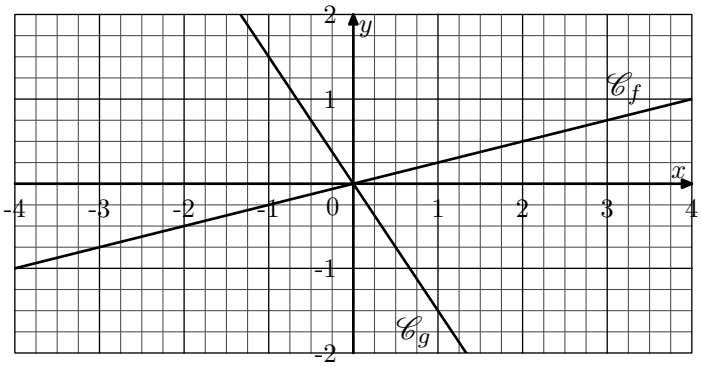
Troisième / Fonctions linéaires, fonctions affines et problèmes

1. Fonctions linéaires et coefficient de proportionnalité

E.1 Dans le repère ci-dessous, ont été représentées les courbes représentatives de deux fonctions f et g représentées par des droites passant par l'origine du repère.



1. Par lecture graphique, compléter le tableau de valeurs ci-dessous

x	-4		0	1	
$f(x)$		$-\frac{1}{2}$			$\frac{3}{4}$

x		$-\frac{1}{2}$			1
$g(x)$	$\frac{3}{2}$		0	$-\frac{3}{4}$	

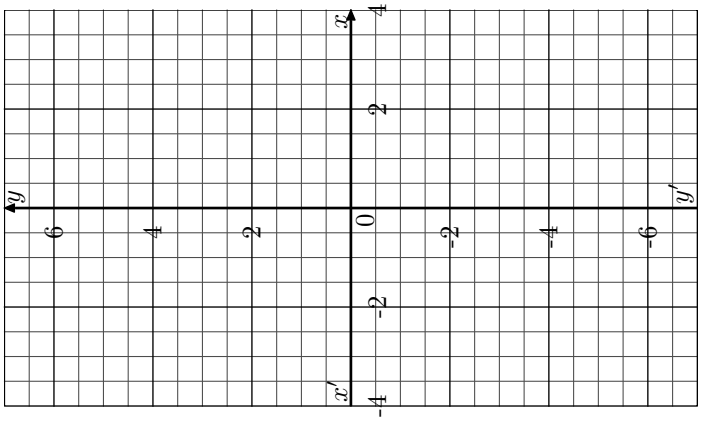
2. Établir que ces deux tableaux de valeurs sont aussi des tableaux de proportionnalité. On donnera leur coefficient de proportionnalité.

E.2 On considère la fonction f dont le tableau de valeurs est un tableau de proportionnalité dont le coefficient de proportionnalité a pour valeur 1,5.

1. Compléter ci-dessous le tableau de valeurs de la fonction f :

x	-4		-1			4
$f(x)$		$-4{,}5$		0	3	

2. On munit le plan d'un repère représenté ci-dessous :



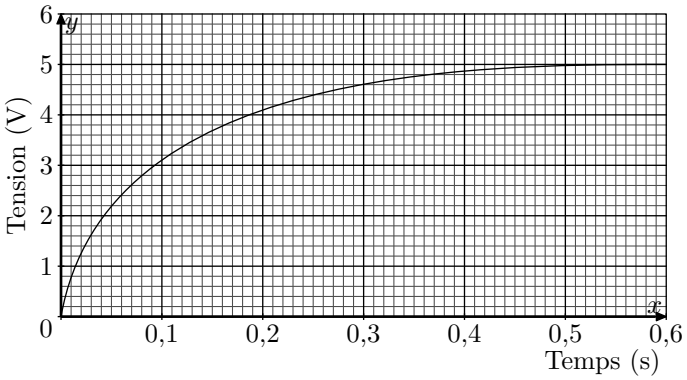
Attention à l'orientation du graphique

a. Placer l'ensemble de ces points dans le repère. Que remarque-t-on?

b. Tracer la courbe représentative de la fonction f.

c. Quelle particularité possède la courbe représentative de la fonction f?

E.3 Un condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique pour la restituer plus tard.
Le graphique suivant montre l'évolution de la tension mesurée aux bornes d'un condensateur en fonction du temps lorsqu'il est en charge.



1. S'agit-il d'une situation de proportionnalité? Justifier.
2. Quelle est la tension mesurée au bout de $0{,}2\,s$?
3. Au bout de combien de temps la tension aux bornes du condensateur aura-t-elle atteint 60 % de la tension maximale qui est estimée à $5\,V$?

