

Troisième / Equations



ChingQuizz : 13 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM :

1. Rappels

E.1 Donner la valeur des expressions suivantes pour $x=4$:

- a) $3x + 4$ b) $-2x + 1 + 3 \times (2x - 1)$
c) $x^2 - 2x + 1$ d) $\frac{x^2 - 4}{x}$

E.2 On a posé à des élèves de 3^e la question suivante:

"Est-il vrai que, pour n'importe quelle valeur du nombre x , on a :

$$5x^2 - 10x + 2 = 7x - 4$$

⇒ Léa a répondu: "Oui, c'est vrai. En effet, si on remplace x par 3, on a :

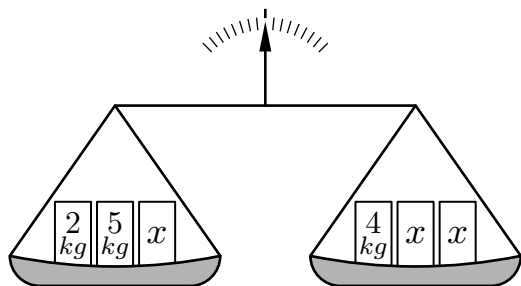
$$5 \times 3^2 - 10 \times 3 + 2 = 17 \text{ et } 7 \times 3 - 4 = 17$$

⇒ Myriam a répondu: "Non, ce n'est pas vrai. En effet, si on remplace x par 0, on a :

$$5 \times 0^2 - 10 \times 0 + 2 = 2 \text{ et } 7 \times 0 - 4 = -4$$

Une de ces élèves a donné un argument qui permet de répondre de façon correcte à la question posée dans l'exercice. Indiquer laquelle en expliquant pourquoi.

E.3 On considère la balance pour laquelle sont déposés trois poids sur chacun de ces deux plateaux:



La masse de chaque poids est notée sur la face avant du poids. Tous les poids notés " x " sont de masse identique, mais leur masse va changer au cours des questions:

- 1 De quel côté penche la balance lorsque les poids notés " x " ont pour masse 2 kg?
2 De quel côté penche la balance lorsque les poids notés " x " ont pour masse 10 kg?
3 Quelle masse doit-on attribuer aux poids " x " afin que la balance soit équilibrée?

E.4 On considère l'équation (E) définie par:
(E) : $3x + 2 = 6 - x$

- 1 Dire si les nombres 1 et 2 sont solutions ou non de l'équation (E).
2 a) Écrire l'équation (E') en enlevant 4 à chaque membre de l'équation (E).
b) Dire si les nombres 1 et 2 sont solutions ou non de l'équation (E').
3 a) Écrire l'équation (E'') en multipliant par 3 chaque membre de l'équation (E).
b) Dire si les nombres 1 et 2 sont solutions ou non de l'équation (E'').

E.5 Dire si les équations suivantes acceptent pour solution $x=2$:

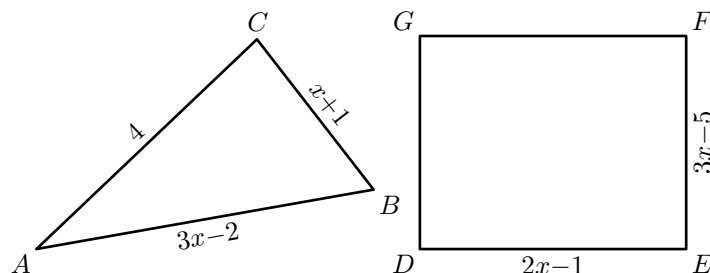
- a) $3x + 1 = 2x - 1$ b) $3(x + 1) - 3(2 - x) = x + 1$
c) $\frac{2x + 1}{3x + 4} = \frac{1}{2}$ d) $\sqrt{3x^2 + 4} = 4$

2. Poser une équation

E.6 Le chocolatier a vendu 315 boîtes dans la semaine. Chaque boîte contient 19 chocolats. Une boîte vide coûte 200 F.

- 1 En supposant qu'un chocolat coûte 100 F.
a) Calculer le prix d'une boîte de chocolats?
b) En déduire combien rapporte la vente des 315 boîtes durant la semaine?
2 Quel devrait être le prix d'un chocolat si le chocolatier voulait vendre sa boîte 2 290 F?

