

Seconde / Ensemble de nombres et calculs

ChingEval : 5 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

1. Calcul dans \mathbb{N} , \mathbb{Z} et \mathbb{Q}

E.1   

Définitions :

On classe les nombres suivants leurs natures :

- Tous les nombres admettant une écriture décimale formant l'ensemble des **nombres décimaux** noté \mathbb{D} .
- Tous les nombres admettant une écriture sous la forme d'un quotient de deux entiers forment l'ensemble des **nombres rationnels** noté \mathbb{Q} .

On considère les deux expressions :

$$A = 5 - 4x \quad ; \quad B = \frac{2 \cdot x + 2}{x - 1}$$

- Évaluer chacune des deux expressions A et B pour chacun des nombres $x=2$ et $x=-5$.
- Compléter le tableau ci-dessous avec les ensembles \mathbb{N} , \mathbb{Z} ou \mathbb{Q} pour indiquer le plus petit ensemble auquel appartient chacun de ces nombres :

	$x=2$	$x=-5$
$A=5-4x$		
$B=\frac{2 \cdot x + 2}{x - 1}$		

E.2    On considère les deux expressions :

$$A = x^2 - 3x + 1 \quad ; \quad B = -6x^2 + x + 3$$

- Évaluer chacune des deux expressions A et B pour chacun des nombres $x=-1$ et $x=\frac{1}{2}$.
- Compléter le tableau ci-dessous avec les ensembles \mathbb{N} , \mathbb{Z} ou \mathbb{Q} pour indiquer le plus petit ensemble auquel appartient chacun de ces nombres :

	$x=-1$	$x=\frac{1}{2}$
$A=x^2-3x+1$		
$B=-6x^2+x+3$		

2. Ensemble \mathbb{D} et encadrement

E.3   

Définition : un **nombre décimal** est un nombre qui admet une écriture décimale s'écrivant avec un nombre fini de chiffres.

L'ensemble de tous les nombres décimaux se note \mathbb{D} . est l'ensemble formé de tous les nombres décimaux.

- On considère le nombre π dont une valeur approchée est : $\pi \approx 3,14159265$
 - Donner l'encadrement du nombre π au dixième près.
 - Donner l'encadrement du nombre π au millième près.
- On considère le nombre $\sqrt{2}$ dont une valeur approchée est : $\sqrt{2} \approx 1,4142136$
 - Donner l'encadrement du nombre $\sqrt{2}$ au dixième près.
 - Donner l'encadrement du nombre $\sqrt{2}$ au millième près.

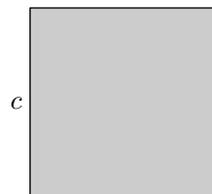
E.4   

- Donner un nombre d appartenant à l'ensemble \mathbb{D} et véri-

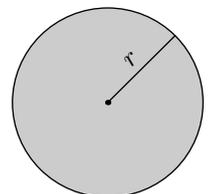
fiant l'encadrement : $\frac{4}{49} < d < \frac{5}{49}$

- Donner un nombre d' tel que $d' \in \mathbb{D}$ et $\sqrt{2} < d' < \sqrt{3}$.

E.5    On considère le carré et le disque ci-dessous :



$$A = c^2$$



$$A = \pi \times r^2$$

- Sachant que l'aire du carré est de 5 m^2 , donner un encadrement, au centième près, de la mesure du côté de ce carré.
- Sachant que l'aire du disque est de 4 m^2 , donner un encadrement, au centième près, de la mesure du rayon du disque.

3. Ensemble \mathbb{Q} et appartenance à \mathbb{D}

E.6   

L'ensemble des nombres rationnels, noté \mathbb{Q} , admettant une expression sous forme de quotient $\frac{a}{b}$ où a et b sont deux entiers relatifs.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Par question, une seule réponse est exacte.