2. Expression d'une fonction linéaire

E.4 On considère une fonction f qui admet le tableau de valeur ci-dessous :

x	-1	0	3	4	6
$f(x)$	-3	0	9	12	18

1. Justifier que le tableau de valeurs est un tableau de proportionnalité.
2. Parmi les expressions ci-dessous, laquelle représente l'expression de la fonction f ?

   a. $f(x) = x + 3$ b. $f(x) = 3x$ c. $f(x) = \dfrac{x}{3}$

E.5 On considère la fonction f linéaire dont l'image du nombre 4 a pour valeur 2.

Donner l'expression de la fonction f.

E.6 On considère une fonction linéaire f dont la représentation graphique passe par le point de coordonnée $(2\,;-3)$.

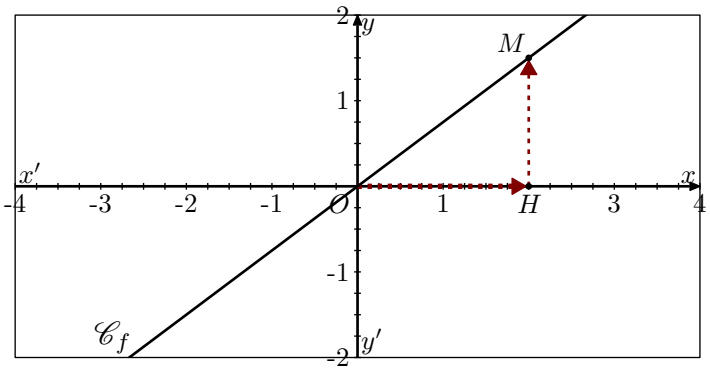
Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.

E.7 On considère la fonction f linéaire ayant pour coefficient directeur $\dfrac{2}{3}$.

1. Déterminer l'expression de la fonction f.
2. Quelles sont les images des nombres 6 et 8 par la fonction f ?
3. Quel est l'antécédent du nombre -2 par la fonction f ?

3. Lecture graphique du coefficient directeur d'une fonction linéaire

E.8 On considère la fonction f linéaire de coefficient directeur 0,75. Sa représentation graphique est donnée dans le repère ci-dessous :



On considère les trois points :

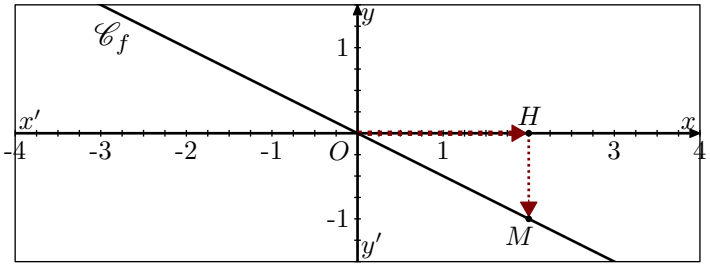
$O(0\,;0)$; $M(2\,;1{,}5)$; $H(2\,;0)$

1. Justifier que le point M appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.
2. a. Donner les mesures des segments $[OH]$ et $[HM]$.

   b. Parmi les quotients ci-dessous, lequel est égal au coefficient directeur de la fonction f :

   $\dfrac{OH}{HM}$; $\dfrac{MH}{HO}$

E.9 On considère la fonction f linéaire de coefficient directeur $-0{,}5$. Sa représentation graphique est donnée dans le repère ci-dessous :



On considère les trois points :

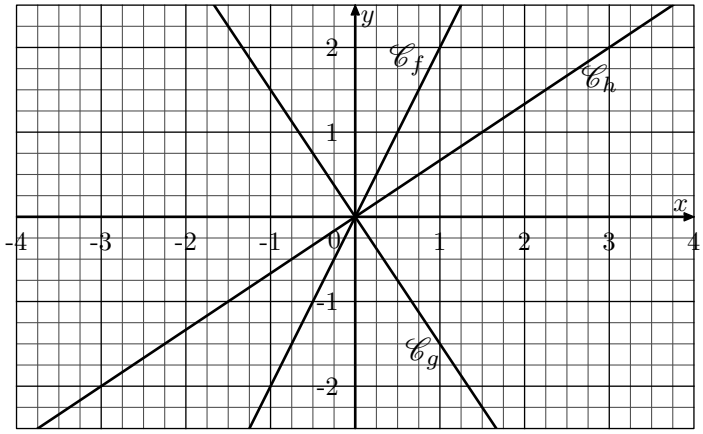
$O(0\,;0)$; $M(2\,;-1)$; $H(2\,;0)$

1. Justifier que le point M appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.
2. a. Donner les mesures des segments $[OH]$ et $[HM]$.

   b. Parmi les quotients ci-dessous, lequel est égal au coefficient directeur de la fonction f :

