Seconde / Puissances

ChingQuizz : 8 exercices disponibles pour l'´evaluation par QCM :

1. Opération sur les puissances de dix d'exposant positif

E.1 Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

a) $10^2 \times 10^7$ b) $10^{14} \times 10^{21}$ c) $\dfrac{10^7}{10^4}$

d) $\dfrac{10^{21}}{10^{14}}$ e) $\left(10^4\right)^2$ f) $\left(10^3\right)^3$

2. Opération sur les puissances d'exposant positif

E.2 Simplifier l'écriture des puissances suivantes :

a) 3×3^5 b) $7^5 \times 7^9$ c) $12^{13} \times 12^5$

d) $\dfrac{5^8}{5^3}$ e) $\dfrac{13^{15}}{13^7}$ f) $\dfrac{7^{12}}{7^5}$

E.3 Simplifier l'écriture des puissances suivantes :

a) $7^5 \times 7^9$ b) $5^2 \times 5^{13}$ c) $7^4 \times 7^5 \times 7^9$

d) $\dfrac{6^8}{6^7}$ e) $\dfrac{12^8}{12^4}$ f) $3^5 \times 2^5$

E.4 Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

a) $3^2 \times 3^4$ b) $5^8 \times 5^7$ c) 3×3^4

d) $\dfrac{3^5}{3^2}$ e) $\dfrac{8^3}{8^2}$ f) $\dfrac{4^5}{4^6}$

g) $\dfrac{3^5}{3^8}$ h) $3^2 \times 5^2$ i) $4^3 \times 5^3$

E.5 *Les deux questions suivantes sont indépendantes :*

1) On considère la somme suivante :
$S = 3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4$

a) Par laquelle des phrases ci-dessous peut-on traduire cette somme :

- La somme des puissances des cinq premiers entiers naturels à l'exposant 3.
- La somme des cinq premières puissances de 3 dont l'exposant est un entier naturel.

b) Montrer que S est le carré d'un entier dont on précisera la valeur.

2) Trouver l'entier $n \in \mathbb{N}$ vérifiant l'égalité : $10^n = 100^{100}$

3. Opération sur les puissances de dix

E.6

1) À l'aide de la calculatrice, relier les nombres ayant la même valeur :

10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
$\dfrac{10^1}{10^5}$	$\dfrac{10^4}{10^5}$	$\dfrac{10^7}{10^{10}}$	$\dfrac{10^4}{10^6}$

2) Quelle conjecture peut-on faire?

E.7 Effectuer les calculs suivants :

a) $10^2 \times 10^{-1} \times 10^{-2}$ b) $\dfrac{10^3 \times 10^{-3}}{10^5}$

c) $\dfrac{10^{-7}}{10^{-7}}$ d) $\dfrac{10^{-5} \times 10^4}{10^5}$

e) $\left(10^2 \times 10^{-4}\right)^2 \times 10^{-4}$ f) $\dfrac{10^3}{\left(10^{-2}\right)^4}$

4. Opération sur les puissances

E.8 Simplifier l'écriture des puissances suivantes :

a) $5^2\times5^5$ b) $7^4\times7^{-7}$ c) 5×5^{-4}

d) $3^5\times9$ e) $8^5\times8^{-3}\times8^{-2}$ f) $5^{20}\times5^{-9}$

E.9 Déterminer le signe de chacune des opérations ci-dessous :

a) $(-7)^8$ b) -7^8 c) 10^{-5} d) -2^6

e) -4^{-7} f) $(-4)^7$ g) $(-3^{-4})^5$

E.10 Déterminer la forme simplifiée de chacune des expressions suivantes :

a) $2^5\times2^{-8}$ b) $5^4\times\dfrac{5^2}{5^9}$ c) $\dfrac{2^4}{5^3}\times\dfrac{5^9}{2}$

E.11 Simplifier au maximum l'écriture des expressions suivantes. Le résultat sera donné sous forme d'une puissance :

a) $6^2\times6^3$ b) $5^3\times5^2\times5^{-5}$ c) $3^{-4}\times3^5$

d) $\dfrac{3^2}{3^5}$ e) $\dfrac{5^{-4}}{5^2}$ f) $\dfrac{6^3}{6^3}$

g) 6^0 h) $5^2\times3^2$ i) $1{,}2^3\times5^3$

E.12 Simplifier les calculs suivants :

a) $2^5\times3^4\times3^2\times2^{-8}$ b) $\dfrac{2^5\times3^4\times5^2}{2^8\times3^3\times5^4}$ c) $\dfrac{(2^3\times3^4)^3}{3^6}$

