : fonctions affines

E.1 Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère les deux droites (d_3) et (d_4) admettant les équations réduites suivantes :

$$(d_3) : \ y = \frac{3}{2}\cdot x + 1 \quad ; \quad (d_4) : \ y = 4x - 2$$

1. Les droites (d_3) et (d_4) sont-elles parallèles?
2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (d_3) et (d_4).

2. Equation cartésienne de droites

E.2 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$, on considère la droite (d) admettant pour équation :

$2\cdot x - y + 5 = 0$

1. Parmi les points ci-dessous, lesquels appartiennent à la droite (d) :

$$A(1\,;7) \quad ; \quad B\Big(-\frac{3}{2}\,;2\Big) \quad ; \quad C(-4\,;-4)$$

Justifier votre réponse.

2. Déterminer les coordonnées du point D appartenant à la droite (d) ayant pour abscisse 2.
3. Déterminer les coordonnées du point E appartenant à la droite (d) ayant pour ordonnée $-\frac{1}{2}$.

E.3 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$, on considère la droite (d) admettant pour équation :

$3\cdot x - 2\cdot y + 1 = 0$

1. Parmi les points ci-dessous, lesquels appartiennent à la droite (d) :

$$A(3\,;5) \quad ; \quad B\Big(-\frac{1}{2}\,;-\frac{1}{8}\Big) \quad ; \quad C\Big(-\frac{2}{3}\,;-\frac{1}{2}\Big)$$

Justifier votre réponse.

2. Déterminer les coordonnées du point D appartenant à la droite (d) ayant pour abscisse 2.
3. Déterminer les coordonnées du point E appartenant à la droite (d) ayant pour ordonnée -3.

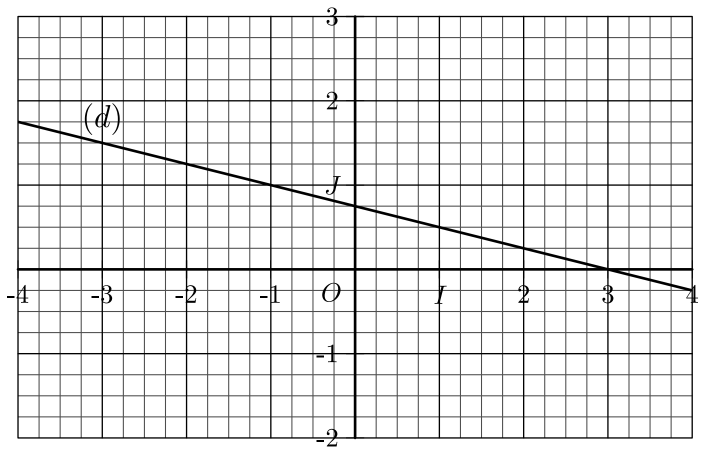
E.4 Une droite (d) passe par les points $A(-2{,}5\,;3)$ et $B\Big(\frac{3}{2}\,;1\Big)$

Parmi les trois équations cartésiennes, dire celle qui correspond à la droite (d) :

a) $2x + 2y - 1 = 0$ b) $-4x - 3y + 9 = 0$

c) $2x + 4y - 7 = 0$

E.5 Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé ci-dessous, on considère la droite (d) représentée ci-dessous :



Parmi les équations cartésiennes ci-dessous, laquelle représente la droite (d)?