   $-\dfrac{OH}{HM}$; $-\dfrac{MH}{HO}$; $\dfrac{OH}{HM}$; $\dfrac{MH}{HO}$

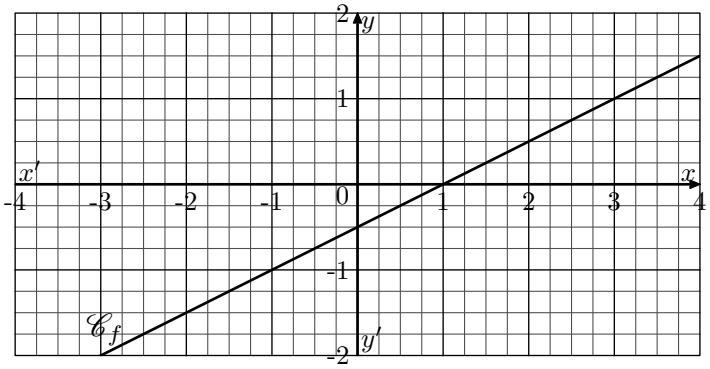
E.10 Dans le repère ci-dessous, sont représentées les trois courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_g$ respectivement représentatives des trois fonctions f, g et h.



1. Justifier graphiquement que les trois fonctions f, g et h sont des fonctions linéaires.
2. Déterminer graphiquement le coefficient directeur de ces trois fonctions.

4. *Fonctions affines et proportionnalité*

E.11 On munit le plan d'un repère et on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f représentée ci-dessous :



1. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-3		0		2	3
$f(x)$		-1		0		

2. Le tableau de valeurs traduit-il une situation de proportionnalité?

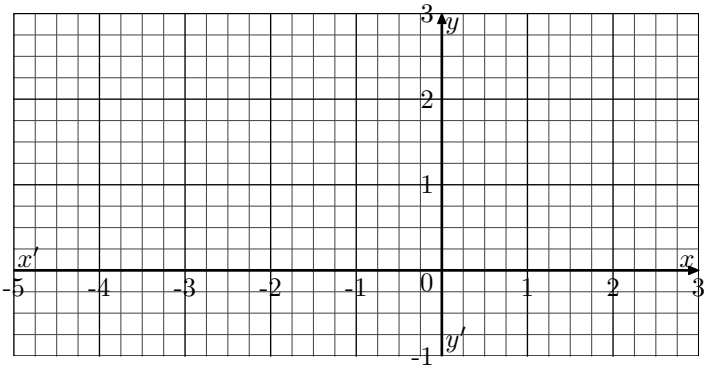
E.12 On considère la fonction f définie pour tout nombre x et dont l'image $f(x)$ a pour expression :
$f(x) = -0.5x + 0.5$

1. a. Compléter, ci-dessous, le tableau de valeurs de la fonction f :

$\ell.1$	x	-4		-1			2
$\ell.3$	$f(x)$		2		$0,5$	0	

b. Justifier que ce tableau ne traduit pas une situation de proportionnalité.

2. a. Placer les points associés au tableau de valeurs de la fonction f dans le tableau ci-dessous :



b. Compléter la phrase ci-dessous :
"la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f est une ..... qui ne passe pas par ....."

3. Les questions suivantes utilisent le point $A(-4\,;2{,}5)$ appartenant à la courbe $\mathscr{C}_f$ et ses coordonnées.

a. Compléter le tableau ci-dessous :

$\ell.1$	x	-4		-1			2
$\ell.2$	$x-(-4)$	0		3			6
$\ell.3$	$f(x)$		2		$0,5$	0	
$\ell.4$	$f(x)-2,5$		$-0,5$		-2	$-2,5$	

b. Justifier que les lignes $\ell.2$ et $\ell.4$ du tableau précédent représentent une situation de proportionnalité. On donnera le coefficient de proportionnalité associé.

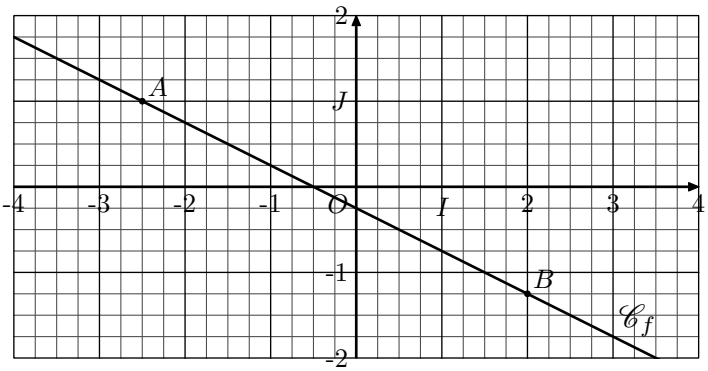
5. *Coefficient directeur et fonction affine*

E.13

Proposition : Soit f une fonction affine de coefficient directeur a. Pour tout nombre x_1 et x_2 tel que $x_1 \neq x_2$, on a :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

On considère la fonction f affine dont la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative est représentée ci-dessous dans le repère et sont représentés les points A et B appartenant à $\mathscr{C}_f$.