E.13 Déterminer la forme simplifiée de chacun des expressions suivantes :

a) $\dfrac{2^4\times2^{10}}{2^7}$ b) $2^4\times(2\times7^4)^2$ c) $\dfrac{\dfrac{2^4}{7^2}}{\dfrac{2^5}{7^9}}$

E.14 Donner la forme simplifiée des expressions ci-dessous :

a) $2^4\times2^{-5}$ b) $(a^5\times a^4)^2$ c) $\dfrac{a^4\times b^{-5}}{a^7\times b^{-3}}$

d) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-3}\times5^7\times2^9$

E.15 Simplifier chacune des expressions ci-dessous où a et b sont deux nombres non-nuls :

a) $(a^2\times b)^{-3}\times a^5$ b) $\dfrac{a^5\times(a^3\times b^{-2})^5}{a^{-7}\times b^5}$

c) $a^6\times a^6$ d) $\sqrt{a^{52}}$

5. *Puissances et fractions irréductibles*

E.16 Exprimer les nombres rationnels *(appartenant à $\mathbb{Q}$)* ci-dessous sous leur forme irréductible :

a) $\dfrac{2^5\times3^4\times5\times7^2}{2^6\times3^4\times7}$ b) $\dfrac{4\times9\times25}{2^4\times3\times5}$

E.17 Effectuer les calculs suivants et donner leurs résultats sous forme de fractions irréductibles.

a) $\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}\right)\div\dfrac{2}{5}$ b) $\dfrac{4}{7}-\dfrac{1}{7}\times\dfrac{5}{3}$

c) $\left(\dfrac{5}{7}\right)^2-\dfrac{2}{7}$ d) $\dfrac{12\times10^{-3}\times4^3\times10^7}{16\times10^2}$

E.18 Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$A=\frac{26}{7}-\frac{22}{7}\times\frac{10}{33}\quad;\quad B=\frac{7\times10^{35}}{49\times10^{34}}$$

E.19 Effectuer les calculs suivants en donnant les résultats sous forme simplifiée :

a) $\left(\dfrac{5}{3}+\dfrac{3}{4}\right)\times\dfrac{42}{58}$ b) $\dfrac{1+\dfrac{1}{3}}{\dfrac{5}{6}-\dfrac{5}{2}}$ c) $\dfrac{(2^3\times10^4)\times(2^5\times10^9)}{2^7\times10^{13}}$

E.20 Donner les formes simplifiées des expressions suivantes :

a) $\dfrac{15\times10^5\times12\times10^{-14}}{6\times10^7\times20\times10^{12}}$ b) $\dfrac{(5\times10^{-2})^2}{\sqrt{9\times10^4}}$

6. *Puissance et décomposition en produit de facteurs premiers*

E.21 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de chacun des nombres ci-dessous :

a) $14^5\times4^9\times49^5$ b) $9^4\times3^8\times2^4\times6^2$

E.22 Simplifier l'écriture de chacune des expressions ci-dessous afin d'obtenir une écriture de la forme $2^m\times3^n\times5^p\times7^q$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs :

a) $(75\times4)^6\times14^{-5}$ b) $18\times15^2\times12^4$

E.23 Écrire les entiers suivants sous la forme $2^m\times3^n\times5^p\times7^q$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs.

a) $(16+2)^5\times\left(14^2\right)^{-1}\times21^{-2}$

7. *Puissances, fractions et décomposition*

E.24 Simplifier l'écriture des nombres suivants :

(a) $\dfrac{45\times8^{-3}}{14^2\times20^2}$ (b) $\dfrac{6^{10}\times5^4}{10^{-3}\times2^5}$ (c) $\dfrac{12^7\times15^4}{10^3\times21^{-4}}$

Indication : on indiquera les résultats sous la forme $2^m\times3^n\times5^p\times7^q$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs.

E.25 Écrire les nombres suivants sous la forme $2^n\times3^m\times5^k$ où les nombres n, m, k des entiers relatifs.

(a) $\dfrac{6^{10}\times5^3\times10^2}{15^7\times2^3}$ (b) $\dfrac{(-3)^3\times15^2\times(-4)^3}{16^2\times(-9)^2}$

Indication : on indiquera les résultats sous la forme $2^m\times3^n\times5^p\times7^q$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs.

E.26 Transformer chacun des calculs ci-dessous afin d'obtenir une écriture de la forme :

$2^m\times3^n\times5^p\times7^q$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs :

(a) $\dfrac{6^{-4}\times12^2\times(5^3)^{-2}}{(30\times5^2)^2}$ (b) $\dfrac{(-16)^2\times(-5^3)^2\times(-27)^5}{(-21)^4\times10}$

E.27 Écrire les entiers suivants sous la forme $2^m\times3^n\times5^p\times7^q$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs.

