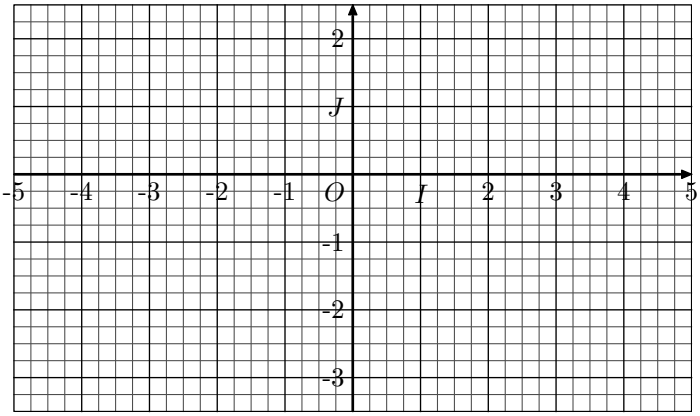
Seconde / Milieu d'un segment et norme d'un vecteur

ChingQuizz : 5 exercices disponibles pour l'´evaluation par QCM :

1. Autour de la longueur

E.1 On considère le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ représenté ci-dessous :



1 a Placer les points A et B de coordonnées :
$A(-3{,}5\,;-2{,}5)$; $B(1{,}5\,;-2{,}5)$

b Donner, graphiquement, la longueur du segment $[AB]$.

2 a Placer les points D et C de coordonnées :
$C(3{,}5\,;-3)$; $D(3{,}5\,;1)$

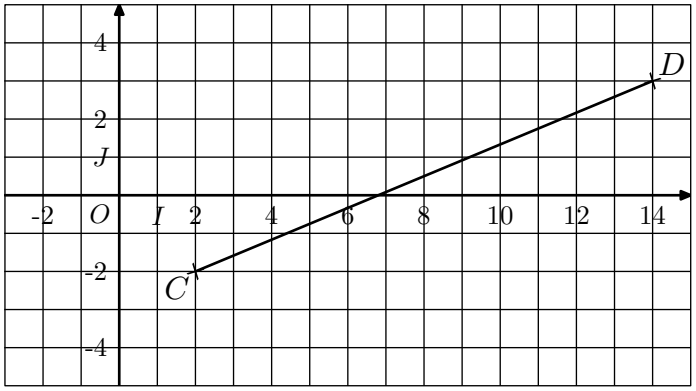
b Donner, graphiquement, la longueur du segment $[CD]$.

3 a Placer les points E et F de coordonnées :
$E(-4\,;-2)$; $F(1\,;2)$

b Donner la mesure exacte du segment $[EF]$.

Toutes traces de recherche ou de prise d'initiative seront prises en compte dans l'évaluation de l'exercice

E.2 On considère le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé ci-dessous :



1 Le but de cette question est de déterminer la longueur du segment $[CD]$:

a Donner les coordonnées des points C et D.

b Placer le point $E(14\,;-2)$. Quelle est la nature du triangle CDE?

c Donner les mesures des segments $[CE]$ et $[ED]$.

d À l'aide du théorème de Pythagore, déterminer la longueur du segment $[CD]$.

2 Placer les points $F(-2\,;4)$ et $G(13\,;-4)$ dans le repère. Par une démarche similaire, montrer que : $FG=17$

3 Soient A et B deux points quelconques du plan de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$.

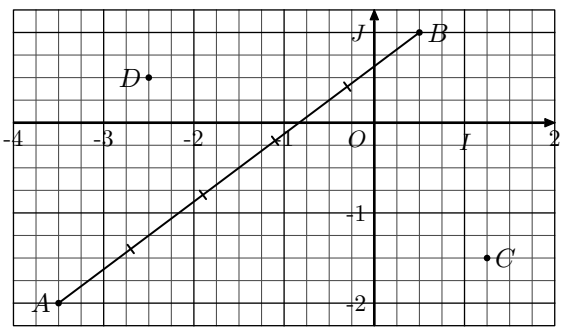
Justifier que la distance AB en fonction de x_A, x_B, y_A et y_B s'exprime par :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

4 Utiliser la formule pour établir que : $CG=\sqrt{125}$

2. Calcul de longueurs

E.3 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les six points représentés ci-dessous :



1 Donner la mesure, en centimètre, de l'unité du repère.

2 a Le segment $[AB]$ a été subdivisé en 5 parties égales. Vérifier que le segment $[AB]$ mesure 5 unités.

b Par lecture graphique, compléter les pointillés ci-dessous :

$x_A = \dots$; $y_A = \dots$; $x_B = \dots$; $y_B = \dots$

c Donner la valeur de l'expression ci-dessous :

$$\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Proposition : on considère le plan muni d'un repère orthonormé et $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$. La distance AB a pour valeur : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

2 a Compléter les pointillés afin d'obtenir l'expression donnant la mesure du segment $[CD]$:

$$CD = \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2}$$

b Donner la mesure du segment $[CD]$.

E.4 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les deux points :

$E(-1\,;-2)$; $F(2{,}5\,;-1{,}5)$.

Déterminer la longueur EF.

E.5 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les deux points A et B dont les coordonnées sont :

$$A\left(\frac{11}{3}\,;3\right) \quad ; \quad B\left(\frac{5}{3}\,;\frac{3}{2}\right)$$

Déterminer la mesure du segment $[AB]$.

3. Normes de vecteurs

E.6

Proposition : dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère un vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\vec{u}\,(x\,;y)$. La norme du vecteur $\vec{u}$ a pour valeur : $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Dans le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

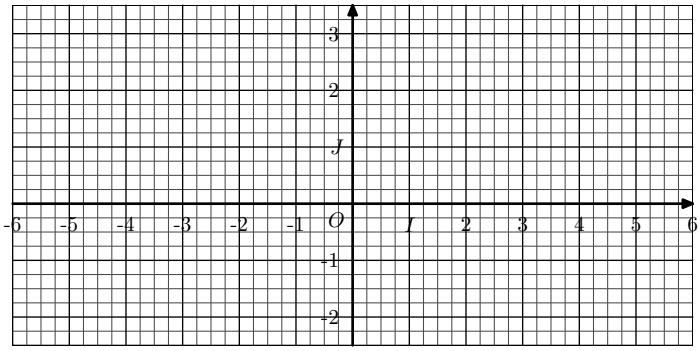
$A(-3\,;-2)$; $B(2\,;0)$; $C(-1\,;3)$

1 a Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b En déduire que : $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{29}$

2 Déterminer la norme $\|\overrightarrow{AC}\|$.

3 a Placer les points A, B et C dans le repère ci-dessus :



b Justifier que le triangle ABC est isocèle en A.