1. Donner les images des nombres $-2,5$ et 2 par la fonction f.

2. Déterminer le coefficient directeur de la fonction affine f.

E.14

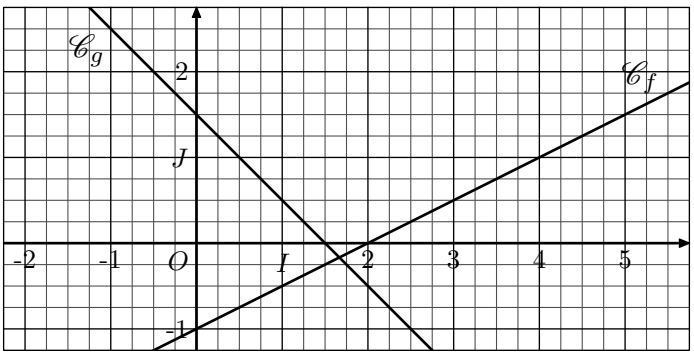
Définition : dans le plan muni d'un repère, on considère une droite (d) non-parallèle à l'axe des ordonnées et deux points $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ appartenant à la droite (d).
On appelle **coefficient directeur de la droite (d)** le nombre a défini par : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

(cette valeur ne dépend pas des points A et B)

Proposition : on considère le plan muni d'un repère

- Toute droite non-parallèle à l'axe des ordonnées est la courbe représentative d'une fonction affine.
- Le coefficient directeur d'une fonction affine est égal au coefficient directeur de sa droite représentative.

une droite On considère le plan muni d'un repère et deux fonctions affines f et g.
Les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ des fonctions f et g sont représentées ci-dessous :

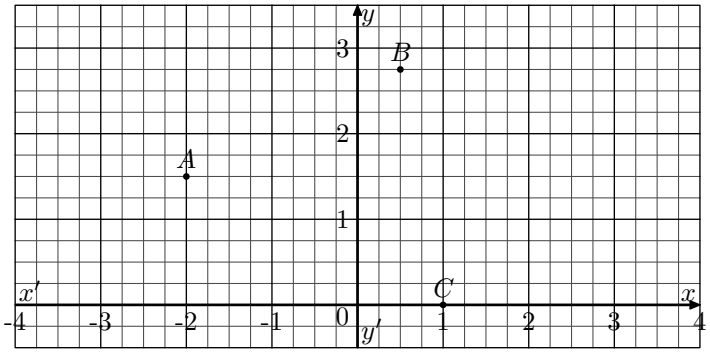


Déterminer les coefficients directeurs des fonctions f et g.

6. *Coefficient directeur et sens de variations*

E.15 On considère le plan muni d'un repère et deux fonctions affines f et g dont on note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ leurs courbes représentatives.
De plus, on sait que :

- la fonction f a pour coefficient directeur 0,5.
- la fonction g a pour coefficient directeur $-0{,}5$.
- le point $A(-2\,;1{,}5)$ appartient aux deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
- chacun des points $B(0{,}5\,;2{,}75)$ et $C(1\,;0)$ appartient à une de ces deux courbes.

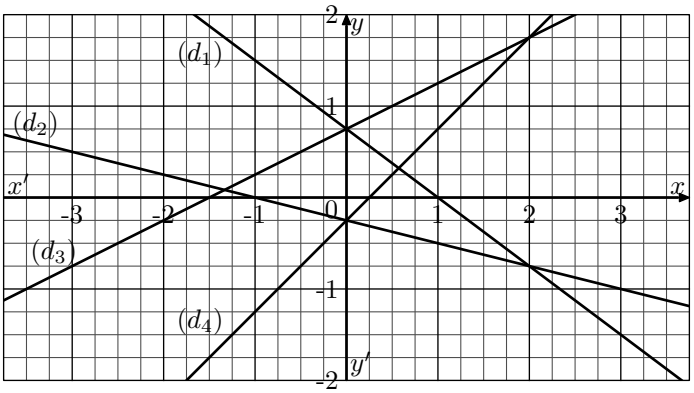


1 a Déterminer le coefficient directeur associé à la droite (AB).

b Déterminer le coefficient directeur associé à la droite (AC).

2 Associer à chaque courbe, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, sa droite représentative.

E.16 Dans le plan muni d'un repère, on considère les quatre droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) représentées ci-dessous :



Associer chacune de ces droites à la courbe de représentative d'une des quatre fonctions affines ci-dessous :

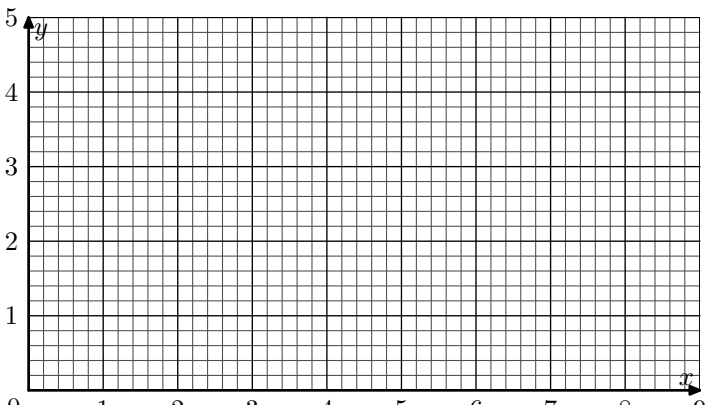
On considère les quatre fonctions affines :