(a) $\dfrac{3\times6^5\times10^4}{4^5\times9^7}$ (b) $\dfrac{(-10)^3\times42^2\times12^{-11}}{6^4\times(-35)^{-9}}$

E.28 Écrire les nombres suivant sous la forme $2^m\times3^n\times5^p\times7^q$ avec m, n, p, q sont des entiers relatifs.

(a) $\dfrac{2^5\times15^{-2}\times14^2}{7^{-5}\times9^4}$ (b) $\left(\dfrac{10^4\times6^{-8}}{35^5}\right)^2$ (c) $\dfrac{10^4+10^4}{\sqrt{\sqrt{7^4}}}$

8. *Ecriture scientifique*

E.29 Écrire chacun des nombres ci-dessous sous la forme $2^m\times3^m\times5^p\times7^q$ avec n, m, p, q entiers relatifs.

(a) $6^5\times15^4\times14^{-5}$ (b) $2^5\times7^{-2}\times10^4$

E.30 Donner les écritures scientifiques des nombres suivants :

(a) $546{,}7\times10^9$ (b) $0{,}045\times10^{-3}$ (c) $87{,}5\times10^{-4}$

E.31 Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

(a) 123546 (b) $5121{,}1\times10^{780}$

E.32 Donner l'écriture scientifique des expressions suivantes :

(a) $354{,}78\times10^{-19}$ (b) $(3\times10^2)\times\left(\dfrac{2}{5}\times10^{-4}\right)^{-3}$

9. *Ecritures scientifiques, puissances et fractions*

E.33

1. En physique, on utilise de nombreuses constantes au cours de calcul. En voici quelques-unes :
   - (a) La gravité : $g = 980{,}665\times10^{-2}\ m{\cdot}s^{-2}$
   - (b) Le nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_a = 6022{,}045\times10^{20}\ mol^{-1}$
   - (c) La vitesse de la lumière : $c = 299792458\ m{\cdot}s^{-1}$

   Exprimer chacune de ces constantes à l'aide de la notation scientifique.
2. Les astronomes utilisent, comme unité, l'année-lumière. Une année-lumière équivaut au nombre de kilomètres que parcourt la lumière en 365,25 jours. Exprimer cette distance en kilomètres grâce à la notation scientifique *(Utiliser la constante c)*.

E.34 On considère les deux nombres A et B :

$$A = \frac{7}{5}+\frac{3}{5}\times\frac{11}{6} \quad ; \quad B = \frac{4\times10^{14}\times12}{3\times10^{11}}$$

1. Calculer et donner A sous la forme de fraction irréductible.
2. Donner l'écriture scientifique de B.

E.35 On considère les trois nombres ci-dessous :

$$A = \frac{3-\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}\times7} \quad ; \quad B = \frac{49\times10^3\times6\times10^{-10}}{14\times10^{-2}} \quad ; \quad C = \frac{5-\frac{3}{4}}{3+6\times5}$$

Répondre aux questions suivantes en précisant les différentes étapes de vos calculs.

1. Écrire le nombre A ci-dessous sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Donner l'écriture scientifique du nombre B.
3. À l'aide de la calculatrice, donner la valeur du nombre C, arrondie au centième près.

E.36 Calculer les nombres suivants et mettre A et B sous forme de fractions irréductibles les résultats et donner le résultat de C en écriture scientifique :

$$A = 1-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right) \quad ; \quad B = \frac{3-\frac{5}{2}}{1+\frac{1}{5}} \quad ; \quad C = \frac{7\times(10^5)^2\times10^{-3}}{35\times10^3}$$

E.37 Simplifier l'écriture de la fraction ci-dessous puis donner son écriture scientifique : $\dfrac{(6\times10)^2\times3^2\times10^{-4}}{3^3\times10^{12}}$

E.38 Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

(a) $\dfrac{14\times10^{4}\times75\times10^{-7}}{35\times10^{-3}}$ (b) $\dfrac{33\times10^{-3}\times8\times\left(10^{5}\right)^{2}}{12\times10^{2}}$

E.39 Écrire chacun des nombres ci-dessous sous la forme $2^{m}\times3^{m}\times5^{p}\times7^{q}$ avec n, m, p, q entiers relatifs.