E.7

Proposition : dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère un vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\vec{u}\,(x\,;y)$. La norme du vecteur $\vec{u}$ a pour valeur : $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les quatre points :

$A(-10\,;-5)$; $B(-3\,;3)$; $C(14\,;2)$; $D(17\,;18)$

1 Déterminer $\|\overrightarrow{AC}\|$ et $\|\overrightarrow{BD}\|$.

2 a Donner au moins 2 méthodes permettant de justifier que le quadrilatère $ABCD$ n'est pas un rectangle.

b Établir que le quadrilatère $ABCD$ n'est pas un rectangle.

4. Longueur, triangle et quadrilatère

E.8 On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$. On considère les trois points :

$A(1\,;2)$; $B(2\,;-1)$; $C(-2\,;1)$

Démontrer que le triangle ABC est isocèle en A.

E.9 Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points A, B, C de coordonnées respectives :

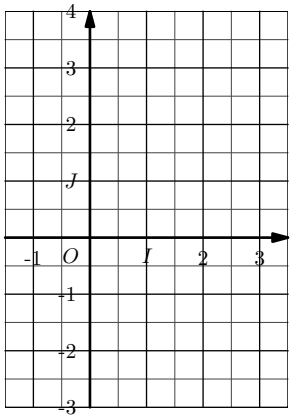
$$A(-1\,;-1) \quad ; \quad B(2\,;3) \quad ; \quad C\left(\frac{9}{2}\,;-2\right).$$

Montrer que le triangle ABC est isocèle en C.

E.10

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ les trois points :

$A(3\,;1)$; $B(1\,;2)$; $C(-1\,;-2)$



1. Placer les points A, B et C dans le repère ci-dessus.
2. Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle. On précisera le sommet de son angle droit.

E.11 On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$. On considère les trois points suivants :

$D(-3\,;-1)$; $E(-2\,;-2)$; $F(0\,;2)$

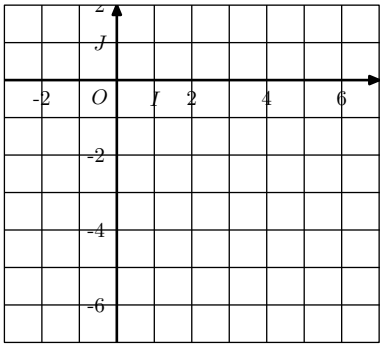
Démontrer que le triangle DEF est rectangle en D.

E.12

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et les quatre points A, B, C, D de coordonnées respectives :

$A(-2\,;-3)$; $B(0\,;1)$

$C(6\,;-2)$; $D(4\,;-6)$.



1. Placer ces quatre points dans le repère ci-dessous :
2. a. Déterminer les mesures exactes des quatre côtés du quadrilatère $ABCD$.
   b. Établir que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
3. Démontrer que $ABCD$ est un rectangle.

5. *Longueur et géométrie*

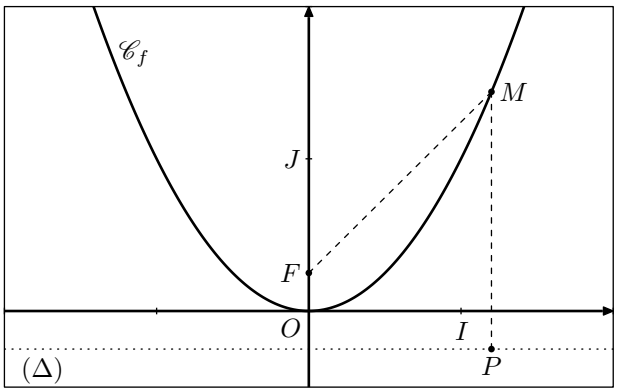
E.13 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(3\,;2)$ et de rayon 5.

1. Parmi les points $B(6\,;6)$ et $C(2\,;7)$, lesquels appartiennent au cercle $\mathscr{C}$:
2. Représenter cette configuration afin de vérifier vos réponses.

E.14 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(-3\,;-2)$ et de rayon 5, le cercle $\mathscr{C}'$ de centre $B(4\,;1)$ et de rayon 3 et le point C de coordonnées $C(1\,;1)$.

1. a. Montrer que le point C appartient aux cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.
   b. Montrer que le point $D\left(\dfrac{56}{29}\,;-\dfrac{34}{29}\right)$ est le second point d'intersection des cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.
2. Justifier que le triangle ABC n'est pas un triangle rectangle.

E.15 Dans le plan muni d'un repère $(O\ I\,;J)$, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction carrée, la droite d'équation $y=-\dfrac{1}{4}$ et le point $F\left(0\,;\dfrac{1}{4}\right)$.

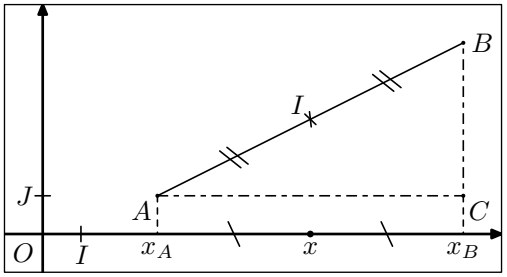


Montrer que tout point M de la courbe $\mathscr{C}_f$ est équidistant du point F et de la droite (Δ).

Indication : on note P le projeté orthogonal du point M sur la droite Δ.

6. *Introduction au milieu d'un segment*

E.16 On considère le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ et deux points A et B de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$.