$f : x \longmapsto 0{,}5x + 0.75$ $\qquad$ $g : x \longmapsto -0{,}75x + 0{,}75$

$h : x \longmapsto x - 0{,}25$ $\qquad$ $j : x \longmapsto -0{,}25x - 0{,}25$

7. *Tracer de courbes représentatives*

E.17 On considère le plan muni du repère ci-dessous :



On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = -\frac{1}{4} \cdot x + 4 \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{3} \cdot x$$

1 a Donner la nature des deux fonctions f et g.

b Compléter les deux tableaux de valeurs suivants :

x	0	4	6	8
$f(x)$				

x	0	3	6	9
$g(x)$				

2 Effectuer le tracé des courbes représentatives des fonctions f et g dans le repère ci-dessous.

3 Les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ vont permettre d'obtenir les valeurs approchées des images et des antécédents de nombres par ces deux fonctions. Laisser les traits de constructions permettant de répondre aux questions suivantes :

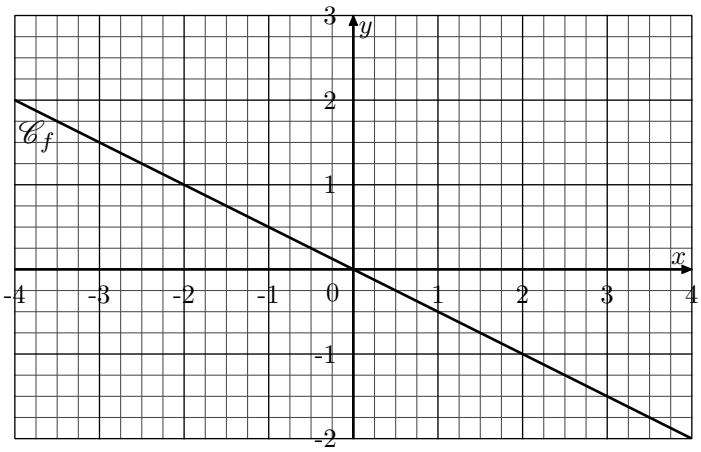
a Déterminer la valeur approchée de l'image de 2 par la fonction f.

b Déterminer la valeur approchée de l'image de 4 par la fonction g.

c Déterminer la(s) valeur(s) approchée(s) des antécédent(s) du nombre 2 par la fonction f.

d Déterminer la(s) valeur(s) approchée(s) des antécédent(s) du nombre 2,5 par la fonction g.

E.18 On considère le plan muni d'un repère et la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f.



1 a Quelle est la nature de la fonction f ?

b Déterminer le coefficient directeur de la fonction f.

2 On considère les deux fonctions g et h définie par :

$$g(x) = x - 1 \quad ; \quad h(x) = -\frac{1}{2}x + 2$$

On note $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ leurs courbes représentatives :

a Donner les coefficients directeurs associés des fonctions g et h.

b Parmi les quatre points ci-dessous, lesquels appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_g$? Lesquels appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_h$?

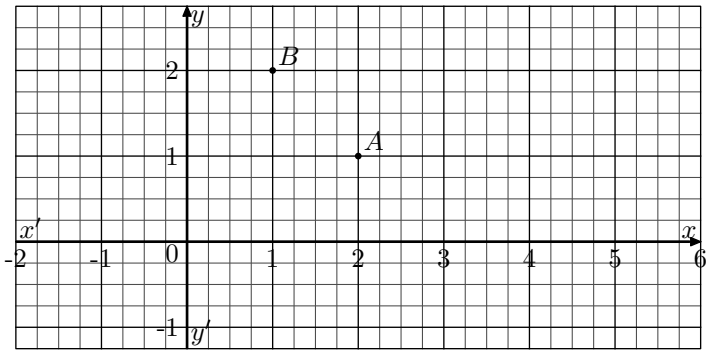
$A(0\,;2) \quad ; \quad B(0\,;-1) \quad ; \quad C(3\,;2) \quad ; \quad D(2\,;1)$

c Effectuer le tracé des courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$.

E.19 On considère la fonction f affine dont le coefficient directeur vaut 1,5 et dont l'image de 2 vaut 1.

On munit le plan d'un repère et on considère les deux points : $A(2\,;1)$ et $B(1\,;2)$.

On notera $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.