a) $x + 4y - 3 = 0$ b) $-4x - y + 3 = 0$

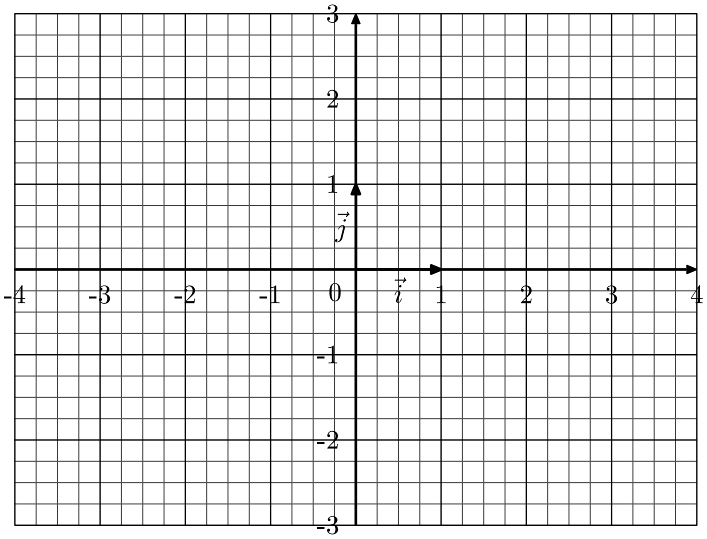
c) $-x - 4y - 3 = 0$ d) $4x - y + 3 = 0$

3. Utilisation d'une équation cartésienne

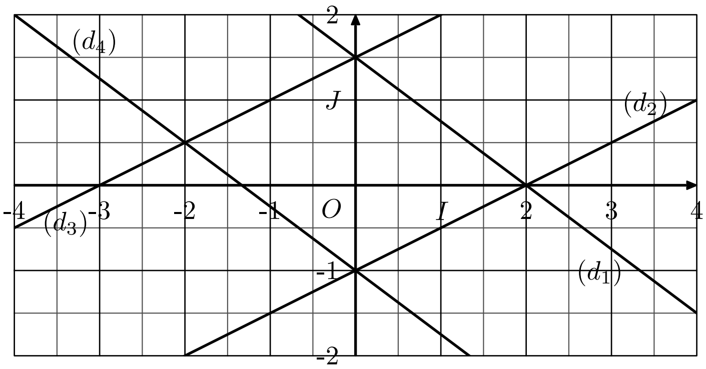
E.6 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$, on considère les quatre droites ci-dessous définies par leur équation cartésienne :

$$(d_1) : \ 2x - 3y + 3 = 0 \quad ; \quad (d_2) : \ -2x - y + 1 = 0$$

1. Déterminer deux points appartenant à chacune de ces deux droites.
2. Tracer chacune de ces droites dans le repère ci-dessous :



E.7 Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\right)$, on donne la représentation des quatre droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) ci-dessous :



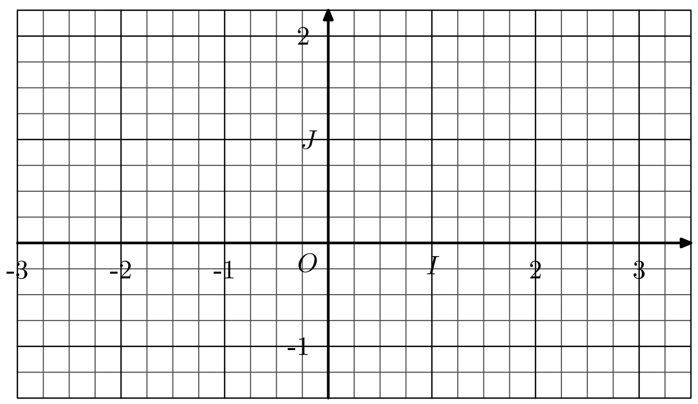
Associer à chacune des droites ci-dessous une des équations cartésiennes présentées ci-dessous :

(E_1) : $3{\cdot}x+4{\cdot}y+4=0$; (E_2) : $-x+2{\cdot}y-3=0$

(E_3) : $\dfrac{1}{2}{\cdot}x-y-1=0$; (E_4) : $\dfrac{3}{4}{\cdot}x+y-\dfrac{3}{2}=0$

4. *Vecteurs directeurs et fonctions affines*

E.8 On munit le plan d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\right)$ orthonormé :



On considère la droite (Δ) dont l'équation réduite est :

(Δ) : $y=-\dfrac{3}{4}{\cdot}x+1$

1. a. Tracer la droite (Δ) et un représentant du vecteur $\vec{u}\,(4\,;-3)$.
   b. Quelle conjecture peut-on établir entre la droite (Δ) et le vecteur $\vec{u}$?
2. Justifier que le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (Δ).