On note I le milieu du segment $[AB]$. Sur l'axe des abscisses,

le point d'abscisse x est le milieu des deux points d'abscisses x_A et x_B.

Le but de cet exercice est de déterminer les coordonnées du point I en fonction des coordonnées de celles des points A et B.

1 a Justifier l'égalité suivante : $x - x_A = x_B - x$

b Déduire de l'égalité précédente, la valeur de x en fonction de x_A et x_B.

2 Justifier que le point I a pour abscisse $\frac{x_A + x_B}{2}$.

3 En déduire que le point I a les coordonnées suivantes :

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

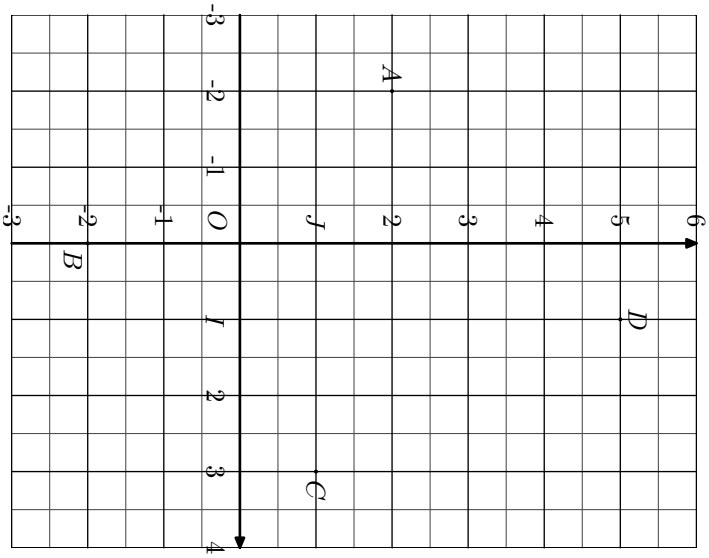
7. Milieu d'un segment

E.17

Proposition : dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$. Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

On considère le plan muni du repère orthonormé $(O ; I ; J)$ et des quatre points A, B, C et D indiqués ci-dessous :



1 Donner les coordonnées des points A, B, C.

2 a Soit K le milieu du segment $[AC]$, déterminer les coordonnées de K.

b Soit L le milieu de $[BD]$, déterminer les coordonnées du point L.

3 En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

E.18 Dans le plan muni d'un repère $(O ; I ; J)$ orthonormé, on considère le cercle $\mathscr{C}$ et deux points $A(2 ; 1)$ et $B(10 ; 7)$ diamétralement opposés sur le cercle $\mathscr{C}$.

Déterminer les coordonnées du point I centre du cercle $\mathscr{C}$ et la mesure du rayon du cercle.

E.19 Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points :

$$A\left(\frac{1}{2} ; -\frac{3}{2}\right) \ ; \ B(-2 ; 0) \ ; \ C\left(-\frac{1}{3} ; \frac{15}{7}\right) \ ; \ D\left(\frac{13}{6} ; \frac{9}{14}\right)$$

Établir que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

E.20

Proposition : soit $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points du plan muni d'un repère orthonormal. Le milieu M du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Dans le plan muni d'un repère, on considère les quatre points :

$$A(-3 ; 4) \ ; \ B(6 ; 1) \ ; \ C(1 ; 0) \ ; \ D(-8 ; 3)$$

1 Déterminer les coordonnées des points M et N, milieux respectifs des segments $[AC]$ et $[BD]$.

2 Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

8. Longueur et milieu

E.21 Dans le plan muni d'un repère $(O ; I ; J)$ orthonormé, on considère les trois points :

$$A(2,4 ; 2) \ ; \ B(1,4 ; -3) \ ; \ C(3 ; -2,8)$$

1 Déterminer la mesure du segment $[AB]$.

2 On admet les mesures suivantes :

$$BC = \sqrt{2,6} \ ; \ AC = \sqrt{23,4}$$

Justifier que le triangle ABC est un triangle rectangle.

3 On considère le point $D(0,8 ; 1,8)$. Montrer que le quadrilatère $ACBD$ est un rectangle.

E.22 Dans un repère $(O ; I ; J)$ orthonormé, on considère les deux points : $A(1 ; 2)$; $B(1 ; -3)$; $C(3,4 ; 0,2)$

1 Justifier que la droite (AB) est parallèle à l'axe des ordonnées.

On admet les mesures suivantes : $AB = 5$; $AC = 3$

2 Établir que le triangle ABC est rectangle en C.

3 Déterminer les coordonnées du milieu du segment $[BC]$.

E.23 Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les trois points :

$A(5\,;-2)$; $B(-1\,;3)$; $C(2{,}2\,;4{,}9)$

1. Déterminer la longueur du segment $[AB]$.
2. Déterminer les coordonnées du milieu K du segment $[BC]$.

E.24 On considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :

$A(-4\,;-1)$; $B(-3\,;-4)$; $C(3\,;-2)$; $D(2\,;1)$

Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

E.25 *On considère un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$. L'unité choisie est le centimètre .*

1. Placer les points :

$A(2\,;2)$; $B(-4\,;5)$; $C(-4\,;-2)$

2. a. Montrer que AC est égale à $\sqrt{52}\,cm$.
   b. Le triangle ABC est-il isocèle en C? Justifier.
3. a. Déterminer les coordonnées du milieu K de $[AB]$.
   b. La droite (CK) est-elle la médiatrice du segment $[AB]$? Justifier.