E.7 On considère les deux figures géométriques ci-dessous:

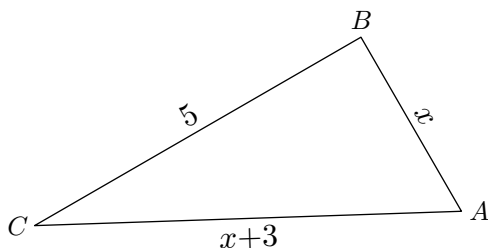


Écrire l'équation, en fonction de x , caractérisant la situation

suivante :

“Le triangle ABC et le rectangle $DEFG$ ont le même périmètre”

E.8 🔧 On considère le triangle ABC représenté ci-dessous dont les mesures de ses côtés dépendent d'une valeur x indéterminée :



3. Equation premier degré

E.9 🔧 Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

a $3x - 5 = 3 + 2x$ **b** $2 - x = x + 5$

E.10 🔧 Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

a $2x - 4 = 5x + 3$ **b** $7x + 2 = -3x + 1$

E.11 🔧 Résoudre les équations suivantes :

a $3x + 3 = 5 - 5x$ **b** $3x + 1 = 5x - 1$
c $-5x + 15 = -17x + 6$ **d** $3x + 2 = 5x + 1$

4. Equation premier degré avec développement

E.14 🔧 Résoudre les équations suivantes :

a $2 \times (x + 4) - 3 \times (4 - x) = 0$ **b** $3 \times (2x + 4) - 4 = 5x$

E.15 🔧 Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

a $2(x + 5) = 3(2x - 2)$ **b** $2(x - 2) - 4(1 - x) = 4$

E.16 🔧 Résoudre les équations suivantes :

a $2x - (3x - 5) = 4(2 - x)$ **b** $2(x + 1) - 3(x - 7) = 1$

E.17 🔧 Résoudre les équations suivantes :

a $-2(x + 1) = 3(3 - 2x)$ **b** $5(3 - 2x) - 4(x - 2) = 5$

Parmi les trois propositions ci-dessous, de quelle équation, x doit-il être une solution afin que le triangle ABC soit rectangle en B

a $25 = x^2 + (x+3)^2$ **b** $(x+3)^2 = 25 + x^2$ **c** $x+3 = x+5$

E.12 🔧 Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

a $6x + 7 = x - 13$ **b** $1 + x = -2x + 4$

E.13 🔧 Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

a $3x + 2 = x + 6$ **b** $5x + 2 = 3x + 9$

E.18 🔧 On considère les deux programmes de calcul ci-dessous :

Programme A :

- Choisir un nombre ;
- Le Multiplier par 3 ;
- Soustraire 4 ;
- Écrire le résultat final.

Programme B :

- Choisir un nombre ;
- Y ajouter 3 ;
- Le multiplier par -2 ;
- Écrire le résultat final.

1 Soit x le nombre à choisir afin que ces deux programmes de calcul affichent le même résultat. Écrire l'équation vérifiée par le nombre x .

2 Résoudre l'équation précédente.

E.19 🔧 Résoudre les équations suivantes :

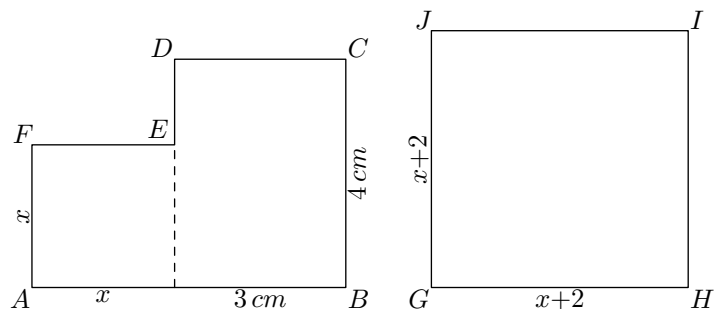
a $x^2 - 3x + 5 = x^2 + 4x + 19$

b $(2x - 1)(x + 1) + (x - 4)(3 - 2x) = 5$

E.20 🔧 Après développement et réduction, résoudre les équations suivantes :

a $(x + 1)(3x + 5) = 3x^2 - 5$ **b** $(x+1) \times x = x^2 + 2x + 5$

E.21 On considère les deux polygones représentés ci-dessous :



où x est une mesure indéterminée mesurée en centimètre et où :

● Le polygone $ABCDEF$ est constitué d'un carré de côté x et d'un rectangle de dimensions 4 cm et 3 cm .

● Le polygone $GHIJ$ est un carré de côté $x+2$.

① Exprimer les aires des polygones $ABCDEF$ et $GHIJ$ en fonction de x .

② Déterminer la valeur de x afin que les polygones $ABCDEF$ et $GHIJ$ ont la même aire.

E.22 Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

a) $3(x-2) + 4 = 2 - x$ b) $5(x+1) = 3(3-x)$

E.23 Résoudre les équations suivantes :

a) $3(x-4) = 4(x+4)$ b) $5[2(3-x) - 2] = 5x + 1$

5. Equation premier degré avec développement d'identités remarquables

E.24 On pose : $H = (x-4)^2 - x \cdot (x-10)$

① Développer et réduire H .