E.9 On considère la droite (d) admettant l'équation réduite :

$y=\dfrac{1}{2}{\cdot}x+3$

Donner un vecteur directeur de la droite (d).

E.10 Associer à chacune des équations de droite ci-dessous :

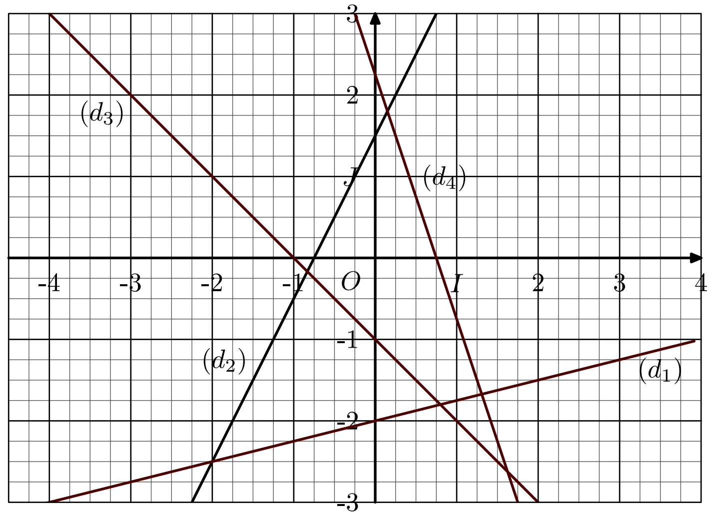
1. $y=2x+1$
2. $y=-\dfrac{3}{2}x-2$
3. $-2x-y+3=0$
4. $y=\dfrac{2}{3}x+1$
5. $y=\dfrac{1}{6}x-\dfrac{1}{2}$
6. $-x+3y-2=0$

un vecteur directeur parmi :

a. $\vec{u}\,(3\,;2)$ — b. $\vec{v}\,(-2\,;-4)$ — c. $\vec{w}\,(-2\,;4)$

d. $\vec{r}\left(\dfrac{1}{2}\,;\dfrac{1}{6}\right)$ — e. $\vec{s}\,(6\,;1)$ — f. $\vec{t}\,(-4\,;6)$

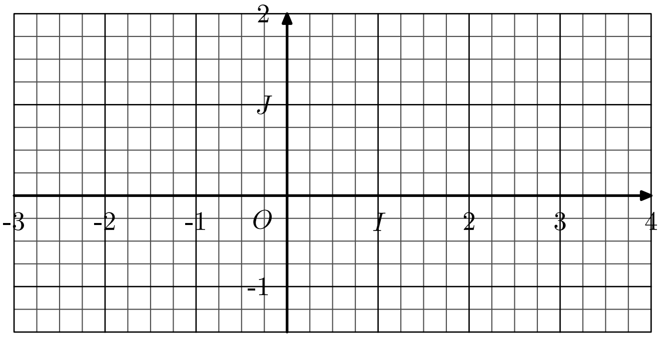
E.11 Dans le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les quatre droites ci-dessous :



Associer à chacune de ses droites un vecteur directeur parmi les vecteurs proposés ci-dessous :

$\vec{u}\,(-2\,;6)$; $\vec{v}\,(2\,;4)$; $\vec{w}\,(4\,;1)$; $\vec{r}\,(-1\,;4)$; $\vec{s}\,(2\,;-2)$

E.12 On munit le plan d'un repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,)$ orthonormé :