E.26

1. Dans un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, placer les points :

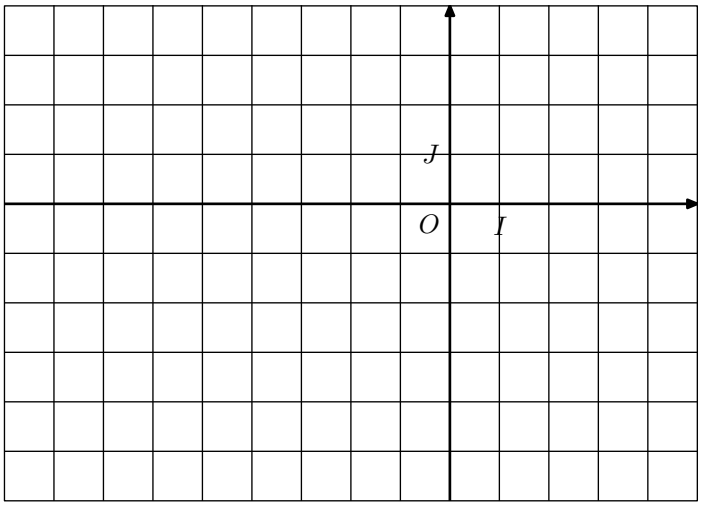
$A(-3\,;1)$; $B\left(-\frac{3}{2}\,;\frac{5}{2}\right)$; $C(3\,;-2)$; $D\left(\frac{3}{2}\,;-\frac{7}{2}\right)$

2. Montrer que : $AC=\sqrt{45}$.
3. Démontrer que ABC est un triangle rectangle en B.
4. Établir que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

9. *Milieu et recherche des coordonnées d'un point*

E.27 On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et les points suivants déterminés par leurs coordonnées :

$A(-4\,;1)$; $B(1\,;3)$; $C(-2\,;-3)$.



1. Placer sur le repère ci-dessus les points A, B, C.
2. Déterminer les coordonnées du point K milieu du segment $[AC]$.
3. Cherchons les coordonnées du point $D(x_D\,;y_D)$ afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme :
   a. Justifier que les coordonnées du point D doivent vérifier les deux égalités suivantes :
   $\frac{1+x_D}{2}=-3$; $\frac{3+y_D}{2}=-1$
   b. Déduire des égalités suivantes les coordonnées du point D ; puis, placer ce point dans le repère.

E.28 Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ du plan, on considère les points :

$A(3\,;1)$; $B(-4\,;2)$; $C(-1\,;4)$

1. On considère le point D image du point C par la symétrie de centre B.

   Déterminer les coordonnées du point D.
2. Soit E le point du plan tel que les segments $[AC]$ et $[BE]$ aient même milieu.
   Déterminer les coordonnées du point E.

E.29 Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

$A(2\,;1)$; $B(-3\,;-1)$; $C(1\,;-3)$

1. Déterminer la mesure de la longueur AB.
2. On note K le milieu du segment $[AC]$. Déterminer les coordonnées du point K.
3. Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

E.30 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points :

$A(3{,}25\,;-1{,}5)$; $B(1\,;1{,}5)$; $C(4\,;-0{,}75)$

1. Montrer que le triangle ABC est isocèle en B.
2. On admet que le segment $[AC]$ admet pour milieu le point $K(3{,}625\,;-1{,}125)$
   a. Déterminer les coordonnées du point D afin que le segment $[BD]$ admette le point K pour milieu.
   b. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$ en justifiant votre réponse.

10. *Relations entre quadrilatères*

E.31

Remarque : les relations entre les quadrilatères particuliers sont disponibles dans le document ci-joint :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et les points :

$A(-2\,;3)$; $B(4\,;5)$; $D(-1\,;0)$

1. Déterminer les coordonnées de l'unique point C du plan afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.
2. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

E.32 On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et les points :

$A(-2\,;3)$; $B(4\,;5)$; $E(2\,;1)$; $F(0\,;7)$

1. Démontrer que le quadrilatère $AEBF$ est un parallélogramme.
2. Démontrer que le parallélogramme $AEBF$ est un losange.
3. Démontrer que le losange $AEBF$ est un carré.

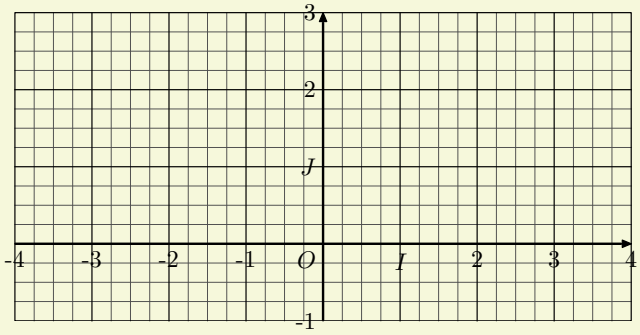
E.33 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormal, on considère les quatre points A, B, C, D dont les coordonnées sont :

$A(-2\,;1)$; $B(2{,}5\,;-0{,}5)$; $C(3\,;1)$; $D(-1{,}5\,;2{,}5)$

On admet que : $AC = 5$.

1. Démontrer que le milieu I du segment $[BD]$ a pour coordonnées : $I(0{,}5\,;1)$
2. Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
3. Démontrer que le parallélogramme $ABCD$ est un rectangle.

Remarque : le repère ci-dessous pourra vous aider à vérifier vos résultats :



E.34 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé. On considère les quatre points :

$A(3\,;2)$; $B(9\,;5)$; $C(1\,;6)$

1. Déterminer les coordonnées du point D afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.
2. On considère le point $E(7\,;9)$. Démontrer que le quadrilatère $ABEC$ est un rectangle.

E.35 On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$. On considère alors les deux points A, B et le vecteur $\vec{u}$ définis par :

$A(0\,;-4)$; $B(2\,;4)$; $\vec{u}(-6\,;10)$

On définit le point C comme l'image du point A par la translation du vecteur $\vec{u}$.