- ① Pour le nombre $\frac{1}{3}$:
- $\frac{1}{3}=0,33$ $\frac{1}{3}=0,34$ $\frac{1}{3}=0,3333$ $\frac{1}{3}=0,3334$
- les réponses précédentes sont fausses.
- ② L'écriture décimale du nombre $\frac{1}{3}$ a sa partie décimale qui est composée de :
- 10 chiffres 100 chiffres 10 000 chiffres

4. Comparaison de quotients

E.8    Sans s'aider de la calculatrice, comparer les quotients suivants :

- a $\frac{6}{5}$ et $\frac{9}{5}$ b $\frac{5}{8}$ et $\frac{5}{9}$
- c $-\frac{7}{3}$ et $-\frac{10}{3}$ d $\frac{10}{27}$ et $\frac{10}{31}$

E.9    Soit n un entier supérieur ou égal à 2, comparer les deux quotients : $\frac{n}{n+1}$ et $\frac{n}{n-1}$.

E.10    ① Effectuer les calculs suivants :

- a $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ b $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ c $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ d $\frac{1}{5} - \frac{1}{6}$

5. Calculs dans \mathbb{Q}

E.13    Calculer et donner le résultat sous forme de fractions simplifiées.

- a $\frac{3}{4} + \frac{2}{6}$ b $\frac{2}{15} + \frac{3}{20}$ c $\frac{5}{12} - \frac{9}{8}$
- d $\frac{5}{6} - \frac{13}{9}$ e $\frac{5}{12} - \frac{2}{15}$ f $\frac{15}{66} - \frac{10}{44}$

E.14    Calculer les fractions suivantes et écrivez-les sous formes irréductibles :

- a $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$ b $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{5}{6}$ c $\frac{5-3 \times 7}{5+9 \times 3}$

E.15    En laissant les étapes de calculs dans votre rédaction, effectuer les calculs ci-dessous en donnant le résultat sous la forme d'une fraction réduite :

- a $\frac{2}{7} + \frac{5}{14}$ b $\frac{3}{4} - \frac{5}{6}$ c $\frac{1}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{2}{4}$ d $\frac{3}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{8}$

E.16    Effectuer les calculs suivants :

les réponses précédentes sont fausses.

③ Pour le nombre $\frac{1}{3}$, on a :

- $\frac{1}{3} \in \mathbb{N}$ $\frac{1}{3} \in \mathbb{Z}$ $\frac{1}{3} \in \mathbb{D}$ $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$

E.7   

① On considère le nombre $x=0,333333$.

L'assertion " $3 \times x = 1$ " est-elle vraie ou fausse ?

② On considère le nombre $y=0,333334$.

L'assertion " $3 \times y = 1$ " est-elle vraie ou fausse ?

③ On considère l'équation : (E) : $3 \times z = 1$.

- a Résoudre l'équation (E) dans \mathbb{Q} .
- b Que peut-on dire de la résolution de l'équation (E) dans \mathbb{D} .

② a Soit m un entier strictement positif, faites une conjecture sur l'écriture de la différence suivante :

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}$$

b Démontrer cette conjecture.

E.11     Pour x un nombre positif. Comparer les nombres :

$$\frac{x}{x+1} ; \frac{x+1}{x+2}$$

E.12   Comparer les quotients suivants :

- a $\frac{3}{\pi}$ et $\frac{5}{-\pi}$ b $\frac{\sqrt{2}}{7}$ et $\frac{\sqrt{2}}{5}$

a $\frac{5}{7} + \frac{1}{7} \times \left(5 + \frac{1}{2}\right)$

b $\frac{\frac{1}{3} + \frac{4}{3}}{\frac{10}{9}}$

c $\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}}{\frac{17}{9} - \frac{1}{3}}$

d $\frac{2}{13} - \frac{5}{13} \div \frac{10}{16}$

E.17    Effectuer les calculs ci-dessous ; attention, on ne peut simplifier une fraction que lorsque son numérateur et son dénominateur sont entièrement déterminés :