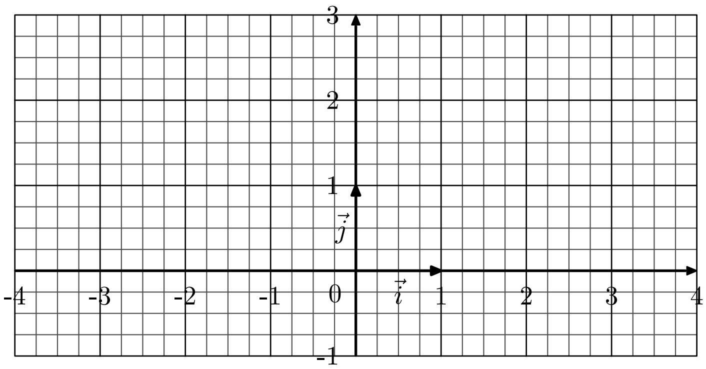


On considère les points $A(-2{,}75\,;-0{,}5)$, $B(3{,}25\,;1)$ et le vecteur $\vec{u}\,(1\,;0{,}25)$.

1. a. Tracer la droite (d) et le vecteur $\vec{u}$.
   b. Quelle conjecture peut-on émettre sur la droite (AB) et le vecteur $\vec{u}$?
2. a. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).
   b. Justifier que le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (AB).

5. *Vecteurs directeurs et équations cartésiennes*

E.13 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,)$ orthogonal :



et les points A et B de coordonnées : $A\left(-3\,;-\dfrac{1}{2}\right)$; $B(1\,;1)$

1. Tracer la droite (AB) dans le repère ci-dessus.
2. Donner quatre vecteurs directeurs de la droite (AB) dont un, au moins, a des coordonnées entières.

E.14 Dans le plan muni d'un repère, on considère les équations cartésiennes de droites suivantes :

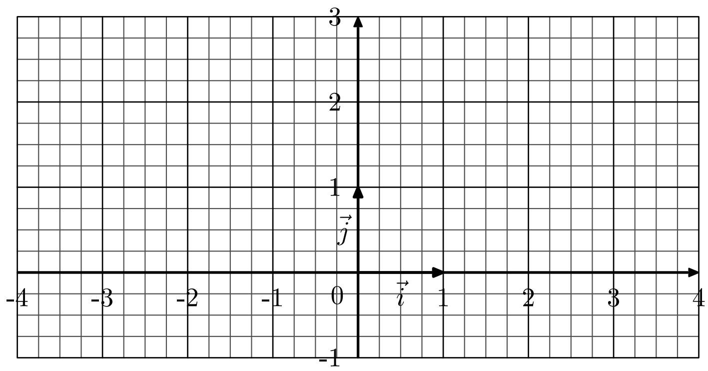
$$(d_1) :\ 5x+2y+1=0 \quad ; \quad (d_2) :\ 2x+\frac{1}{2}y-5=0$$

Pour chacune des droites, donner un vecteur directeur associé.

E.15 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,)$, on considère les quatre droites ci-dessous définies par leur équation cartésienne :

$$(d_1) :\ 2x+4y-5=0 \quad ; \quad (d_2) :\ -3x+y+4=0$$

1. Pour chacune des droites, donner un point et un vecteur directeur de cette droite.
2. Tracer chacune de ces droites dans le repère ci-dessous :



6. *Déterminer une équation cartésienne*

E.16 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,)$ orthonormé.

Pour chacune des questions, déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point M et ayant le vecteur $\vec{u}$ pour vecteur directeur :

a. $M(1\,;2)\,;\,\vec{u}(3\,;2)$ b. $M(-4\,;1)\,;\,\vec{u}\,(-2\,;1)$

E.17 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,)$.
Pour chaque question, déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point A et ayant pour vecteur directeur $\vec{u}$:

a. $A(3\,;-2)$ et $\vec{u}\left(\dfrac{1}{2}\,;-1\right)$ b. $A\left(-2\,;\dfrac{1}{2}\right)$ et $\vec{u}\left(3\,;-\dfrac{5}{3}\right)$

E.18 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j})$ orthonormé.