1. Justifier que le point C a pour coordonnées $(-6\,;6)$.
2. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

On admet les mesures : $AB = 2\sqrt{17}$; $AC = 2\sqrt{34}$

3. Déterminer la nature du quadrilatère $ABCD$.

11. *Repérage et vecteur : géométrie analytique*

E.36 Dans un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ d'unité le centimètre, placer les points suivants :

$A(6\,;5)$; $B(2\,;-3)$; $C(-4\,;0)$

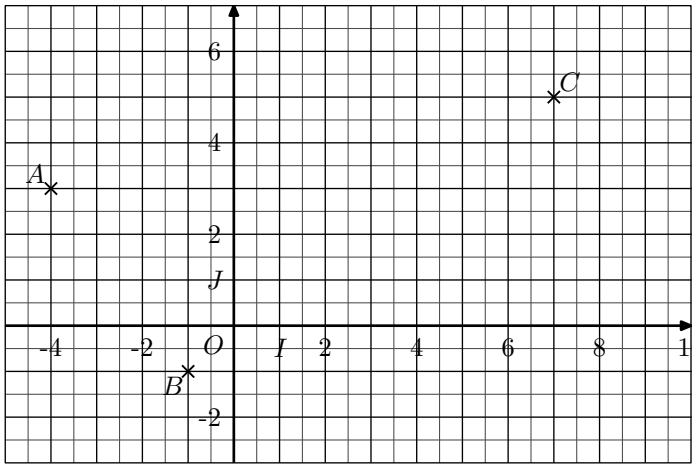
1. Montrer que : $AB = \sqrt{80}$.

On donne les informations supplémentaires :

$AC = \sqrt{125}$; $BC = \sqrt{45}$.

2. En déduire la nature du triangle ABC. Justifier la réponse.
3. Calculer l'aire du triangle ABC en cm^2.
4. On considère le cercle circonscrit au triangle ABC.
   a. Préciser la position de son centre appelé K et la longueur de son rayon. Justifier. Placer K.
   b. Calculer les coordonnées de K.
5. a. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   b. En déduire les coordonnées du point D tel que $ACBD$ soit un parallélogramme.
   c. Placer le point D.

E.37 Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.



On considère les coordonnées des points suivants :

$A(-4\,;3)$; $B(-1\,;-1)$; $C(7\,;5)$

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$, puis calculer la longueur du segment $[AB]$.

Pour la suite du problème, on admettra que :

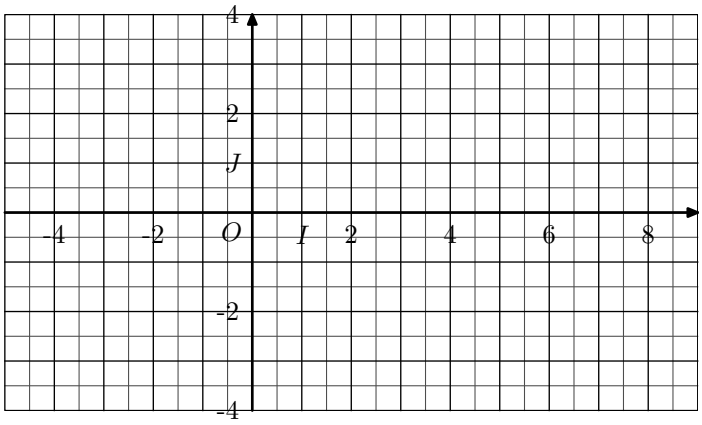
$BC = 10$; $AC = \sqrt{125}$

2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
3. Calculer les coordonnées du milieu M de $[AC]$ et placer le point M sur la figure ci-dessus.
4. Démontrer que : $MB = MC$.
5. Soit N l'image du point M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   a. Quelle relation vectorielle vérifie le point N?
   b. En déduire, par le calcul, les coordonnées du point N.
   c. Placer le point N dans le repère.
6. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{MC}$ sont égaux.
7. Démontrer que le quadrilatère $BMCN$ est un losange.
8. Démontrer que le triangle ABC et le losange $BMCN$ ont la même aire.

E.38 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé dont l'unité est le centimètre.

1. Tracer un tel repère et tout au long de l'exercice, compléter votre représentation.
2. Placer les points : $M(1\,;3)$; $N(-1\,;5)$; $P(-3\,;1)$
3. Établir les égalités suivantes :
   $MN = \sqrt{8}$; $NP = MP = \sqrt{20}$.
4. En déduire la nature du triangle MNP.
5. Soit A le milieu de $[MN]$. Montrer, sans calcul, que le triangle APN est rectangle.
6. Calculer les coordonnées de A.
7. Construire le point R tel que : $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{PN}$
8. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{PN}$.
9. Déduire des questions 6 et 7 les coordonnées du point R.

E.39 On considère muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ dont la représentation est donnée ci-dessous :



On considère les trois points suivants :

$A(-4\,;3)$; $B(3\,;2)$; $C(1\,;-2)$

Partie A

1. Placer les points A, B, C dans le repère $(O\,;I\,;J)$.
2. a. Calculer AB.
   b. On admet que le calcul donne :
   $AC = \sqrt{50}$; $BC = \sqrt{20}$.
   Que peut-on en déduire pour le triangle ABC?
3. Soit H le milieu du segment $[BC]$. Vérifier par le calcul que H a pour coordonnées $(2\,;0)$.
4. Justifier que la droite (AH) est une hauteur du triangle ABC.
5. a. Prouver que : $AH = \sqrt{45}$.
   b. Calculer l'aire du triangle ABC

Partie B

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
2. Le point D est l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   a. Placer le point D.
   b. Montrer par le calcul que D a pour coordonnées $(8\,;-3)$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ACDB$? Justifier.

E.40 *Aucune représentation graphique n'est exigée pour la résolution de cet exercice.*

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère les points :

$A(-3\,;2)$; $B(0\,;4)$; $C(-1\,;-1)$.

1. a. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$
   b. Déterminer les coordonnées du point D afin que le quadrilatère $ABDC$ soit un parallélogramme.
2. a. Déterminer la longueur du segment $[AB]$?
   b. Déterminer les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.

12. *Utilisation de coordonnées non-rationnelle*

E.41 Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points :

$$A\left(\sqrt{3}-2\,;\sqrt{3}-\frac{17}{4}\right) \quad ; \quad B\left(\sqrt{3}+4\,;\sqrt{3}+\frac{1}{4}\right)$$

$$C\left(1-8\sqrt{3}\,;-2+13\sqrt{3}\right)$$

On admet que le triangle ABC est isocèle en C.