1 Parmi les deux points A et B, lequel appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.

2 Tracer la courbe $\mathscr{C}_f$ en justifiant votre démarche.

8. *Calcul d'images et d'antécédents*

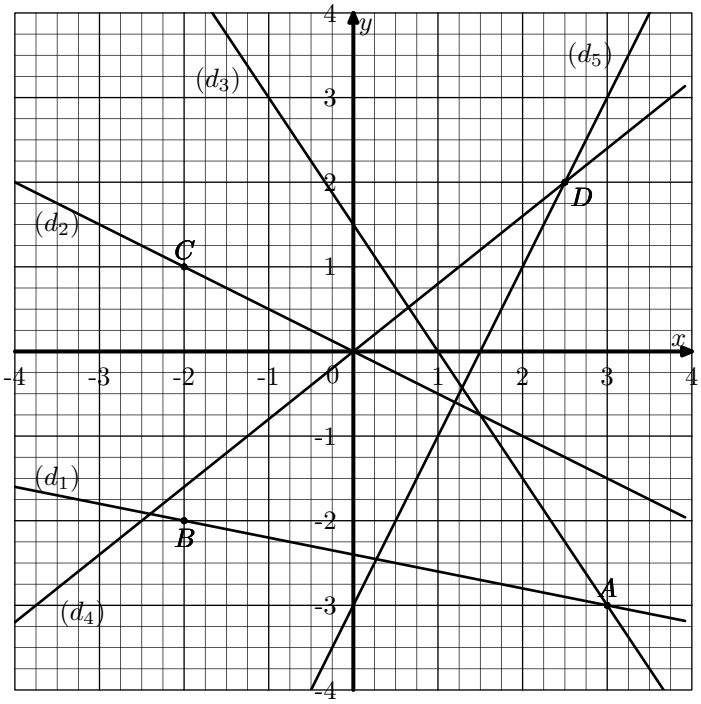
E.20 On considère la fonction f affine de coefficient directeur 2 et d'ordonnée à l'origine 1.

1 Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.

2 Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction f.

3 Déterminer l'antécédent du nombre 5 par la fonction f.

E.21 Dans le repère donné ci-dessous, sont représentées cinq droites (d_1), (d_2), (d_3), (d_4), (d_5) :



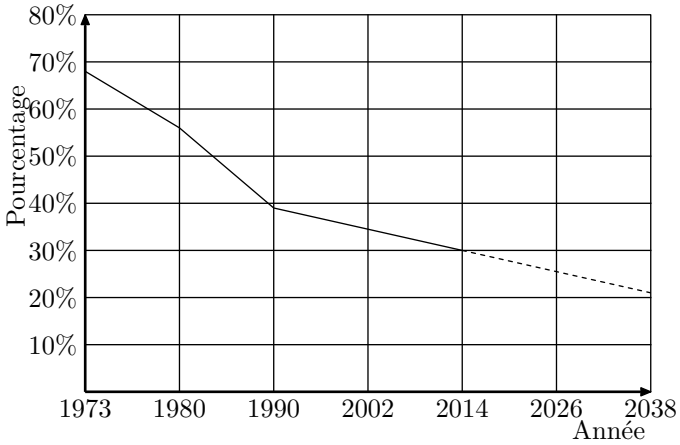
On considère également les cinq fonctions affines suivantes :

$$f(x) = -0{,}2{\cdot}x - 2{,}4 \quad ; \quad g(x) = -1{,}5{\cdot}x + 1{,}5$$

$$h(x) = 0{,}8{\cdot}x \quad ; \quad j(x) = -0{,}5{\cdot}x \quad ; \quad k(x) = 2{\cdot}x - 3$$

1. a. Donner les coordonnées du point A.
   b. Déterminer les deux fonctions affines dont leurs droites représentatives passent par le point A.
   c. Donner les coordonnées du point B.
   d. En déduire la fonction affine admettant la droite (d_1) pour courbe représentative.
2. a. Donner les coordonnées du point C.
   b. Déterminer l'unique fonction affine dont la droite représentative passe par le point C.
3. a. À l'aide des coordonnées du point D, déterminer les deux fonctions affines dont la droite représentative passe par le point D.
   b. Quelle fonction admet la droite (d_4) pour courbe représentative?

E.22 On étudie la consommation d'énergie en France et on peut observer l'évolution de la part du pétrole au fil des années à partir d'une représentation graphique comme celle proposée ci-dessous.



Les pointillés indiquent que l'on suppose que la baisse de la part du pétrole va se poursuivre sur le rythme observé depuis 2002.