Pour chacune des questions, déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point M et ayant le vecteur $\overrightarrow{u}$ pour vecteur directeur :

a $M(0\,;2)\,;\,\overrightarrow{u}\left(1\,;\frac{1}{2}\right)$ b $M\left(0\,;-\frac{3}{2}\right)\,;\,\overrightarrow{u}\,(2\,;1)$

E.19 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j})$, on considère les droites ci-dessous :

(d_1): $\sqrt{3}\cdot x - \sqrt{12}\cdot y + \sqrt{10} = 0$

(d_2): $(1+\sqrt{2})\cdot x + \sqrt{3}\cdot y - 1 = 0$

(d_3): $-\sqrt{3}\cdot x - (-1+\sqrt{2})\cdot y + 2 = 0$

(d_4): $(1+\sqrt{2})\cdot x + (1-\sqrt{2})\cdot y - 1 = 0$

1 Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite (d_1) ayant ses coordonnées entières.

2 Donner les coordonnées d'un vecteur directeur des droites (d_2), (d_3), (d_4) ayant pour abscisse une valeur entière.

7. *Système d'équations : résolution par combinaison linéaire*

E.20 On considère le système (S) défini par :
$$\begin{cases} x - 3y = 8 \\ 4x + y = -7 \end{cases}$$
Résoudre le système (S).

E.21 On considère le système (S) défini par :
$$\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 3x + 2y = 29 \end{cases}$$
Résoudre le système (S).

E.22 On considère le système (S) d'équations :
$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 5x - 2y = 16 \end{cases}$$
Déterminer l'unique couple solution du système (S).

E.23 On considère le système (S) défini :
$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ 2x + 3y = 17 \end{cases}$$
Résoudre le système (S).

8. *Système d'équations : résolution par substitution*

E.24 On considère le système (S) d'équations : $\begin{cases} 3x = y \\ x + y = 8{,}4 \end{cases}$

Résoudre le système (S).

E.25 On considère le système suivant : (S) :
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$
Résoudre le système (S).

E.26 On considère le système (S) d'équations :
$$\begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ x - y = 1 \end{cases}$$
Résoudre le système d'équations (S).

9. *Droites parallèles et vecteurs directeurs*

E.27

Proposition : soit (d) et (d') deux droites parallèles. Si au moins un point de la droite (d) n'appartient pas à la droite (d') alors les droites (d) et (d') sont parallèles distinctes.

On considère les deux droites (d_5) et (d_6) définies par les équations cartésiennes suivantes :

(d) : $3x+6y-1=0$; (d') : $2x+4y+5=0$

1 a Donner les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{u}$ directeur de la droite (d) et un vecteur $\overrightarrow{v}$ directeur de la droite (d').

b Justifier que les droites (d) et (d') sont parallèles.

2 a Donner les coordonnées du point A appartenant à (d) et d'abscisse 1.

b Justifier que les droites (d) et (d') sont parallèles et distinctes.

E.28

Proposition : soit (d) et (d') deux droites parallèles. Si au moins un point de la droite (d) appartient à la droite (d') alors les droites (d) et (d') sont parallèles confondues.

On considère les deux droites (d) et (d') définies par les équations cartésiennes suivantes :

$$(d) :\ 2x+6y-8=0 \quad ; \quad (d') :\ -3x-9y+12=0$$

1. a. Donner les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{u}$ directeur de la droite (d) et un vecteur $\overrightarrow{v}$ directeur de la droite (d').
   b. Justifier que les droites (d) et (d') sont parallèles.
2. a. Donner les coordonnées du point A appartenant à (d) et d'abscisse 1.
   b. Justifier que les droites (d) et (d') sont parallèles et distinctes.

E.29 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$ et les droites (d) et (d') d'équations cartésiennes :

$$(d) \colon 4x-6y+2=0 \quad ; \quad (d') \colon x-\frac{3}{2}\cdot y+2=0$$

1. Justifier que les droites (d) et (d') sont parallèles.
2. Les droites (d) et (d') sont-elles parallèles distinctes ou parallèles confondues.

