




Seconde / Identités remarquables

ChingEval : 4 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM




1. Rappels

E.1    Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{2x-1}{3} = 5x+1$

b) $(x+1)(2-x) = (2x-4)(5x-3)$

c) $\frac{x-4}{3} = x-2$

E.2    En utilisant la méthode de votre choix, résoudre les équations suivantes :




a) $3x^2 + x = 0$

b) $(3x+1)^2 = 3x+1$

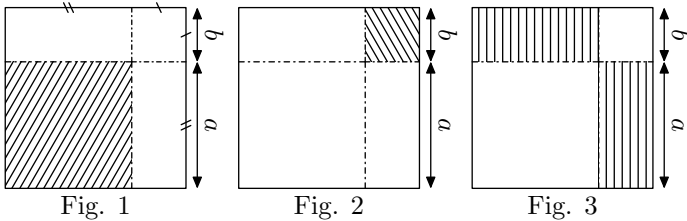
c) $\frac{2x+1}{6} - \frac{1-x}{2} = x$

d) $(2x+1)(3x+4) - (3x+1)(2x+4) = 0$

2. Introduction

E.3    Dans cet exercice, on considère un carré de côté $a+b$ où a et b sont deux nombres réels positifs ($a, b \in]0; +\infty[$).

1) Pour chacune des figures ci-dessous, donner l'aire du domaine hachuré :






2) Parmi les expressions ci-dessous, donner les deux réponses permettant d'exprimer l'aire du carré :

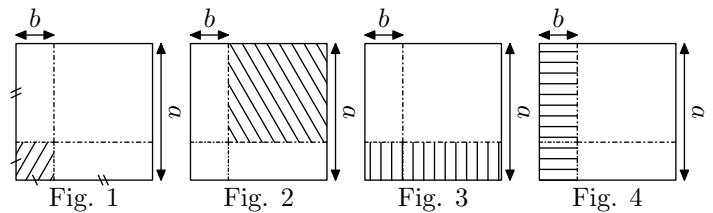
a) $(a+b)^2$

b) $a^2 + b^2$

c) $a^2 + 2ab + b^2$

d) $a^2 - 2ab + b^2$

E.4    Soit a et b deux nombres réels strictement positifs. On considère les quatre représentations d'un même carré de côté a ci-dessous :



1) a) Exprimer à l'aide des nombres a et b l'aire de chacune des parties hachurées.

b) Quelle partie de cette figure admet pour aire l'expression : $(a-b)^2 + 2ab - b^2$

2) Justifier l'identité : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. Développement et identité remarquable

E.5   

1) Établir chacune des identités ci-dessous :

a) $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$

b) $(4x+3)^2 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + 3^2$

2) Établir chacune des identités ci-dessous :

a) $(2x-1)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2$

b) $(3-6x)^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times 6x + (6x)^2$

3) Établir chacune des identités ci-dessous :

a) $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2$

b) $(4x+5)(4x-5) = (4x)^2 - 5^2$



4. Développer une identité remarquable

E.6    Compléter le tableau ci-dessous :

$(a+b)^2$	a	b	a^2	b^2	$2ab$	$a^2 + 2ab + b^2$
$(3x+2)^2$						
$(4x+1)^2$						
$(5x+1)^2$						

E.7    Compléter le tableau ci-dessous :

$(a-b)^2$	a	b	a^2	$2ab$	b^2	$a^2 - 2ab + b^2$
$(x-5)^2$						
$(2x-4)^2$						
$(4x-3)^2$						

E.8    Compléter le tableau ci-dessous :

$(a+b)(a-b)$	a	b	a^2	b^2	$a^2 - b^2$
$(2x+5)(2x-5)$					
$(x+4)(x-4)$					
$(4x+3)(4x-3)$					

E.9    Développer les expressions suivantes :

- a $(x+1)^2$ b $(2x+3)^2$ c $(x+6)^2$
 d $(5x+1)^2$ e $(3x+3)^2$ f $(a+b)^2$

E.10    Développer les expressions suivantes :

- a $(x-2)^2$ b $(x-3)^2$ c $(3x-1)^2$
 d $(5x-1)^2$ e $(3x-2)^2$ f $(a-b)^2$




E.11    Compléter les pointillés ci-dessous afin d'obtenir les identités :

- a $(2x+4)^2 = 4x^2 + 16x + \dots$
 b $(3x+1)^2 = \dots + 6x + 1$
 c $(x-2)^2 = \dots - 4x + 4$
 d $(4+5x)^2 = 16 + 40x + \dots$
 e $(x-3)^2 = x^2 - 6x + \dots$