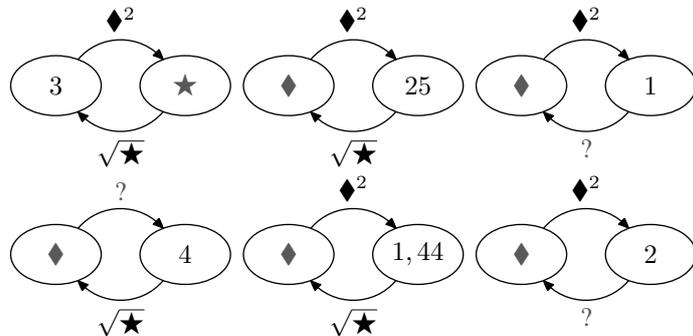
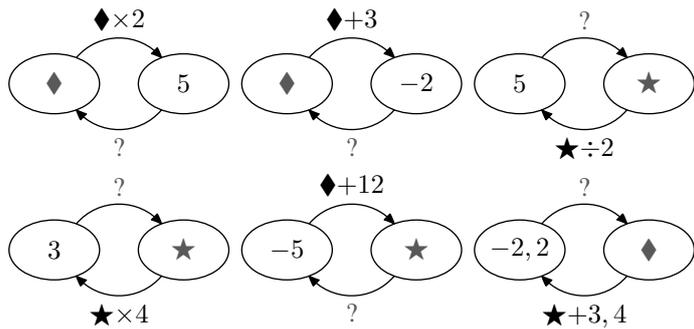
a $\frac{1 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{23}{7}}$

b $\frac{5 - \frac{2-3}{5-9}}{\frac{3+1}{4} + \frac{9-4}{3}}$

c $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}$

6. Nombres irrationnels

E.18    Ci-dessous sont indiqués des “diagrammes commutant”. Retrouver les valeurs manquantes ainsi que les opérations inverses.



7. Ensemble des nombres réels \mathbb{R}

E.19   

Définitions :

On classe les nombres suivants leurs natures :

- Tous les nombres entiers positifs ou nul forment l'ensemble des **nombres naturels** noté \mathbb{N} .
- Tous les nombres entiers (*positifs, nul, négatifs*) forment l'ensemble des **nombres relatifs** noté \mathbb{Z} .
- Tous les nombres admettant une écriture décimale forment l'ensemble des **nombres décimaux** noté \mathbb{D} .
- Tous les nombres admettant une écriture sous la forme d'un quotient de deux entiers forment l'ensemble des **nombres rationnels** noté \mathbb{Q} .
- Tous les nombres existants forment l'ensemble des **nombres réels** noté \mathbb{R} .

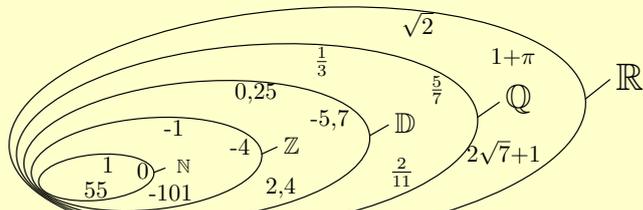
Relier chacun des nombres au plus petit ensemble auquel il appartient :

$\frac{4}{3}$ $\sqrt{2}$ -3 5 $0,6$

\mathbb{N} \mathbb{Z} \mathbb{D} \mathbb{Q} \mathbb{R}

E.20   

Ci-dessous, sont représentés les cinq ensembles de nombres les plus connus : l'ensemble des nombres naturels (\mathbb{N}), l'ensemble des nombres relatifs (\mathbb{Z}), l'ensemble des nombres décimaux (\mathbb{D}), l'ensemble des nombres rationnels (\mathbb{Q}), l'ensemble des nombres réels (\mathbb{R}),



Relier chacun des nombres ci-dessous au plus petit des ensembles auquel il appartient :

$\frac{-3}{2}$ $\frac{-4}{3}$ $\frac{-6}{-2}$ $\frac{\pi}{3}$ $\frac{28}{-7}$

\mathbb{N} \mathbb{Z} \mathbb{D} \mathbb{Q} \mathbb{R}

E.21    Pour chacun des nombres ci-dessous, donner le plus petit ensemble de nombres auquel il appartient :

a) $\frac{-4 + 2 \times 5}{2}$ b) $\frac{-9 + 8}{4}$ c) $\frac{1}{\pi}$ d) $\frac{8 \times 2 - 2}{3}$

E.22    Pour chacun des nombres ci-dessous, déterminer le plus petit ensemble de nombre auquel il appartient :

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{0,3}{2,4}$ d) $\frac{5,1}{1,7}$
 e) $\sqrt{18}$ f) $\sqrt{121}$ g) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$ h) $\sqrt{1,44}$