1. Déterminer la longueur du segment $[AB]$.
2. Déterminer les coordonnées du milieu du segment $[AB]$.
3. Montrer que l'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABC a pour valeur : $\mathcal{A}=\dfrac{225}{4}\cdot\sqrt{3}$

E.42 Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les trois points suivants :

$$A(-5\,;-4) \quad ; \quad B(3\,;-2) \quad ; \quad C\left(-\sqrt{3}-1\,;4\sqrt{3}-3\right)$$

Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.

E.43 On considère le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé. On considère les trois points suivants :

$$A\left(-\frac{5}{3}\,;1\right) \quad ; \quad B(-2\,;1) \quad ; \quad C\left(-\frac{11}{6}\,;1-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)$$

1. Démontrer que : $AC=\dfrac{1}{3}$.
2. Démontrer que ABC est un triangle équilatéral.

E.44 On considère le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé. On considère les trois points suivants :

$$A(-5\,;2) \quad ; \quad B(1\,;0) \quad ; \quad C\left(-\sqrt{3}-2\,;1-3\sqrt{3}\right)$$

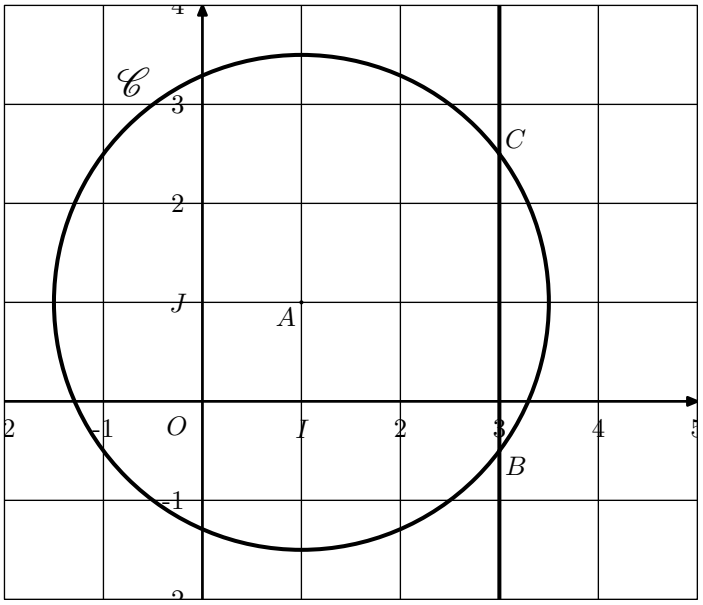
1. Établir l'égalité : $AC=\sqrt{40}$.
2. Déterminer la nature du triangle ABC.

E.45 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(-3\,;1)$ et de rayon 2.

Parmi les points $B\left(-\dfrac{7}{5}\,;\dfrac{11}{5}\right)$ et $C\left(-2\,;\sqrt{3}+1\right)$, donner le ou les points appartenant au cercle $\mathscr{C}$.

13. *Recherche de coordonnées et identité remarquable*

E.46 On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.



On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(1\,;1)$ et de diamètre 5. Les points B et C sont les points d'intersection du cercle $\mathscr{C}$ avec la droite d'équation $x=3$.

1. Donner les abscisses des points C et B?
2. Justifier que l'ordonnée y_C du point C vérifie l'égalité suivante : $2^2+(1-y_C)^2=6{,}25$
3. On rappelle la propriété suivante :

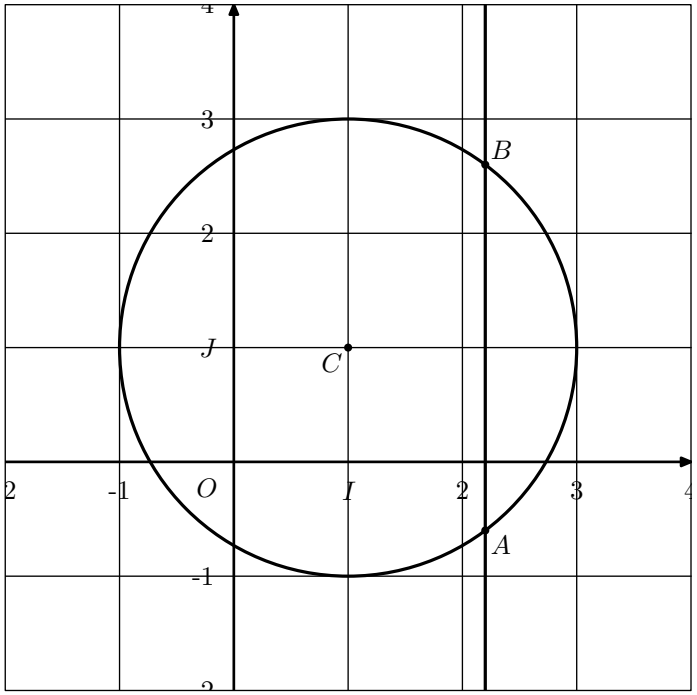
> Si les carrés de nombres sont égaux alors ces deux nombres sont soit égaux, soit opposés.
>
> Qui se traduit par :
> $x^2=y^2 \quad \Longrightarrow \quad (x=y \quad \text{ou} \quad x=-y)$

En déduire les coordonnées des points C et B.

E.47 On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.

On considère les deux points C et B de coordonnées respectives $(1\,;1)$ et $\left(\dfrac{11}{5}\,;\dfrac{13}{5}\right)$ et le cercle $\mathscr{C}$ de centre C et passant par le point B.

On considère la droite parallèle à l'axe des ordonnées et passant par le point B ; elle intercepte une seconde fois le cercle $\mathscr{C}$ au point A.