5. Développer

E.12    Développer les expressions suivantes :

- a $2(3x-1)(2-x)$ b $(2x+3)^2$
 c $(3x-2)(3x+2)$ d $(5x-6)^2$

E.13    Ci-dessous est rappelé le développement des identités remarquables :




$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Utiliser ces identités remarquables pour déterminer par un calcul mental la valeur des calculs ci-dessous :

- a 21^2 b 29^2 c 21×19 d 34×26

6. Factoriser une identité remarquable

E.14    On considère les expressions littérales suivantes :

- a $81x^2 + 80x + 25$ b $4x^2 - 12x + 9$
 c $16x^2 - 32x - 16$ d $36 - 4x^2$

1 Les identités remarquables permettent d'écrire les factorisations suivantes :




- $a^2 + 2 \cdot ab + b^2 = (a+b)^2$
- $a^2 - 2 \cdot ab + b^2 = (a-b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

En identifiant, si possible, chacune des expressions proposées à l'une des identités remarquables, compléter le

tableau ci-dessous :

	a	b	$2 \cdot ab$
a			
b			
c			
d			

2 Parmi les expressions proposées, lesquelles peuvent être factorisées? On donnera alors leur forme factorisée.

E.15    On considère les expressions littérales suivantes :

- (a) $25x^2 + 20x + 4$ (b) $9x^2 + 18x + 9$
 (c) $4x^2 - 12x + 9$ (d) $25x^2 - 16$

1 Les identités remarquables permettent d'effectuer les factorisations suivantes :

- $a^2 + 2 \cdot ab + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2 \cdot ab + b^2 = (a - b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

En identifiant, si possible, chacune des expressions proposées à l'une des identités remarquables, compléter le tableau ci-dessous :

	a	b	2 · ab
(a)			
(b)			
(c)			
(d)			

2 Parmi les expressions proposées, lesquelles sont factorisées? On donnera alors leur forme factorisée.

E.16   

1 Parmi les trois expressions ci-dessous une seule a été obtenue par le développement d'une identité remarquable? Laquelle? Préciser l'expression de départ :




- (a) $4x^2 + 6x + 9$ (b) $4x^2 + 24x + 9$ (c) $4x^2 + 12x + 9$

2 Même question avec les expressions :




- (a) $x^2 - 64x + 64$ (b) $x^2 - 16x + 64$ (c) $x^2 - 8x + 64$

3 Même question avec les expressions :




- (a) $9x^2 + 15x + 25$ (b) $9x^2 + 30x + 25$ (c) $9x^2 + 6x + 25$

E.17    Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :




- (a) $x^2 - 16$ (b) $x^2 - 10x + 25$
 (c) $x^2 - 2x + 1$ (d) $x^2 + 14x + 49$

E.18    Factoriser chacune des expressions suivantes :


- (a) $9x^2 - 12x + 4$ (b) $x^2 + 2x + 1$

E.19    Factoriser, **si possible**, les expressions littérales suivantes :

- (a) $25x^2 - 50x + 25$ (b) $4x^2 + 1$
 (c) $100x^2 + 140x + 49$ (d) $4x^2 + 24x + 9$




E.20    Factoriser les expressions littérales suivantes :

- (a) $x^2 + \frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{9}$ (b) $\frac{1}{4} \cdot x^2 - \frac{1}{9}$
 (c) $\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{15}x + \frac{1}{25}$ (d) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$

E.21    Factoriser les expressions suivantes :

- (a) $-x^2 - 4x - 4$ (b) $-x^2 + 6x - 9$
 (c) $-9x^2 + 12x - 4$ (d) $-25x^2 + 20x - 4$




7. Factorisation: un peu plus loin

E.22    Factoriser les expressions suivantes. Aucune justification particulière n'est demandée :




- (b) $(x + 2)^2 - 9$ (b) $25x^2 - 9 - (5x + 3)(5 - x)$

E.23    Factoriser les expressions suivantes :




- (a) $(2x - 8)(7x + 1) - 16 + x^2$
 (b) $18x^2 - 24x + 8 + (3x - 2)(2 - x)$

E.24    Établir la factorisation suivante :
 $3(2x + 1) + (x - 1)^2 = (x + 2)^2$

8. Equation (facteur commun et identité remarquable)

E.25    On considère l'expression algébrique :
 $B = (5x - 7)^2 - 3^2$

- 1 Déterminer la forme factorisée de l'expression B.
- 2 Trouver une valeur de x pour laquelle B=0.