② Résoudre l'équation : $H = 16$.

E.25 Résoudre les équations suivantes :

a) $(x+1)^2 = x^2 - 3x + 5$

b) $(x+1)^2 = (x-1)^2$

E.26 Résoudre les équations suivantes :

a) $(2x+1)(8x-1) = (4x-1)^2$ b) $x^2 - 25 = (x+5)^2$

Indication : on pensera à d'abord développer chaque membre de l'équation.

E.27 Après développement et réduction, résoudre les équations suivantes :

a) $3 \times (x+1)^2 = 3x^2 - 2$ b) $(2x+1)^2 = (2x-5)^2$

E.28 Après développement et réduction, résoudre les équations suivantes :

a) $(3x-2)^2 = (x+1)(9x-1)$

b) $x(4x+7) - (2x+1)(2x-1) = 0$

6. Nombres rationnels et équations du premier degré

E.29 Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{1}{3}x + \frac{3}{10} = -\frac{4}{3}x - \frac{1}{5}$ b) $\frac{3}{2}x + 4 = \frac{1}{7}x - \frac{1}{14}$

E.30 Résoudre l'équation suivante :

a) $-\frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}$ b) $-\frac{5}{2}x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}x - 5$

E.31 Résoudre les équations suivantes à l'aide du produit en croix :

a) $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{5}x + \frac{1}{3} = \frac{1}{15}x + \frac{1}{9}$

E.32 Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{2}{3}(x+4) = \frac{4}{3}x + 4$ b) $\frac{1}{2}x + 3 = \frac{1}{3}x - \frac{1}{8}$

E.33 Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{1}{7} + \frac{2}{14}x = -\frac{4}{7}$ b) $\frac{2}{3}\left(6x - \frac{3}{4}\right) = x + 1$

E.34 Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{3x+2}{3} - \frac{5}{2} = -\frac{2}{5}x - 3$

b) $\frac{3-2x}{4} + \frac{3}{10} = \frac{x-3}{5} - \frac{7}{2}$

E.35 Résoudre les équations suivantes à l'aide du produit en croix :

a) $\frac{2}{3}x - 2 = -\frac{4}{5}x - \frac{1}{2}$ b) $3x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{5}{8}x$

7. Equation produit

E.36

- 1 Quels couples de nombres ont un produit égal à 0 (on dit que ce produit est nul)?

$$(5; -5) ; (2; 0) ; \left(3; \frac{1}{3}\right) ; \left(2; -\frac{1}{2}\right)$$

$$\left(0; \frac{1}{2}\right) ; (0; -3) ; (3; -3)$$

- 2 Quelle condition doit vérifier deux nombres a et b afin que leur produit soit nul? C'est-à-dire pour qu'ils vérifient : $a \times b = 0$

E.37

Résoudre les équations suivantes :

a $(2x - 1)(3x + 1) = 0$ b $(x - 2)(2x + 4) = 0$

E.38

Résoudre les équations-produits suivantes :

a $x(1 - x) = 0$

E.39

On considère les expressions :

$$E = (4x + 5)(x - 2) - x(x + 4) ; F = (3x - 10)(x + 1)$$

- 1 En développant et réduisant les expressions E et F , montrer que : $E = F$.
- 2 En déduire les solutions de l'équation : $E = 0$.

E.40

On donne l'expression : $E = (x - 5)^2 + (x - 5)(2x + 1)$

- 1 Pour calculer la valeur exacte de E lorsque $x = \sqrt{3}$, Marc a choisi de développer E .

- a Quelle expression obtient-il?
- b Calculer la valeur exacte de E lorsque $x = \sqrt{3}$.
- c Marc a-t-il eu raison de développer E ? Pourquoi?

- 2 a Léa a trouvé mentalement une solution de l'équation $E = 0$. À votre avis, laquelle?

- b Pour trouver l'autre solution, Léa choisit de factoriser E . Montrer que : $E = (x - 5)(3x - 4)$.

- c Donner, alors la seconde solution de l'équation $E = 0$.

- 3 Lorsque $x = \frac{1}{9}$, choisir la forme de E qui vous paraît la plus adaptée pour calculer la valeur exacte de E sous forme de fraction irréductible. Faire ce calcul.

E.41 Résoudre les équations suivantes :

a $(3 - 2x)x = 0$ b $(5x + 1)(5 + x) = 0$

E.42 Résoudre les équations-produits suivantes :

a $(3x + 6)(2x + 1) = 0$ b $(x + 1)(2 - x) = 0$

E.43 Résoudre les équations-produits suivantes :

a $(3x + 2)(5x - 8) = 0$ b $(8 - 3x)(2x + 7) = 0$

8. Equation: égalité de deux carrés

E.44

Résoudre les équations suivantes :

a $x^2 = 10^2$ b $x^2 = 9$

c $x^2 = 5$ d $x^2 = -\sqrt{2}$

E.45

En justifiant, donner les solutions des équations suivantes :

a $(x + 1)^2 = 4$ b $(x + 2)^2 = 4$

E.46

- 1 a Donner tous les nombres qui ont un carré égal à 9. Quels sont les solutions de l'équation $x^2 = 9$?