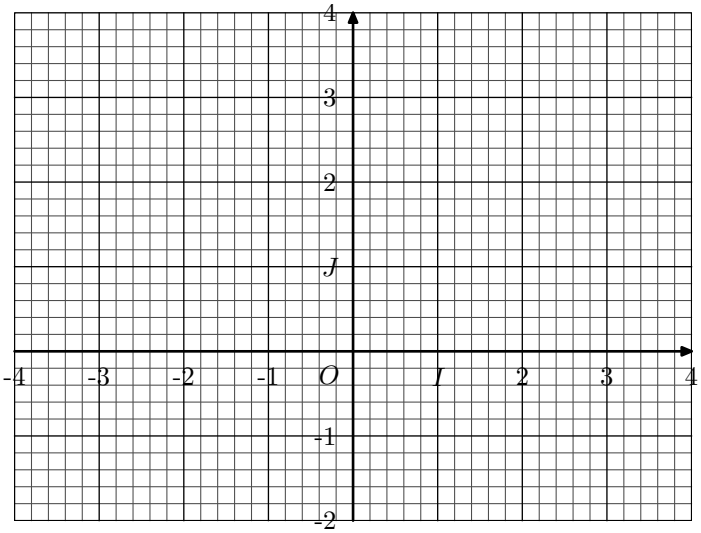


Le but de cet exercice est de déterminer les coordonnées du point A.

1. Déterminer la mesure du rayon du cercle $\mathscr{C}$.
2. Établir que l'ordonnée du point A vérifie l'équation :
$$\left(\frac{6}{5}\right)^2+\left(y_A-1\right)^2=4$$
3. En déduire la valeur de l'ordonnée du point A.

E.48 Dans le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les points A et B :

$$A(3\,;1)\quad ;\quad B\left(\frac{3}{5}\,;-\frac{4}{5}\right)$$



On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon 3.

On complètera le repère au fur et à mesure des questions.

1. Justifier que le point B appartient au cercle $\mathscr{C}$.
2. Déterminer les coordonnées des points du cercle $\mathscr{C}$ ayant $\dfrac{6}{5}$ pour abscisse.
3. Les coordonnées du centre de gravité G d'un triangle ABC sont données par la formule :
$$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\,;\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$$
Déterminer les coordonnées du point C afin que le triangle ABC admette le point J pour centre de gravité.

E.49 On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé.
On considère les trois points suivants définis par leurs coordonnées :

$$A(-5\,;-3)\quad ;\quad B(1\,;-5)\quad ;\quad D(-1\,;1)$$

1. Déterminer la mesure du segment $[AB]$.
2. Déterminer les coordonnées du point K milieu du segment $[AD]$.
3. Soit C un point tel que le triangle ABC soit équilatéral :
   a. Justifier que le point C vérifie chacune de ces deux équations :
   $$\left(x_C+5\right)^2+\left(y_C+3\right)^2=40\quad ;\quad \left(x_C-1\right)^2+\left(y_C+5\right)^2=40$$
   b. En admettant que le point C a pour abscisse $-\sqrt{3}-2$, justifier que son ordonnée y_C vérifie le système d'équation suivant :
   $$\begin{cases} {y_C}^2+6y_C+21-6\sqrt{3}=40\\ {y_C}^2+10y_C+37+6\sqrt{6}=40\end{cases}$$
   c. En déduire les coordonnées du point C.
4. Déterminer les coordonnées du point M tel que le quadrilatère $ABDM$ soit un parallélogramme.

14. *Exercices non-classés*

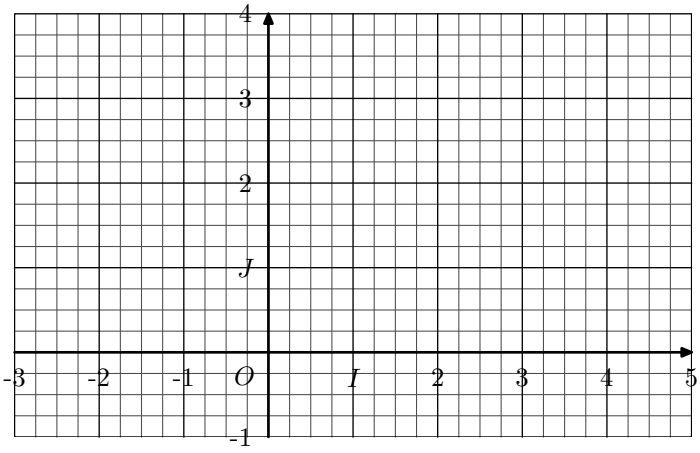
E.50 Pour chaque ligne du tableau suivant, trois réponses sont proposées, désignées par les numéros **1.**, **2.**, **3.**. Une seule est exacte.
Écrire dans la colonne de droite le numéro correspondant à la bonne réponse.
Toutes les questions sont indépendantes.

	Réponse **1.**	Réponse **2.**	Réponse **3.**
A. Si $A(5;1)$ et $B(2;3)$, alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :	$(3;-4)$	$(7;2)$	$(-3;2)$
B. Si $A(5;-1)$ et $B(2;3)$ dans un repère orthonormé, alors AB est égal à :	5	1	7
C. Si D est l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$, alors :	$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{DE}$	$\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{MN}$	$\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{NM}$
D. Si $RSTU$ est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{RS}+\overrightarrow{RU}$ est égal à :	$\overrightarrow{TR}$	$\overrightarrow{SU}$	$\overrightarrow{RT}$

E.51

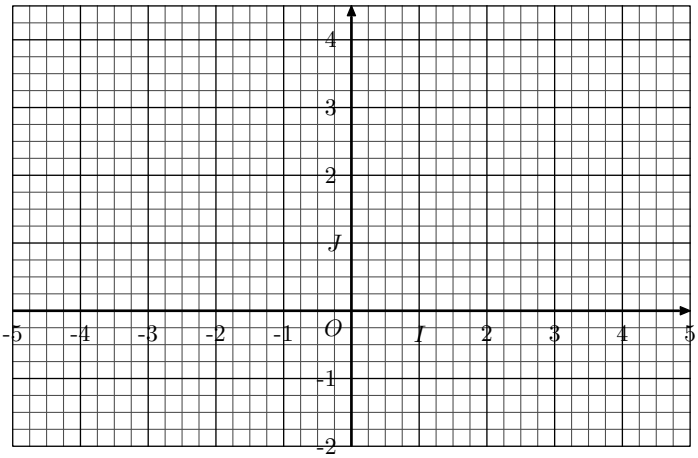
1. Dans un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ dont l'unité est le centimètre, placer les trois points suivants :
   $A(6\,;0)$; $L(0\,;8)$; $K(4\,;10)$
2. Calculer la longueur AL.
3. On donne : $AK=\sqrt{104}$ et $LK=\sqrt{20}$.
   Démontrer que le triangle AKL n'est pas rectangle en L.
4. a. Construire le point L', image de L par la symétrie d'axe la hauteur du triangle AKL issue de A.
   b. En déduire la longueur AL'.
   c. Déterminer approximativement *(par lecture graphique)* les coordonnés de L'.
5. On admet que, si x est l'abscisse d'un point M de la droite (LK) alors l'ordonnée de M est $\frac{1}{2}x+8$:
   a. Établir l'égalité ci-dessous :
   $$AM^2 = \frac{5}{4}x^2 - 4x + 100$$
   b. En déduire les valeurs de x pour lesquelles, on a : $AM = 10$.
   c. Quelles sont alors les coordonnées exactes de L'?