E.26    Résoudre les équations ci-dessous. Pour cela, utiliser une factorisation pour obtenir une équation produit nul.

- (a) $4x^2 + 12x + 9 = 0$ (b) $x^2 - 10x + 25 = 0$
 (c) $4x^2 - 9 = 0$ (d) $5x^2 + 3x = 0$

E.27    Résoudre les équations suivantes :

- (a) $9x^2 - 12x + 4 = 0$ (b) $x^2 + 5x - 5 = 3x - 6$

E.28    Résoudre les équations :

- (a) $(x + 1)(2x - 3) = 4x^2 - 9$
 (b) $(2x - 3)(5x + 4) = (2x - 3)(3 - 2x)$

E.29    Résoudre les équations suivantes :

- (a) $(x + 1)^2 - (2x - 3)^2 = 0$ (b) $(x + 1)(2x - 3) = x^2 - 1$

9. Expression rationnelle

E.30 🗝️ 🇨🇪 🎒 Établir l'identité suivante : $\frac{x+2}{2x+3} = \frac{(x+2)^2}{(x+1)(2x+3)}$

E.31 🗝️ 🇨🇪 🎒

- Déterminer les valeurs des réels a et b réalisant l'identité : $\frac{2x+3}{x} - \frac{2x+3}{3x+3} = \frac{(ax+b)^2}{x(3x+3)}$
- Déterminer les valeurs des réels c et d réalisant l'identité : $\frac{5x+2}{2x+1} - \frac{3x-2}{3x+1} = \frac{(cx+d)^2}{(2x+1)(3x+1)}$

10. Problèmes

E.32 🗝️ 🇨🇪 🎒 ⚠️ Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Anatole affirme :

“Pour tout nombre entier naturel n , l'expression $n^2 - 24n + 144$ est toujours différente de zéro.”

A-t-il raison ?

E.33 🗝️ 🇨🇪 🎒 Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Aïssa affirme :

“Pour tout nombre entier naturel n , l'expression $2n^2 - 6n + 4$ est toujours le carré d'un entier.”

A-t-il raison ?

E.34 🇨🇪 🎒 Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Thomas affirme :

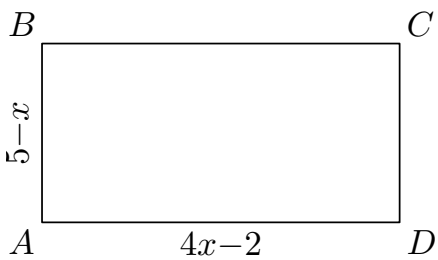
“Pour tout nombre entier naturel n , l'expression $6n^2 - 18n + 16$ est toujours le carré d'un entier.”

A-t-il raison ?

E.35 🗝️ 🇨🇪 🎒

On considère le rectangle $ABCD$ représenté ci-contre dont les dimensions, dépendant d'une valeur indéterminée x , sont $5-x$ et $4x-2$ exprimées en centimètre.

Déterminer les valeurs possibles de x afin que l'aire de $ABCD$, exprimé en cm^2 , soit égale au périmètre de $ABDC$, exprimé en cm .

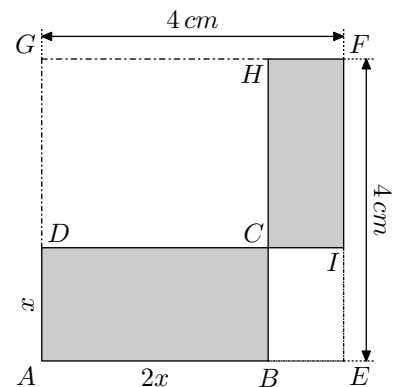


E.36 🗝️ 🇨🇪 🎒 On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = x^2 ; \quad g(x) = 2x - 1$$

- À l'aide de votre calculatrice, donner les abscisses des points d'intersections des deux courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives des fonctions f et g .
- Retrouver le résultat de la question précédente en résolvant l'équation : $x^2 = 2x - 1$
 - Déterminer les coordonnées du point d'intersection des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

E.37 🗝️ 🇨🇪 🎒 On considère la figure ci-dessous grisée et on note son aire \mathcal{A} :






(les mesures sont exprimées en centimètre)