E.23    Donner la nature de chacun des nombres suivants :

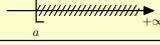
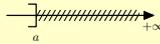
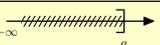
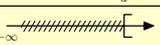
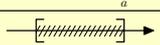
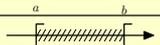
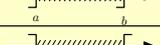
a) $\sqrt{2}$ b) 4×10^{10} c) $\sqrt{6^2 - 3^2}$
 d) $\frac{-5}{2}$ e) $\frac{3 \times 10^5 \times 14 \times 10^{12}}{21 \times 10^4}$ f) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})$

8. Intervalle

E.24   

Définition : On appelle **intervalle** tout sous-ensemble de nombres qui peut être définie par la délimitation d'un ou de deux nombres appelés ses **bornes**.

Voici les différents types d'intervalles et leurs notations :

$[a; +\infty[$	$x \geq a$	l'ensemble des nombres supérieur ou égal à a	
$]a; +\infty[$	$x > a$	l'ensemble des nombres strictement supérieur à a	
$]-\infty; a]$	$x \leq a$	l'ensemble des nombres inférieur ou égal à a	
$]-\infty; a[$	$x < a$	l'ensemble des nombres strictement inférieur	
$[a; b]$	$a \leq x \leq b$	l'ensemble des nombres supérieurs ou égal à a et inférieur ou égal à b	
$[a; b[$	$a \leq x < b$	l'ensemble des nombres supérieurs ou égal à a et strictement inférieur à b	
$]a; b]$	$a < x \leq b$	l'ensemble des nombres strictement supérieurs à a et inférieur ou égal à b	
$]a; b[$	$a < x < b$	l'ensemble des nombres strictement supérieurs à a et strictement inférieur à b	

① Parmi les intervalles ci-dessous, lequel représente l'ensemble des nombres x vérifiant l'encadrement :

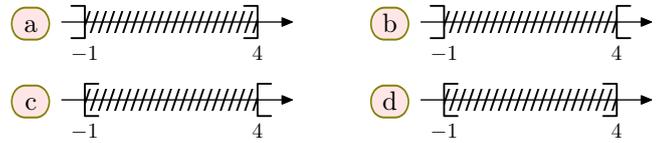
$$-1 \leq x < 4 :$$

- (a) $[-1; 4]$ (b) $] -1; 4]$ (c) $[-1; 4[$ (d) $] -1; 4[$

② Parmi les intervalles donnés ci-dessous, lequel représente l'ensemble des nombres x réalisant l'inégalité $x > 4$:

- (a) $] -\infty; 4[$ (b) $] -\infty; 4]$ (c) $[4; +\infty[$ (d) $]4; +\infty[$

E.25    Quatre ensembles de nombres sont représentés ci-dessous sur une droite graduée :

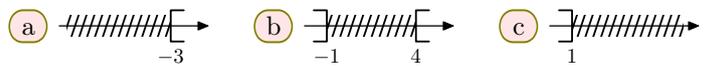


Associer à chacun de ces ensembles de nombres, l'encadrement qui est vérifié par tous les nombres de cet ensemble :

(1) $-1 \leq x \leq 4$ (2) $-1 < x < 4$

(3) $-1 \leq x < 4$ (4) $-1 < x \leq 4$

E.26    Sur chaque droite ci-dessous, est représenté un ensemble de nombres :



Utiliser un intervalle pour décrire chacun de ces ensembles.

9. Intervalle et appartenance

E.27    Compléter à l'aide des symboles \in et \notin :

(a) $3 \dots [0; \frac{5}{2}[$ (b) $0,33 \dots [\frac{1}{3}; 1]$

(c) $-3 \dots [2; 4]$ (d) $1 \dots] -0,2; 3]$

E.28    Compléter les pointillés avec les symboles \in ou \notin :

(a) $\pi \dots]3,14; 5]$ (c) $\sqrt{2} \dots [2; 3]$

(b) $\pi \dots]0,5; 3,1]$ (d) $\pi \dots]3,1; 4]$

(e) $\frac{1}{3} \dots]0; 0,33[$

10. Intervalle et inéquations

E.29    Résoudre les inéquations ci-dessous et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle :

(a) $x + 1 > 0$ (b) $2x \geq 4$

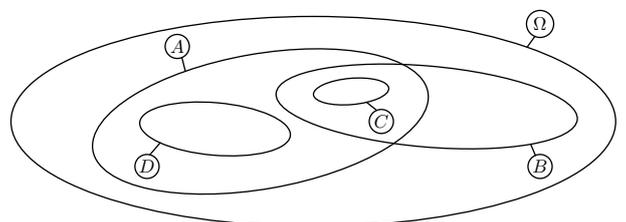
(c) $x + 2 \leq 5$ (d) $3x + 2 < -1$

E.30    Résoudre les inéquations ci-dessous et exprimer leur ensemble de solutions sous la forme d'un intervalle :

(a) $3x + 1 > x + 2$ (b) $2x + 4 \geq 4x - 1$ (c) $5x + 3 \leq 4x$

11. Inclusion d'intervalles

E.31    Ci-dessous est représenté l'univers des issues Ω d'une expérience aléatoire et quatre de ces événements A , B , C et D :



À l'aide du symbole \subset , écrire la relation d'inclusion induite par le diagramme ci-dessus.

E.32    Dire si les inclusions suivantes sont

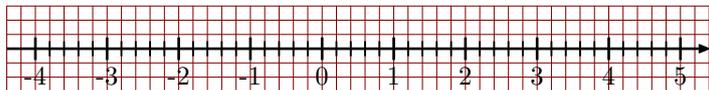
vraies ou fausses :

(a) $]3; \sqrt{17}[\subset]-\infty; 4[$ (b) $[-\frac{2}{3}; \frac{\sqrt{2}}{2}[\subset]-1; \frac{1}{\sqrt{2}}[$

12. Réunion et intersection d'intervalles

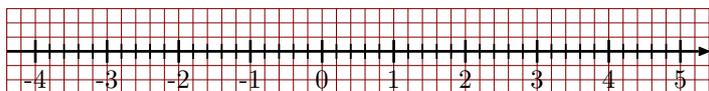
E.33   

1 (a) Représenter, sur la droite graduée ci-dessous, les deux intervalles $[-1; 3]$ et $[0; 4]$:



(b) Donner l'intervalle obtenu par la réunion des intervalles $[-1; 3]$ et $[0; 4]$.

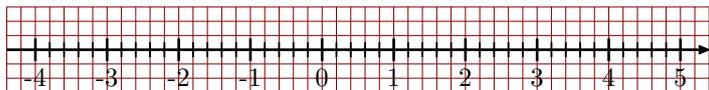
2 (a) Représenter, sur la droite graduée ci-dessous, les deux intervalles $[-3; 1]$ et $[-1; 2]$:



(b) Donner l'intervalle obtenu par l'intersection des intervalles $[-3; 1]$ et $[-1; 2]$.

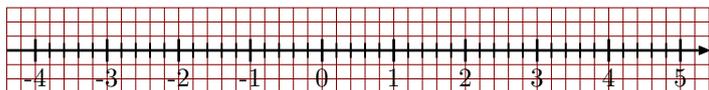
E.34   

1 (a) Représenter, sur la droite graduée ci-dessous, les deux intervalles $]0; 4[$ et $[-2; 5[$:



(b) Donner l'intervalle obtenu par la réunion des intervalles $]0; 4[$ et $[-2; 5[$.

2 (a) Représenter, sur la droite graduée ci-dessous, les deux intervalles $]-2; 0[$ et $[-1; 2]$:



(b) Donner l'intervalle obtenu par l'intersection des intervalles $]-2; 0[$ et $[-1; 2]$.

E.35    Donner l'expression simplifiée de chacun des ensembles ci-dessous :

(a) $[2; 5[\cup [0; 4]$ (b) $]-1; 2] \cap [3; 5]$ (c) $[2; 4[\cap]-1; 3[$

E.36   

1 Donner, si possible, une expression simplifiée des unions d'intervalles suivants :

(a) $[3; 5] \cup [0; 4]$ (b) $[-3; 3] \cup [-2; 2]$ (c) $[-1; 2] \cup [4; 7]$

2 Donner l'expression des intersections d'intervalles :

(a) $[3; 5] \cap [0; 4]$ (b) $[-3; 3] \cap [-2; 2]$ (c) $[-1; 2] \cap [4; 7]$

E.37    Avant d'effectuer l'opération sur les intervalles demandés, représenter chacun des deux intervalles sur une droite graduée, puis donner l'ensemble résultant.