10. *Droites parallèles et système d'équations*

E.30

Proposition : dans le plan muni d'un repère, on considère deux droites (d) et (d') d'équations cartésiennes :

$$a{\cdot}x+b{\cdot}y+c=0 \quad ; \quad a'{\cdot}x+b'{\cdot}y+c'=0$$

Si le système $\begin{cases} a{\cdot}x+b{\cdot}y+c=0 \\ a'{\cdot}x+b'{\cdot}y+c'=0 \end{cases}$ n'admet aucune solution alors les droites (d) et (d') sont parallèles et distinctes.

1. Résoudre le système (S) : $\begin{cases} 6x-15y+24=0 \\ -4x+10y+16=0 \end{cases}$
2. Dans le plan muni d'un repère, oOn considère les deux droites (d) et (d') d'équation cartésienne :
   $$(d) :\ 6x-15y+24=0 \quad ; \quad (d') :\ -4x+10y+16=0$$
   Justifier que les droites (d) et (d') sont parallèles distinctes.

E.31

Proposition : dans le plan muni d'un repère, on considère deux droites (d) et (d') d'équations cartésiennes :

$$a{\cdot}x+b{\cdot}y+c=0 \quad ; \quad a'{\cdot}x+b'{\cdot}y+c'=0$$

Si le système $\begin{cases} a{\cdot}x+b{\cdot}y+c=0 \\ a'{\cdot}x+b'{\cdot}y+c'=0 \end{cases}$ admet une infinité de solutions alors les droites (d) et (d') sont parallèles et confondues.

1. Résoudre le système (S) : $\begin{cases} 5x-4y+5=0 \\ 4x-\dfrac{16}{5}y+4=0 \end{cases}$
2. Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux droites (d) et (d') définies par les équations cartésiennes suivantes :
   $$(d) :\ 5x-4y+5=0 \quad ; \quad (d') :\ 4x-\frac{16}{5}y+4=0$$
   Justifier que les droites (d) et (d') sont parallèles et confondues.

E.32

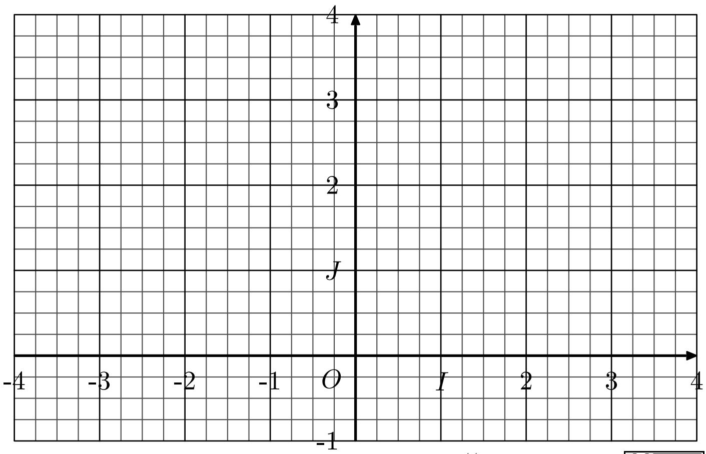
1. Résoudre le système d'équations : $\begin{cases} 6x-3y+9=0 \\ -4x+2y-6=0 \end{cases}$
2. Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux droites (d) et (d') définies par les équations cartésiennes :
   $$(d) :\ 6x-3y+9=0 \quad ; \quad (d') :\ -4x+2y-6=0$$
   Préciser la position relative des droites (d) et (d').

11. *Intersection de droites avec équations cartésiennes*

E.33 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et les deux droites (d_1) et (d_2) admettant pour équations cartésiennes :

$$(d_1) :\ x-2y+3=0 \quad ; \quad (d_2) :\ 3x+4y-13=0$$

1. Justifier que les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes.
2. Représenter dans le graphique ci-dessous les deux droites (d_1) et (d_2).