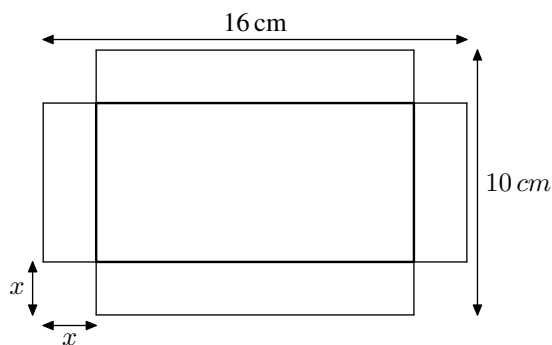
Elle est composée :

- du carré $AEFG$,
- de deux rectangles $ABCD$ et $CIFH$.

Déterminer la ou les valeurs de x afin que l'aire \mathcal{A} ait pour valeur $7 cm^2$

Toute trace de recherche ou de prise d'initiative sera prise en compte dans l'évaluation.

E.38    On veut réaliser, dans le patron ci-dessous une boîte rectangulaire sans couvercle. Les longueurs sont exprimées en cm .



1 a Lorsque la boîte sera construite, le nombre x

représentera quelle dimension? La longueur, la largeur ou la hauteur?




- b) Quelles valeurs peuvent prendre la variable x dans ce problème?
- c) Donner l'expression du volume \mathcal{V} en fonction de la valeur de x .

2 Dans cette question, nous cherchons pour quelles valeurs de " x ", cette boîte possède un volume égal à 144 cm^3 :

- a) Déterminer la valeur des réels de a et de b vérifiant la factorisation suivante:

$$4x^3 - 52x^2 + 160x - 144 = (a \cdot x + b)(2x - 4)^2$$
- b) En déduire les valeurs de x pour lesquelles $\mathcal{V}(x)$ a pour valeur 144.

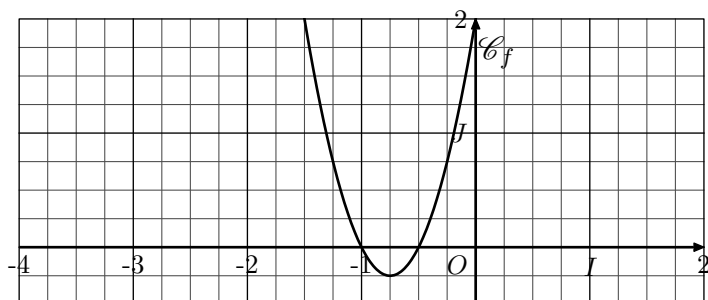
11. Etude de fonctions et identités remarquables

E.39    On considère les deux fonctions f et g définies par:




$$f(x) = -2x - 2 \quad ; \quad g(x) = 4x^2 + 6x + 2$$

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormal, on note respectivement \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les courbes représentatives des fonctions f et g .

La courbe \mathcal{C}_g est donnée ci-dessous:

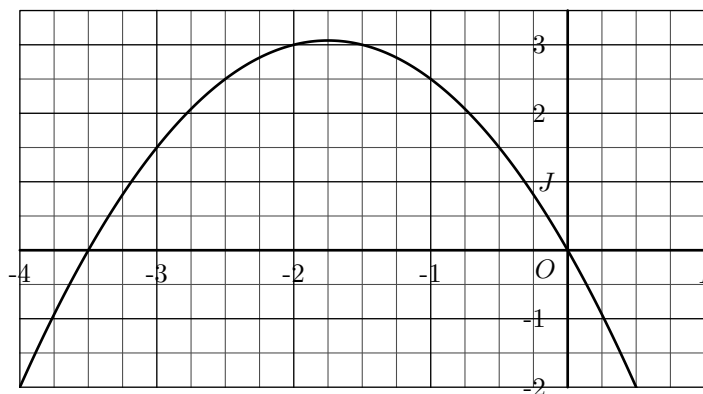


- 1 Résoudre l'équation: $f(x) = g(x)$
- 2 Donner, s'ils existent, les coordonnées des points d'intersection des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

E.40    On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(4x + 7)(x + 2) + x^2 + 4x + 7$$

Dans le repère $(O; I; J)$ orthogonal ci-dessous sont représentés la courbe \mathcal{C}_f de la fonction f :