- b En déduire les solutions de l'équation : $(x + 1)^2 = 9$

- 2 Par un raisonnement similaire, résoudre l'équation : $(x - 2)^2 = 2$

E.47 On pose : $I = (7x - 3)^2 - 5^2$.

- 1 Factoriser I .

- 2 Résoudre l'équation $I = 0$.

E.48 Résoudre les équations suivantes :

a $(x + 3)^2 = (x - 2)^2$ b $9x^2 - (x + 1)^2 = 0$

9. Equations produits avec factorisation

E.49

Résoudre les équations suivantes :

a $2x^2 - 5x = 0$ b $x(x + 3) + 2(x + 3) = 0$

E.50

Résoudre les équations suivantes :

a $(3x - 2)(x + 1) + (3x - 2)(2 - 3x) = 0$

b $(x + 1)(2 - x) - (x + 1)(2x + 5) = 0$

Indication : on factorisera le membre de gauche afin d'obtenir une équation produit nul.

E.51

Résoudre les équations suivantes :

a $(3 - 2x)(x + 1) - 3(3 - 2x) = 0$

b $(2 - 3x)(x + 4) - (2 - 3x)(x + 2) = 0$

Indication : on factorisera le membre de gauche afin d'obtenir une équation produit nul.

E.52 Modifier les équations proposées afin d'obtenir des produits nuls, puis les résoudre :

a) $(3x + 1)(x - 1) - (x - 1)^2 = 0$

b) $(2x - 1)^2 = (2x - 1)(4x + 7)$

E.53 Modifier les équations proposées afin d'obtenir des produits nuls, puis les résoudre :

a) $(5x + 1)(x - 2) = (5x + 1)^2$

b) $(x - 2)(2x + 1) = (x - 2)^2$

E.54 Résoudre l'équation :

$$(3x + 2)(5 - x) - (2x + 4)(3x + 2) = 0$$

Indication : on pensera à d'abord factoriser le membre de gauche de l'équation.

10. Développer, factoriser, résoudre

E.55 On donne l'expression : $A = (x - 3)(x + 3) - 2(x - 3)$

- 1 Factoriser A .
- 2 Développer et réduire A .
- 3 En choisissant l'expression de A la plus adaptée parmi celles trouvées aux questions 1 et 2, déterminer la valeur de A pour $x = -1$ et pour $x = 0$.
- 4 Résoudre l'équation : $(x - 3)(x + 1) = 0$

E.56 Soit l'expression : $E = (x + 1)^2 + (x + 1)(2x - 3)$

- 1 Développer puis réduire l'expression E .
- 2 Factoriser l'expression E .
- 3 Résoudre l'équation : $(x + 1)(3x - 2) = 0$

E.57 On considère l'expression : $C = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$

- 1 Développer et réduire C .
- 2 Factoriser C .
- 3 Résoudre l'équation : $(2x + 5)(x + 2) = 0$
- 4 Calculer l'expression C pour $x = -\frac{2}{3}$.

E.58

1 On pose : $A = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2$

- a Développer et réduire A .
 - b Déterminer trois nombres entiers positifs consécutifs, $(x - 1)$, x et $(x + 1)$ dont la somme des carrés est 1 325.
- 2 On pose : $B = 9x^2 - 64$.
- a Factoriser B .
 - b Déterminer les deux nombres relatifs dont le carré du triple est égal à 64.

E.59

1 On considère l'expression : $A = 9x^2 - 1 + (3x - 1)(2x + 1)$

- a Déterminer la forme développée et réduite de l'expression A .
- b Factoriser l'expression $9x^2 - 1$.
En déduire la forme factorisée de l'expression A .
- c Résoudre l'équation : $(3x - 1)(5x + 2) = 0$
- d Évaluer l'expression A pour les deux valeurs de x suivantes :
 $x = -3$; $x = \sqrt{3}$

2 On considère l'expression B définie par :

$$B = (3x - 2)(5x + 3) + 2x + 4$$

Justifier que les deux expressions A et B sont égales.

11. Problèmes

E.60 On considère ces deux programmes de calcul :

Programme A :

Choisir un nombre.
Soustraire 0,5.
Multiplier le
résultat par le double du
nombre choisi au départ.

Programme B :

Choisir un nombre.
Calculer son carré.
Multiplier le résultat par
2.
Soustraire à ce nouveau
résultat le nombre choisi
au départ.