3 Déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux droites (d_1) et (d_2).

E.34 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les points $A(-2\,;3)$ et $B(1\,;-1)$ et la droite (d) dont une équation cartésienne est donnée ci-dessous : (d) : $2x-y+3=0$

1 Justifier que la droite (AB) admet l'équation ci-dessous comme équation cartésienne : $4x+3y-1=0$

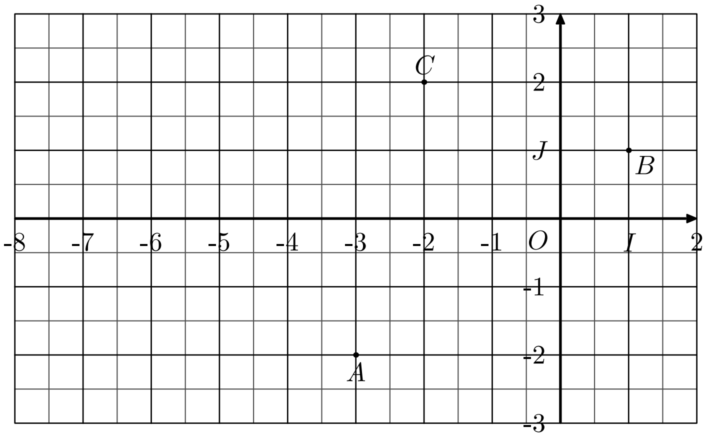
2 Justifier que les droites (AB) et (d) sont sécantes.

3 a Résoudre le système d'équation suivant :
$$\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ 4x + 3y - 1 = 0 \end{cases}$$

b Que représente, graphiquement, le point de coordonnée $(x\,;y)$ solution du système précédent.

12. *Position relative de droite et géométrie*

E.35 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$, on considère les trois points suivants :
$A(-3\,;-2)$; $B(1\,;1)$; $C(-2\,;2)$



1 Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

2 Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point C et parallèle à la droite (AB).

3 a Déterminer les coordonnées du point M milieu du segment $[AC]$.

b Déterminer une équation cartésienne de la droite (BM)

c Déterminer les coordonnées du point D, intersection des droites (BM) et (d).

d Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier votre réponse.

E.36 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, les deux points A et B : $A(-1\,;1)$; $B\left(1\,;\frac{7}{3}\right)$
et la droite (Δ) admettant pour équation cartésienne :
$$(\Delta) : 3{\cdot}x+2{\cdot}y-\frac{10}{3}=0$$

1 Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

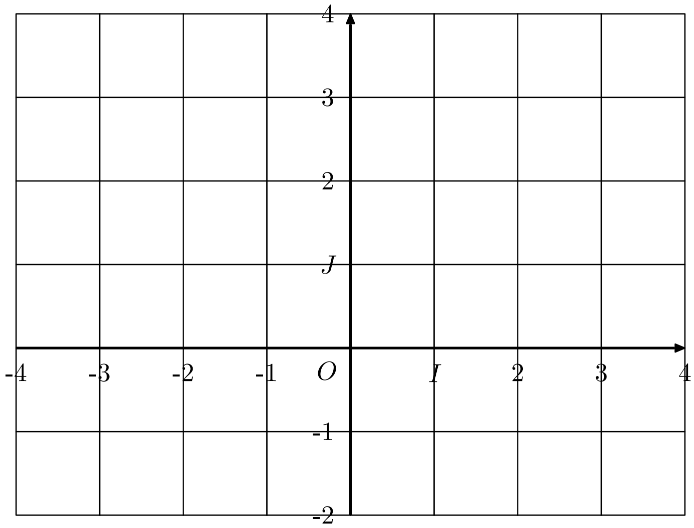
2 a Justifier que les droites (AB) et (Δ) sont sécantes.

b Déterminer les coordonnées du point N, intersection des droites (AB) et (Δ).