(a) $[2; 5] \cup]-1; 7[$ (b) $]3; +\infty[\cup [0; 3[\cup \{3\}$

(c) $[2; 5] \cap]-1; 7[$ (d) $]-\infty; 3[\cap]3; +\infty[$

E.38    Pour chaque question, représenter l'ensemble obtenu sur une droite graduée, puis donner, si possible, une écriture simplifiée de cet ensemble.

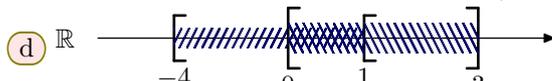
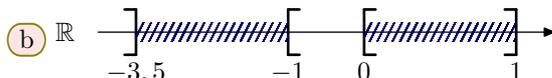
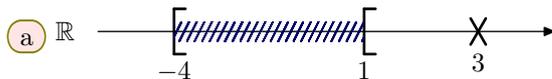
(a) $[-1; 1] \cup [1; 4]$ (b) $[1; 4] \cup [-4; -1]$

(c) $[4; 5] \cap [-1; 4]$ (d) $[-1; 1] \cap [2; 3]$

E.39    Ci-dessous sont représentés des sous-ensembles de \mathbb{R} :

- en hachurant les intervalles constituant ce sous-ensemble ;
- en marquant d'une croix les points isolés lui appartenant.

À l'aide des notations ensemblistes, décrire chacun de ces sous-ensembles :



E.40    Pour chaque question, représenter l'ensemble obtenu sur une droite graduée, puis donner, si possible, une écriture simplifiée de cet ensemble.

(a) $[1; 2] \cup [\frac{3}{2}; \frac{14}{8}]$ (b) $[-2; \frac{5}{4}] \cap [1; 100]$

E.41    Simplifier l'écriture des ensembles suivants :

(a) $]-\infty; 3[\cap [-2; 5[$ (b) $[\frac{5}{2}; \sqrt{10}[\cap [3; \pi[$

(c) $] -\frac{12}{5}; \sqrt{3}[\cup [-\sqrt{3}; \frac{9}{4}[$

E.42    Pour chaque couple d'intervalle, donner l'ensemble résultat de leur intersection et de leur réunion :

(a) $[1; 6[$ et $[3; 8]$ (b) $[-\sqrt{2}; \frac{1}{3}[$ et $] \frac{1}{3}; 5]$

(c) $]-\infty; \pi]$ et $]1; +\infty[$

13. Valeurs absolues

E.43 De manière algébrique, calculer les expressions suivantes :

- a) $|2 - 3|$ b) $|5 + 3|$ c) $|2 \times (4 - 5)|$
d) $|4 \times 2 - 5 \times 7|$ e) $|7 + 2| \times |4 - 6|$ f) $|2 - 3| \times 2$
g) $|5,5| + |-5,5|$ h) $|-5,5| - |4,5|$ i) $|2 \times 3 - 7|$

E.44 Effectuer les calculs suivants :

a) $2 \times \left| 3 \times \frac{1}{4} - 2 \right| + 1$ b) $\frac{|3| + |-3|}{\left| 2 - \frac{1}{3} \right|}$ c) $\left| 2 \times |2 \times 5 - 12| - 7 \right|$

E.45 Effectuer les calculs suivants :

a) $|5 - 4| + |4 - 5|$ b) $\left| 2 \times |3 - 5| + 2 \right| - 5$

14. Centre d'un intervalle et équation

E.46

- 1) Quels sont les points qui sont à une distance de 5 du nombre 3?
2) Résoudre l'équation : $|x - 3| = 5$

E.47 Résoudre les équations suivantes :

a) $|x| = 3$ b) $|x - 2| = 3$ c) $|x - 4| = 7$
d) $|x + 2| = 3$ e) $|x - 4| = 0$ f) $|x - 2| = -1$

15. Centre d'un intervalle et inéquation

E.48

- 1) Résoudre l'équation : $|x - 3| = 5$
2) a) Exprimer, sous forme d'intervalle, l'ensemble des nombres x vérifiant la relation : $|x - 3| \leq 5$
b) Quelle relation peut-on établir entre le nombre 3 et les extrémités de l'intervalle solution obtenu à la question a)?