- 1 a) Montrer que si on applique le programme A au nombre 10, le résultat est 190.
b) Appliquer le programme B au nombre 10.
- 2 On a utilisé un tableur pour calculer des résultats de ces deux programmes. Voici ce qu'on a obtenu :

	A	B	C
1	Nombre choisi	Programme A	Programme B
2	1	1	1
3	2	6	6
4	3	15	15
5	4	28	28
6	5	45	45
7	6	66	66

- a) Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule C2 puis recopiée vers le bas ?
- b) Quelle conjecture peut-on faire à la lecture de ce tableau ?
- c) Prouver cette conjecture.
- 3) Quels sont les deux nombres à choisir au départ pour obtenir 0 à l'issue de ces programmes ?

E.61 🔧 On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1.
- Calculer le carré de cette somme.
- Enlever 16 au résultat obtenu.

1 a Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 4, on obtient comme résultat 9.

b Lorsque le nombre de départ est (-1) , quel résultat obtient-on?

On appelle P cette expression.

c Vérifier que : $P = x^2 + 2x - 15$

2 a Vérifier que : $(x-3)(x+5) = P$.

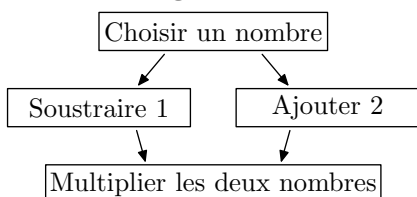
b Quels nombres peut-on choisir au départ pour que le résultat final soit 0? Justifier votre réponse.

E.62 🎯 Voici deux programmes de calcul :

Programme 1

Choisir un nombre
Le multiplier par 3
Ajouter 1

Programme 2



1 Vérifier que si on choisit 5 comme nombre de départ :

a le résultat du programme 1 vaut 16.

b le résultat du programme 2 vaut 28.

On appelle $A(x)$ le résultat du programme 1 en fonction du nombre x choisi au départ.

La fonction $B : x \rightarrow (x-1)(x+2)$ donne le résultat du programme 2 en fonction du nombre x choisi au départ.

2 a Exprimer $A(x)$ en fonction de x .

b Déterminer le nombre que l'on doit choisir au départ pour obtenir 0 comme résultat du programme 1.

3 Développer et réduire l'expression :

$$B(x) = (x-1)(x+2)$$

4 a Montrer que : $B(x) - A(x) = (x+1)(x-3)$

b Quels nombres doit-on choisir au départ pour que le programme 1 et le programme 2 donnent le même résultat? Expliquer la démarche.

E.63 🔧 On propose deux programmes de calcul :

Programme A

- Choisir un nombre.
- Ajouter 5.
- Calculer le carré du résultat obtenu.

Programme B

- Choisir un nombre.
- Soustraire 7.
- Calculer le carré du résultat obtenu.

1 On choisit 5 comme nombre de départs. Montrer que le résultat du programme B est 4.

2 On choisit -2 comme nombre de départs. Quel est le résultat avec le programme A ?

3 a Quel nombre faut-il choisir pour que le résultat du programme A soit 0?

b Quels nombres faut-il choisir pour que le résultat du programme B soit 9?

4 Quel nombre doit-on choisir pour obtenir le même résultat avec les deux programmes?

E.64 🔧 En retranchant un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{4}{5}$, on obtient la fraction $\frac{5}{4}$. Quel est ce nombre? Laisser les étapes de votre raisonnement.

E.65 🔧 On propose le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Soustraire 6.
- Calculer le carré du résultat obtenu.

Quel nombre pourrait-on choisir pour que le résultat du programme soit le nombre 144? Justifier la réponse.

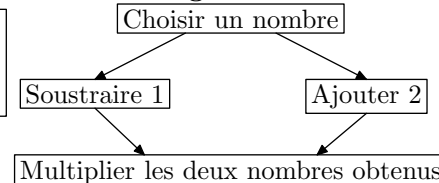
Indication : pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte pour l'évaluation

E.66 Voici deux programmes de calcul :

Programme 1

Choisir un nombre
Le multiplier par 3
Ajouter 1

Programme 2



1 Vérifier que si on choisit 5 comme nombre de départ :

• le résultat du programme 1 vaut 16.

• le résultat du programme 2 vaut 28.

On appelle $A(x)$ le résultat du programme 1 en fonction du nombre x choisi au départ.

La fonction $B : x \mapsto (x-1)(x+2)$ donne le résultat du programme 2 en fonction du nombre x choisi au départ.

2 a Exprimer $A(x)$ en fonction de x .

b Déterminer le nombre que l'on doit choisir au départ pour obtenir 0 comme résultat du programme 1.