En suivant cette supposition, on peut modéliser la part du pétrole *(exprimée en pourcentage)* en fonction de l'année a par la fonction P, définie ainsi :

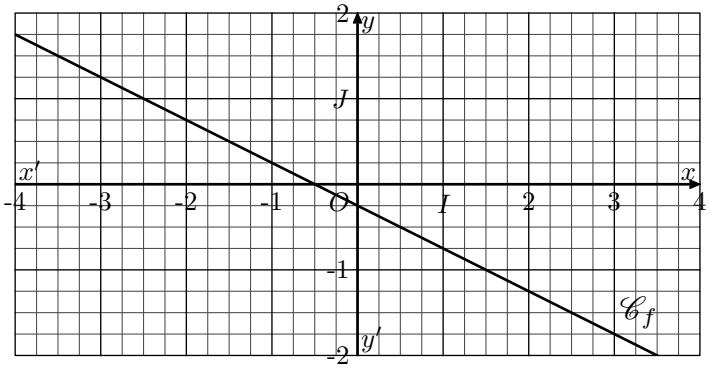
$$P(a) = \frac{-17}{48}a + 743{,}5$$

1. Écrire le calcul permettant de vérifier que : $P(1990) \approx 38{,}7$
2. D'après ce modèle, à partir de quelle année la part du pétrole sera-t-elle nulle?

9. *Fonctions affines : calcul d'images*

E.23

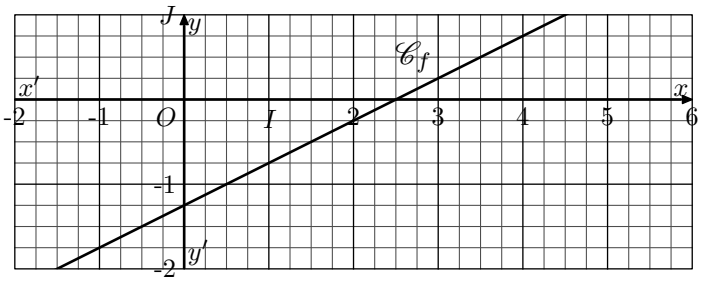
On considère la fonction f affine dont la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative est représentée ci-dessous dans le repère et sont représentés les points A et B appartenant à $\mathscr{C}_f$.



1. Graphiquement, donner l'image du nombre 2 par la fonction f.
2. Parmi les expressions algébriques, laquelle définit la fonction f :
   a. $g(x) = 0{,}5x + 0{,}25$
   b. $h(x) = 0{,}5x - 0{,}25$
   c. $j(x) = -0{,}5x + 0{,}25$
   d. $k(x) = -0{,}5x - 0{,}25$

E.24

On considère la fonction f affine dont la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative est représentée ci-dessous dans le repère et sont représentés les points A et B appartenant à $\mathscr{C}_f$.



1. Graphiquement, donner l'image du nombre 2 par la fonction f.
2. Parmi les expressions algébriques, laquelle définit la fonction f :

   a. $g(x) = 0{,}5x + 1{,}25$ b. $h(x) = 0{,}5x - 1{,}25$

   c. $j(x) = -0{,}5x + 1{,}25$ d. $k(x) = -0{,}5x - 1{,}25$

10. *Fonctions affines : déterminer l'expression (sans rationnel)*

E.25 On considère la fonction affine f dont la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ passe par les points $A(-1\,;3)$ et $B(3\,;4)$.

Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.

E.26 On considère la droite $\mathscr{D}$ passant par les points $A(2\,;2{,}5)$ et $B(5\,;1)$.

1. Soit f la fonction ayant pour représentation la droite $\mathscr{D}$. Déterminer l'écriture algébrique de la fonction f.
2. Soit $C(101\,;-47)$.
   Les points A, B et C sont-ils alignés? Justifier.

E.27 Dans le plan munit du repère $(O\,;I\,;J)$, on considère la droite représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction affine f.

1. $\mathscr{C}_f$ passe par les points $A(4\,;6)$ et $B(-4\,;2)$.
   Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. Soit $C(102\,;51)$. Les points A, B et C sont-ils alignés?

E.28 La copie d'écran ci-dessous montre le travail effectué par Léa pour étudier trois fonctions f, g et h telles que :

- $f(x) = x^2 + 3x - 7$
- $g(x) = 4x + 5$
- h est une fonction affine dont Léa a oublié d'écrire l'expression dans la cellule `A4`.

	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	0	2	4	6
2	$f(x)=x^2+3x-7$	-9	-7	3	21	47
3	$g(x)=4x+5$	-3	5	13	21	29
4	$h(x)$	9	5	1	-3	-7

1. Donner un nombre qui a pour image -7 par la fonction f.
2. Vérifier à l'aide d'un calcul détaillé que : $f(6)=47$.
3. Expliquer pourquoi le tableau permet de donner une solution de l'équation :
   $x^2 + 3x - 7 = 4x + 5$
   Quelle est cette solution?
4. À l'aide du tableau, retrouver l'expression algébrique $h(x)$ de la fonction affine h.

11. *Fonctions affines : déterminer l'expression (avec rationnel)*

E.29 Déterminer l'expression de la fonction f admettant pour représentation la droite passant par les points $A(1\,;3)$ et $B(4\,;2)$.

12. *Fonctions affines et recherches d'antécédents (sans rationnel)*

E.30 Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux points : $A(3\,;-4)$; $B(6\,;2)$

On note f la fonction affine admettant la droite (AB) pour courbe représentative.