- 1 Répondre graphiquement aux questions suivantes:
 - a) Déterminer l'image du nombre -3 par la fonction f . Justifier votre réponse.
 - b) Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 0 par la fonction f . Justifier votre réponse.
- 2 a) Développer l'expression:

$$-\frac{1}{2}(4x + 7)(x + 2) + x^2 + 4x + 7$$
 - b) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation:

$$f(x) = 0.$$
- 3 a) Factoriser l'expression $x^2 + 4x + 4$.
 - b) En déduire la factorisation de l'expression:

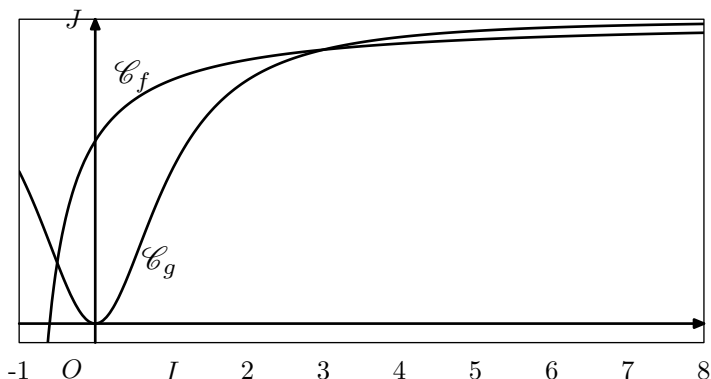
$$\left(-2x - \frac{7}{2}\right)(x + 2) + x^2 + 4x + 4$$
 - c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation:

$$f(x) = 3$$

E.41    On considère les deux fonctions f et g définies sur $] -1; +\infty[$ dont les images d'un nombre x sont définies par les relations :

$$f(x) = \frac{5x+3}{5x+5} \quad ; \quad g(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$$

Dans le repère $(O; I; J)$, sont tracés les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives des fonctions f et g :



① Établir l'égalité suivante :

$$g(x) - f(x) = \frac{2x^2 - 5x - 3}{(x^2 + 1)(5x + 5)}$$




② a) Justifier que 3 est une solution de l'équation : $f(x) = g(x)$.

b) Déterminer les valeurs des réels a et b vérifiant l'égalité suivante :





$$2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(ax + b)$$

③ En déduire l'ensemble des solutions de l'équation : $f(x) = g(x)$

12. Identités remarquable et racine carrées

E.42    Développer les calculs ci-dessous et donner leurs résultats sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a, b, c sont des entiers avec c le plus petit possible :




a) $(3 - \sqrt{2})^2$ b) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

E.43     On considère l'expression :

$$E = (\sqrt{7}+1)^2 + (\sqrt{7}-1)^2$$

① Après avoir développé les carrés, montrer que E est un nombre entier.

② En déduire la nature d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement, en centimètres, $\sqrt{7}+1$, $\sqrt{7}-1$ et 4 ; justifier votre réponse.

E.44    Soit a et b deux nombres tels que $a \geq 0$ et $b \geq 0$:

① Développer : $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$

② Quel est le signe de : $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$

③ En déduire : $a+b \geq 2\sqrt{a \times b}$

E.45   

① a) Établir l'égalité suivante : $(1-2\sqrt{2})^2 = 9-4\sqrt{2}$

b) En déduire une expression simplifiée de $\sqrt{9-4\sqrt{2}}$.

② Démontrer l'égalité suivante : $\sqrt{37+12\sqrt{7}} = 3+2\sqrt{7}$

13. Systèmes d'équations non-linéaires et identités remarquables




E.46   

① Résoudre le système :
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x \times y = 1 \end{cases}$$

② Résoudre le système :
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x \times y = 2 \end{cases}$$

③ Résoudre le système :
$$\begin{cases} x + 3y = -6 \\ x \times y = 3 \end{cases}$$

14. Partage

E.47    Factoriser chacune des expressions suivantes :

a) $49x^2 - 42x + 9$ b) $16x^2 - 1$

c) $(5x+2)(3-2x) - (5x+2)(x+1)$

d) $(9x-4)^2 - (9x-4)$

15. Exercices non-classés

E.48   

Dans cet exercice, nous établissons l'identité de Brahmagupta

Pour tous nombres réels a, b, c, d , établir l'identité ci-dessous :

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$$

E.49   

Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $(x + 1)^2$ b) $(2 - \sqrt{2}x)(2 + \sqrt{2}x)$

Factoriser les expressions suivantes :

c) $9x^2 - 12x + 4$ d) $2x^2 - 1$

Résoudre l'équation suivante :

e) $(x - 1)(2x + 5) = 0$