E.49

- 1) Donner le centre de chacun des intervalles :
a) $[5; 9]$ b) $[-2; 6]$ c) $[0; 4]$

- 2) Compléter les pointillées :

a) $x \in [5; 9] \implies d(x, 7) \leq \dots$
b) $x \in [-2; 6] \implies d(x, \dots) \leq 4$
c) $x \in [0; 4] \implies d(x, \dots) \leq \dots$

E.50 Compléter les pointillés ci-dessous :

a) $|x - 3| \leq 2 \implies x \in [1; \dots]$
b) $|x - 5| \leq 1 \implies x \in [\dots; \dots]$
c) $|x + 1| \leq 2 \implies x \in [\dots; \dots]$

16. Développement illimité

E.51 Déterminer les écritures fractionnaires associées aux développements décimaux illimités suivants :

a) $x = 0,7\overline{1}$ b) $y = 1,2\overline{17}$

E.52

- 1) Donner les écritures fractionnaires des développements décimaux suivants :

$$A = 0,1\overline{7} \quad ; \quad B = 0,784\overline{84}$$

- 2) En justifiant votre démarche, donner le développement illimité du nombre fractionnaire $B = \frac{5}{6}$.

17. Partage

E.53 Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme simplifiée :

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{3}$ b) $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{10} \right) \times \frac{5}{2}$ c) $\frac{\frac{1}{9} + \frac{2}{6}}{\frac{16}{3}}$

Indication : le détail des étapes de calculs sera pris en compte lors de l'évaluation.

18. Exercices non-classés

E.54   

1 Traduire les équations suivantes en termes de distance et donner leurs solutions :

a $|x+2|=5$ b $|x-\pi|=\sqrt{2}$ c $|x-\sqrt{2}|=|x+2\sqrt{2}|$

2 Résoudre les équations suivantes de manière algébrique :

a $|x-3|=1$ b $|x-3|=\sqrt{3}$ c $|2x+1|=|3x-4|$

3 Dans chaque cas, représenter sur une droite graduée les solutions des inéquations suivantes :

a $|x+2|>2$ b $|x-3|\leq 5$ c $|2x+1|>-1$

E.55   Soit a, b, c, d et e cinq nombres distincts deux à deux. On considère les ensembles suivants :

$$A = \{a; c; d\} \quad ; \quad B = \{c; e\} \quad ; \quad C = \{a; d\}$$

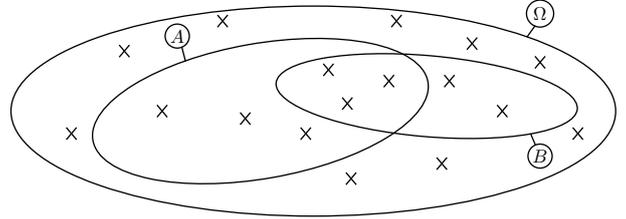
Déterminer l'expression des ensembles suivants :

a $A \cap B$ b $A \cup B$ c $B \cap C$ d $A \cap (B \cap C)$

E.56  

Définition : on appelle cardinal d'un ensemble A le nombre d'éléments composant cet ensemble. On note ce nombre $\text{card}(A)$

On considère Ω l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire et A et B deux événements de cet univers.



1 Donner le nombre d'événements élémentaires composant cette expérience aléatoire.

2 a Déterminer la valeur des nombres suivants : $\text{card}(A)$; $\text{card}(B)$; $\text{card}(A \cup B)$; $\text{card}(A \cap B)$

b Quelle formule retrouve-t-on ?

3 Déterminer la valeur des nombres suivants : $\text{card}(A \cap \bar{B})$; $\text{card}(A \cup \bar{B})$; $\text{card}(\bar{A} \cap \bar{B})$