3 Développer et réduire l'expression :

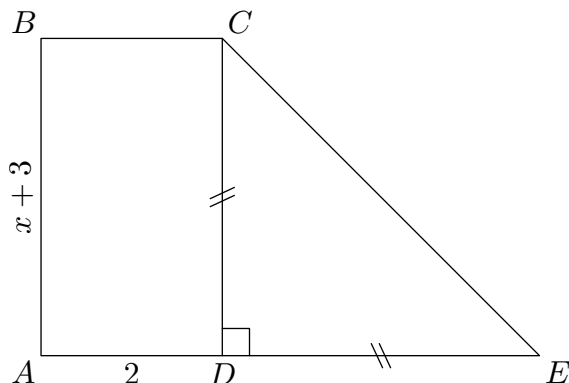
$$B(x) = (x-1)(x+2)$$

4 a Montrer que : $B(x) - A(x) = (x+1)(x-3)$

b Quels nombres doit-on choisir au départ pour que le programme 1 et le programme 2 donnent le même résultat? Expliquer la démarche.

12. Problème et géométrie

E.67 On considère la figure ci-dessous composée du rectangle $ABCD$ et du triangle CDE rectangle isocèle en D :



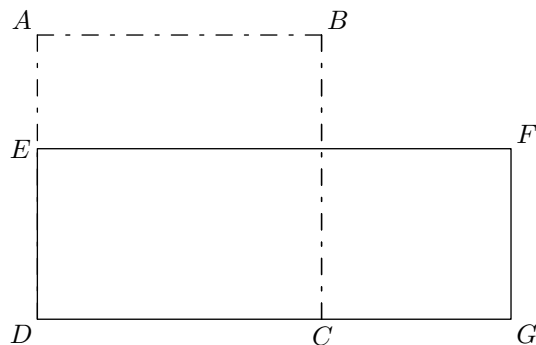
Les dimensions sont indiquées sur la figure où x est un nombre positif.

- 1
 - a Exprimer l'aire $\mathcal{A}_1$ du triangle CDE en fonction de x .
 - b Exprimer l'aire $\mathcal{A}_2$ du rectangle $ABCD$ en fonction de x .
- 2
 - a Montrer que: $2 \times \mathcal{A}_1 - 2 \times \mathcal{A}_2 = (x+3)(x-1)$
 - b Déterminer les valeurs possibles de x afin que l'aire du rectangle $ABCD$ soit égale à l'aire du triangle CDE .

E.68 Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré $ABCD$ et d'un rectangle $DEFG$. E est un point du segment $[AD]$. C est un point du segment $[DG]$.

Dans cette figure la longueur AB peut varier, mais on a toujours:

$$AE = 15 \text{ cm} ; CG = 25 \text{ cm}$$



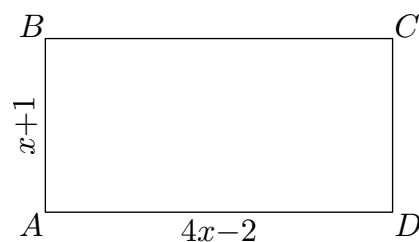
Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré $ABCD$ soit égale à l'aire du rectangle $DEFG$? Si oui, calculer AB . Si non, expliquer pourquoi.

Même si l'exercice n'est pas terminé, toute trace de recherche sera prise en compte dans la notation.

E.69

On considère le rectangle $ABCD$ représenté ci-dessous:

dont les dimensions, dépendant d'une valeur indéterminée x , sont $x+1$ et $4x-2$ exprimées en centimètre.

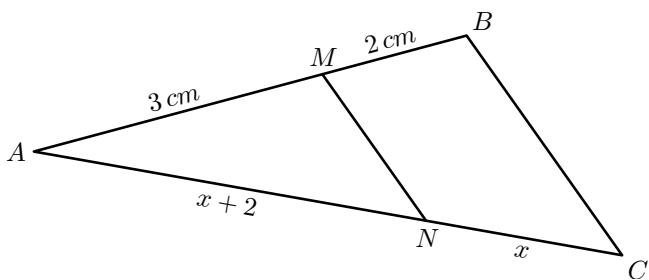


Le nombre x doit être supérieur à $\frac{1}{2}$.

Déterminer les valeurs possibles de x afin que l'aire de $ABCD$, exprimé en cm^2 , soit égale au périmètre de $ABDC$, exprimé en cm .