E.52 On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé représenté ci-dessous :



1. a. Placer les deux points suivants :
   $A(-2\,;1)$; $B(1\,;2)$
   b. Déterminer graphiquement les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. a. Placer les points R et C images respectives des points O et B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   b. Donner les coordonnées des points R et C.
3. Citer deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$. Justifier que $BCRO$ est un parallélogramme.
4. Recopier et compléter sans justification les égalités :
   $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\ldots$; $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CR}=\ldots$
5. Soit K le centre du parallélogramme $BCRO$. Calculer les coordonnées de K.

E.53 Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère les points $A(-2{,}5\,;0{,}5)$, $B(-1{,}5\,;2{,}5)$ et $C(0{,}5\,;-1)$.



1. Placer les points A, B et C dans le repère ci-dessous.
2. Déterminer, par le calcul, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
3. Placer le point D tel que : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$
   (On fera apparaître les traits de construction)
4. a. Donner les coordonnées du vecteur obtenu par la somme : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.
   b. En déduire, par le calcul, les coordonnées du point D.

Pour la suite, on admet que $D(1{,}5\,;1)$.

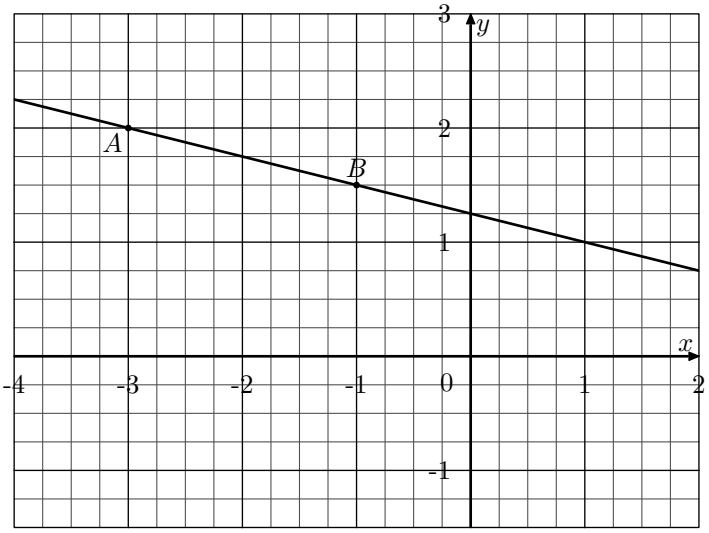
5. a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$.
   b. En déduire que le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.
6. $ABDC$ est-il un rectangle? Justifier.
7. On donne $E\left(-\dfrac{3}{4}\,;4\right)$. Les points A, B et E sont-ils alignés?

E.54 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, la droite (d) d'équation réduite :

$$(d)\ :\ y=-3x-1$$

Déterminer les coordonnées d'un point M de la droite (d) tel que le triangle IJM soit rectangle en J.

E.55 On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé. On considère la droite (d) représentée ci-dessous :



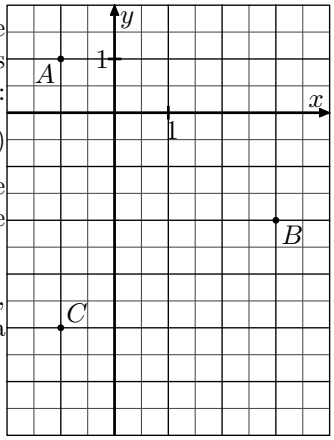
Soit (d) la droite passant par les points A et B ayant pour coordonnées : $A(-3\,;2)$; $B\left(-1\,;\dfrac{3}{2}\right)$

1. Déterminer l'expression de la fonction affine f.
2. On considère la fonction affine g définie par :
   $g(x)=4{\cdot}x-3$
   On note (Δ) la courbe représentative de la fonction g.
   a. Justifier que le point de coordonnées $C\left(\dfrac{1}{2}\,;-1\right)$ appartient à la droite (Δ).
   b. Déterminer les coordonnées du point M d'intersection des droites (d) et (Δ).
   c. Tracer la courbe représentative de la fonction g.
3. Établir que le triangle AMC est un triangle rectangle en M.

E.56

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

$A(-1\,;1)$; $B(3\,;-2)$; $C(-1\,;-4)$



1. Démontrer que le triangle ABC est un triangle isocèle en A.
2. Déterminer, par le calcul, l'équation réduite de la droite (AB).
3. Soit (d) la droite d'équation réduite :
   $(d)\ :\ y=-2x-1$
   a. Déterminer les coordonnées du point K milieu du segment $[BC]$.
   b. Démontrer que la droite (d) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$.

E.57 On considère les deux points $G(1\,;2)$ et $H(4\,;1)$ et la droite (d') d'équation :

$$(d')\ :\ y=3x-6$$

Montrer que la droite (d') est la médiatrice du segment $[GH]$.

E.58 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé et On considère les deux points $K(3\,;3)$ et $L(6\,;1)$ et le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[KL]$. La droite (Δ) a pour équation :

$$(\Delta)\ :\ y=x-2$$

1. Développer l'expression : $2(x-3)(2x-11)$.
2. Soit M un point de la droite (Δ). Déterminer les coordonnées des différents points M de (Δ) rendant le triangle KLM rectangle en M.