(a) $\dfrac{2^{5}\times5^{-3}}{3^{4}\times21^{-7}}$ (b) $\dfrac{\left(10^{2}\times21^{-2}\right)^{2}}{3^{3}+3^{3}}$

10. *Factorisation et puissances*

E.40 Établir les égalités ci-dessous :

(a) $9\times10^{5}+4\times10^{4}=94\times10^{4}$ (b) $2\times3^{3}+3^{3}=3^{4}$

(c) $3\times10^{-2}-3\times10^{-3}=27\times10^{-3}$ (d) $2^{15}\times3^{12}-2^{13}\times3^{12}=6^{13}$

E.41 Pour chaque calcul ci-dessous, effectuer une factorisation afin de simplifier l'écriture de l'expression :

(a) $3^{5}+3^{7}$ (b) $3\times5^{2}+2\times5^{4}$

(c) $3^{10}-2\times3^{9}$ (d) $5\times8^{5}-5\times8^{4}$

(e) $10^{20}+10^{21}+10^{22}$ (f) $\dfrac{6^{10}}{3^{9}}+\dfrac{4^{10}}{2^{8}}$

E.42 Effectuer les opérations suivantes et donner leurs formes simplifiées :

(a) $13\times10^{-5}+0{,}024\times10^{-2}$ (b) $4^{4}\times4^{4}$

E.43 En utilisant la factorisation, simplifier les expressions suivantes :

(a) $25\times10^{35}+12\times10^{33}$ (b) $2^{10}\times5^{4}-5^{4}\times2^{9}$

E.44 À l'aide d'une factorisation, donner une écriture simplifiée des expressions suivantes :

(a) $3\times10^{14}+5\times10^{15}$ (b) $3^{10}-9^{6}$

E.45 Simplifier les calculs suivants :

(a) $\left(5^{2}\times2^{4}\right)^{2}\times\left(5\times2\right)^{4}$ (b) $\dfrac{3^{15}+3^{15}}{2^{5}\times3^{10}}$

Indication : on indiquera les résultats sous la forme $2^{m}\times3^{n}\times5^{p}\times7^{q}$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs.

11. *Factorisation, puissances et écritures scientifiques*

E.46 Calculer en donnant le résultat en écriture scientifique :

$$C=153\times10^{-4}+32\times10^{-3}-16\times10^{-5}$$

E.47

(1) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

(a) 351×10^{-41} (b) $0{,}00124\times10^{14}$

(2) Effectuer le calcul ci-dessous et donner l'écriture scientifique du résultat :

$$\left(5\times10^{-43}+10^{-41}\right)\times5\times10^{23}$$

E.48 On représente par n un entier naturel non nul.

(1) Démontrer les égalités suivantes :

(a) $3^{2n}=9^{n}$ (b) $2^{n+1}-2^{n}=2^{n}$

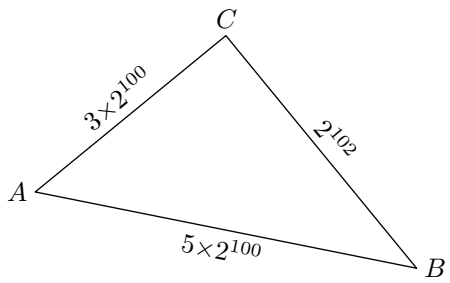
(2) (a) Établir l'égalité suivante :
$20^{n}-10^{n}=\left(2^{n}-1\right)\times10^{n}$

(b) Déterminer l'écriture scientifique du nombre A défini par :
$A=20^{12}-10^{12}$

12. *Problème*

E.49 On considère le triangle ABC représenté ci-dessous où :

$AB=5\times2^{100}$; $AC=3\times2^{100}$; $BC=2^{102}$



Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.

13. *Exercices non-classés*

E.50 Recopier et compléter convenablement les égalités suivantes :

(a) $524{,}2\times10^{-12} = 0{,}5242\times\ldots$ (b) $0{,}054\times10^{5} = \ldots\times10^{3}$

E.51 Écrire chacune des expressions suivantes sous la forme a^n :

(a) $5^4\times5^{-6}$ (b) $7^4\times3^4$ (c) $\dfrac{5^4}{2^6}\times2^{10}$

(d) $1{,}2^5\times6^{-4}\times5^5$ (e) $3^{-5}\times5^5$ (f) $\dfrac{8^2}{2^5}$

E.52 Écrire chaque nombre suivant sous la forme a^p où a est un nombre entier ou en écriture fractionnaire et p est un entier relatif :

(a) $7^5\times7^{-4}$ (b) $\left(5^2\right)^{-2}$

(c) $5^4\times7^4$ (d) $3^{10}\times3^{-15}\times5^5$

E.53 Écrire chaque nombre suivant sous la forme a^p où a est un nombre entier ou en écriture fractionnaire et p est un entier relatif :

(a) $7^5\times7^{-4}$ (b) $\left(5^2\right)^{-2}$

(c) $5^4\times7^4$ (d) $3^{10}\times3^{-15}\times5^5$