13. Problème, géométrie et théorèmes

E.70 On considère un triangle ABC où M et N appartiennent respectivement aux segments $[AB]$ et $[AC]$ tels que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

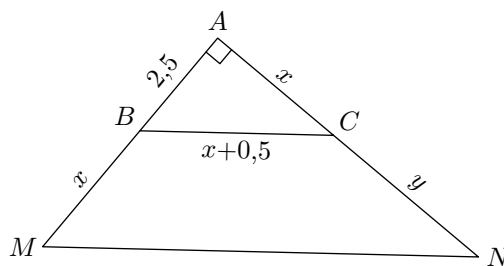


Les mesures sont portées sur la figure où x est un nombre inconnu.

- 1 Déterminer la longueur du segment $[AC]$ en fonction de x .
- 2 Montrer que le nombre x vérifie l'égalité:
$$\frac{x+2}{2x+2} = \frac{3}{5}$$
- 3 Déterminer la mesure du segment $[AC]$.

Indication: on résoudra l'équation obtenue à la question 2 à l'aide d'un produit en croix.

E.71 On considère la configuration suivante où:



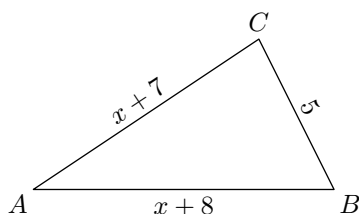
qui vérifient les propriétés suivantes:

- le triangle AMN rectangle en A ;
- le point B appartient au côté $[AM]$ tel que: $AB = 2,5$
- le point C appartient au segment $[AN]$ tel que (BC) est parallèle à (MN) ;
- En notant x la mesure du segment $[AC]$, on a: $BM = x ; BC = x+0,5 ; AC = x$

- 1 Déterminer la mesure de $[AC]$.
- 2 Déterminer la mesure de $[CN]$.

E.72  x est un nombre positif compris entre 0 et 10; les longueurs sont exprimées en cm et les aires en cm^2 .

La figure ci-dessous est effectuée à main levée. Il s'agit de savoir s'il existe une valeur de x pour laquelle ABC est un triangle rectangle.



- 1 Calculer AB et AC lorsque $x=4$. Lorsque $x=4$, ABC est-il rectangle? Justifier la réponse.
- 2 Développer et réduire: $(x+7)^2$; $(x+8)^2$
En déduire: $AB^2 - AC^2 = 2x + 15$
Quelle est la valeur de $AB^2 - AC^2$ lorsque $x=0$, lorsque $x=10$?
La valeur de BC^2 dépend-elle du nombre x ?
- 3
 - a Résoudre l'équation: $2x + 15 = 25$.
 - b En déduire la valeur de x , afin que le triangle ABC soit rectangle en C . Justifier votre résultat.

14. Exercices non-classés

E.73

- 1 On considère l'équation (E) définie par:
 $(E) : \frac{1}{2}x + \frac{4}{3} = x - \frac{2}{3}$
 - a Donner l'expression simplifiée de l'équation (E') obtenue en multipliant chaque membre de l'équation (E) par 6.
 - b Résoudre l'équation (E') .
 - c Quelle propriété permet d'affirmer que les solutions de l'équation (E) sont les mêmes que celles de l'équation (E') ?
- 2 On considère l'équation (F) définie par:
 $(F) : \frac{1}{5}x + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}(x + 1)$
 - a Donner l'expression simplifiée de l'équation (F') obtenue en multipliant chaque membre de l'équation (F) par 30.
 - b En déduire les solutions de l'équation (F) .

E.74 Résoudre les équations suivantes:

a $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}x - \frac{5}{2}$ b $\frac{3}{5}(2 - x) = \frac{1}{10}(2x - 1)$

E.75 Parmi les équations ci-dessous, lesquelles admettent le nombre 2 pour solution?

a $3x + 1 = 2x - 1$ b $3(x + 1) - 3(2 - x) = x + 1$
c $\frac{2x + 1}{3x + 4} = \frac{1}{2}$ d $\sqrt{3x^2 + 4} = 4$

E.76 On considère un disque ayant une aire égale à 235 cm^2 . Déterminer le rayon de ce disque, arrondie au millimètre près.

Rappel: soit r le rayon du disque. Son aire $\mathcal{A}$ est:

$$\mathcal{A} = \pi r^2$$

Indication:: on utilisera: $\pi \approx 3,1416$

E.77 On dispose d'un tissu de forme rectangulaire de 15m de long et de 3m de large.
On considère un tissu de forme carré ayant même aire que le premier morceau de tissu.
Quelle est la mesure du côté de ce carré?