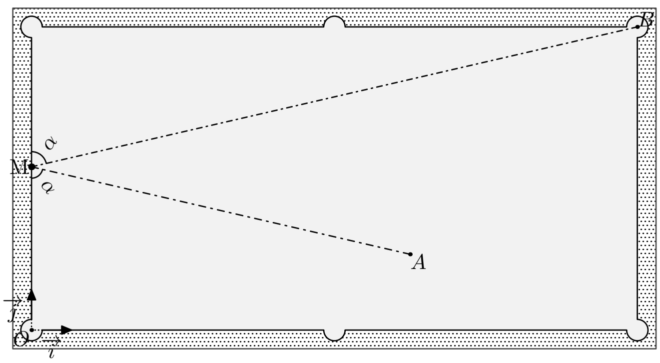
3 a Justifier que le point $M\left(2\,;-\frac{4}{3}\right)$ appartient à la droite (Δ).

b Justifier que la droite (Δ) est la médiatrice du segment $[AB]$.

Le repère ci-dessous est donné à titre indicatif ...



E.37 On considère le billard représenté ci-dessous où la boule blanche est modélisée par le point A et on souhaite déterminer la position du point M de contact sur la bande de gauche afin que la boule rejoigne en une bande le trou modélisé par le point B.



À l'aide du repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ où les bandes d'en bas et de gauche sont confondues respectivement avec les axes des abscisses et des ordonnées, on a les coordonnées :
$A(5\,;1)$; $B(8\,;4)$
On note M le point de contact du rebond sur la bande de gauche.

En supposant le rebond parfait sur la bande, on admet que, si la droite (AM) admet le vecteur $\vec{u}\,(1\,;a)$, où $a\in\mathbb{R}$, alors le vecteur $\vec{v}\,(-1\,;a)$ est un vecteur directeur de la droite (MB).

Déterminer les coordonnées du M.

Toute trace de recherche ou d'initiative, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

13. *Projecté orthogonal*

E.38 Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé, on considère les deux points :

$A(2;2)$; $B(0;-1)$

La droite (d) est la droite d'équation : $y=\frac{1}{2}\cdot x-1$

On considère un point M sur la droite (d) ayant pour abscisse x.

On souhaite déterminer la position du point M afin que la distance AM soit minimale ; on admet que ce point est le projeté orthogonal du point A sur la droite (d).

1. a. Justifier que le point B est un point de la droite (d).

   b. Le point M ayant pour abscisse x et appartenant à la droite (d), donner les coordonnées du point M.

2. Montrer que la longueur du segment $[AM]$ vaut :

   $AM^2 = \frac{5}{4}\cdot x^2 - 7\cdot x + 13$

3. On considère maintenant le point M réalisant la situation : "*AM est minimal*"

   a. Montrer que l'abscisse du point M vérifie l'équation :

   $\frac{5}{2}\cdot x^2 - 7\cdot x = 0$

   b. En déduire les coordonnées du point M.

14. *Exercices non-classés*

E.39 On considère le plan muni d'un repère $(O;I;J)$. On note A et B les points de coordonnées respectives $(-3;2)$ et $(3;0)$

1. a. Donner les coordonnées d'un vecteur $\vec{u}$ directeur de la droite (AB).

   b. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (AB).

2. On considère le point $C(-1;-2)$ et un vecteur $\vec{v}$ de coordonnées : $\vec{v}\,(2;1)$.

   a. Justifier que tous les points de la droite (AB) ont pour coordonnées $\left(x;-\frac{1}{3}\cdot x+1\right)$.

   b. Déterminer les coordonnées du point D appartenant à la droite (AB) tel que les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\vec{v}$ soit colinéaire.

3. On considère la droite (d) admettant l'équation suivante pour équation cartésienne :

   (d) : $x - y + 2 = 0$

   Déterminer les coordonnées des points d'intersection des droites (AB) et (d).

E.40 On considère le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé et On considère les quatre points suivants du plan :

$C(3;2)$; $D(-1;1)$; $E\left(2;-\frac{5}{2}\right)$; $F\left(0;\frac{11}{2}\right)$

Montrer la droite (EF) est la médiatrice du segment $[CD]$.