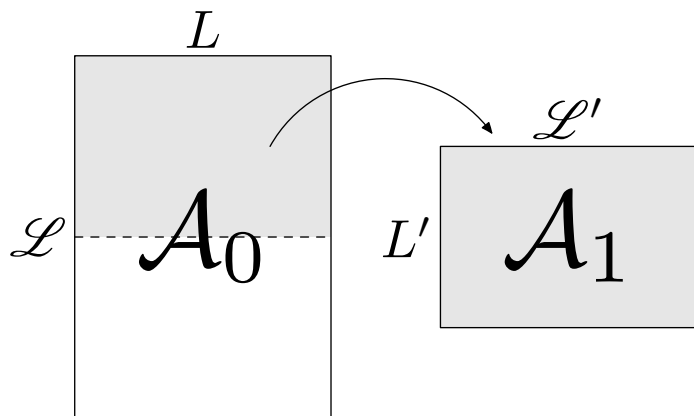
E.78 Voilà la formule qui donne la distance d , en mètres, parcourue par un parachutiste en chute libre durant un temps t exprimé en secondes (*en ne tenant pas compte de la résistance à l'air*): $d = \frac{9,81}{2}t^2$.

- 1 Calculer le temps pour que le parachutiste fasse un saut de 50 m
- 2 Même question avec un saut de 4000 m

E.79 Léonard de Vinci voulait créer une succession de rectangles ayant les propriétés suivantes :

- Le premier des rectangles a une surface de 1 m^2 .
- Le second rectangle s'obtient par pliage de moitié suivant la plus longue des longueurs du rectangle.
- Elle doit avoir les mêmes proportions que le premier rectangle.

C'est-à-dire le rapport $\frac{\text{Longueur}}{\text{Largeur}}$ doit être identique pour les deux premiers rectangles



- Et ainsi de suite, on peut créer le troisième, quatrième type de feuilles...

On note ces rectangles $A_0, A_1, A_2, \dots$

- a** En fonction de $\mathcal{L}$ et de L , exprimer le rapport $\frac{\text{Longueur}}{\text{Largeur}}$ dans le rectangle A_0 .
- b** Sachant que les proportions des rectangles A_0 et A_1 sont égales, en déduire l'égalité suivante :
 $\mathcal{L} = \sqrt{2} \times L$.
- c** Le rectangle A_0 a une surface de 1 m^2 , montrer que :
 $\mathcal{L} \approx 1,19 \text{ m}$ et $L \approx 0,84 \text{ m}$.

Remarque : on vient ainsi de recréer les formats de papier européen : les papiers formats $A_0, A_2, \dots, A_{13}$

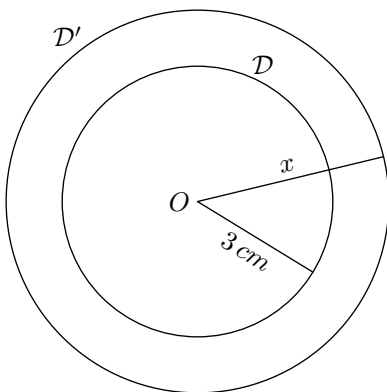
- Sachant que la plupart des papiers utilisés ont pour "grammage" 80 g/m^2 , donner le poids d'une ramette de 500 feuilles au format A4.

E.80

Indication : on utilisera : $\pi \approx 3,1416$

On considère deux disques $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ de centre O . Le disque $\mathcal{D}$ a pour rayon 3 cm .

- Donner l'aire exacte du disque $\mathcal{D}$, puis arrondi au dixième de cm^2 près.
- Quel doit être le rayon du disque $\mathcal{D}'$ afin que l'aire du disque $\mathcal{D}'$ soit le double de celle du disque $\mathcal{D}$?



- Donner un programme de tracés permettant d'obtenir le disque $\mathcal{D}'$ à partir du disque $\mathcal{D}$ à l'aide de la règle non-graduée et du compas.

E.81 Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a $x(2x - 7) = 0$ **b** $4x^2 = 100$

E.82

Programme A.

- Choisir un nombre ;
- Soustraire 3 ;
- Calculer le carré du résultat obtenu.

Programme B.

- Choisir un nombre ;
- Calculer le carré de ce nombre ;
- Ajouter le triple du nombre de départ ;
- Ajouter 7.

- Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A. Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.
- Tidjane choisit le nombre -5 et applique le programme B. Quel résultat obtient-il?
- Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3?

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

- Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x .
 - Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : $x^2 - 6x + 9$
 - Écrire le résultat du programme B.
 - Existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat? Si oui, lequel?

E.83 Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 2010.

E.84 Résoudre les équations suivantes :

a $\frac{1}{4}x = \frac{1}{6}x - \frac{5}{2}$ **b** $\frac{x+2}{2} + 3 = \frac{2x}{3} + x - 2$

E.85

- En augmentant de 3 cm les longueurs des côtés d'un carré, celui-ci a pour aire 144 cm^2 . Quelle était l'aire au départ?
- En augmentant de 5 cm les longueurs des côtés d'un carré, celui-ci voit son aire augmenté de 144 cm^2 . Quelle était la longueur de ses côtés avant l'augmentation?