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. Déterminer l'image de l'entier 1 par la fonction f.
3. Déterminer l'antécédent de l'entier 2 par la fonction f.

E.31 Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux points : $A(-2\,;1)$; $B(1\,;-8)$

On note f la fonction affine admettant la droite (AB) pour courbe représentative.

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. Déterminer l'image de l'entier 3 par la fonction f.
3. Déterminer l'antécédent de l'entier 1 par la fonction f.

E.32 Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux points : $A(-3\,;1)$; $B(-1\,;5)$

On note f la fonction affine admettant la droite (AB) pour courbe représentative.

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. Déterminer l'image de l'entier 1 par la fonction f.
3. Déterminer l'antécédent de l'entier 3 par la fonction f.

E.33 Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux points : $A(-1\,;11)$; $B(2\,;-7)$

On note f la fonction affine admettant la droite (AB) pour courbe représentative.

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. Déterminer l'image de l'entier 1 par la fonction f.
3. Déterminer l'antécédent de l'entier 3 par la fonction f.

13. *Fonctions affines et recherches d'antécédents (avec rationnel)*

E.34 Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux points : $A(5\,;-2)$; $B(-1\,;2)$

On note f la fonction affine admettant la droite (AB) pour courbe représentative.

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. Déterminer l'image de l'entier -4 par la fonction f.
3. Déterminer l'antécédent de l'entier 1 par la fonction f.

E.35 Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux points :
$A(0\,;2)$; $B(9\,;0)$

On note f la fonction affine admettant la droite (AB) pour courbe représentative.

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. Déterminer l'image de l'entier 2 par la fonction f.
3. Déterminer l'antécédent de l'entier 1 par la fonction f.

E.36 Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux points : $A(-1\,;2)$; $B(6\,;-1)$

On note f la fonction affine admettant la droite (AB) pour courbe représentative.

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. Déterminer l'image de l'entier 1 par la fonction f.
3. Déterminer l'antécédent de l'entier 3 par la fonction f.

E.37 Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux points : $A(-3\,;2)$; $B(6\,;-2)$

On note f la fonction affine admettant la droite (AB) pour courbe représentative.

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. Déterminer l'image de l'entier 1 par la fonction f.
3. Déterminer l'antécédent de l'entier 3 par la fonction f.

14. *Problèmes*

E.38 On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f et par une autre fonction g. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

C2 f_x $\sum$ $= -5\times C1+7$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	f(x)	22	17	12	7	2	-3	-8
3	g(x)	13	8	5	4	5	8	13
4								

1. Quelle est l'image de -3 par f?
2. Calculer $f(7)$.
3. Donner l'expression de $f(x)$.
4. On sait que $g(x)=x^2+4$. Une formule a été saisie dans la cellule `B3` et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules `C3:H3`. Quelle est cette formule?

E.39

En physique, la tension U aux bornes d'une "résistance" est proportionnelle à l'intensité I du courant qui la traverse, c'est-à-dire :

$$U = R \times I$$

où R (valeur de la résistance) est le coefficient de proportionnalité.

On rappelle que l'unité de l'intensité est l'ampère et que l'unité de tension est le volt.

L'intensité I *(en ampères)*	0,02	0,03	0,04	0,08
Tension U *(en volts)*	3	4,5	6	12

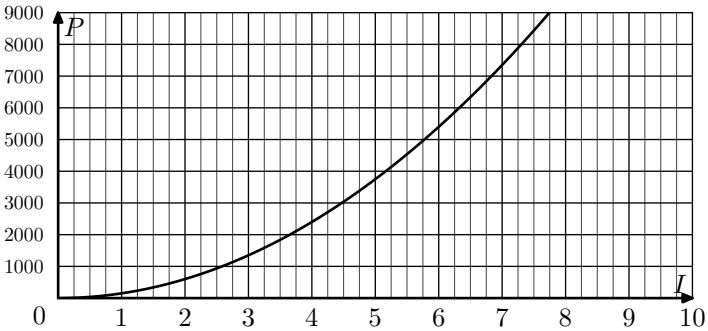
1. On nomme f la fonction qui donne la tension U en fonction de l'intensité I.
   a. Justifier que la fonction f est une fonction linéaire. On précisera le coefficient directeur de la fonction f.
   b. Déterminer la valeur exacte de l'intensité quand $U = 9$ volts.

En physique, la puissance P de la "résistance" est le produit de la tension U ses bornes et de l'intensité I qui la traverse, c'est-à-dire : $P = U \times I$

On rappelle que l'unité de puissance est le watt.

2. En utilisant l'expression obtenue à la question 3 de la partie A, justifier que : $P = 150 \times I^2$

On nomme g la fonction qui donne la puissance P en fonction de l'intensité I et on représente, dans le plan muni d'un repère, la courbe $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction g :



Partie B : représentation de la fonction g

3. Lire graphiquement la puissance P quand $I = 5$ ampères *(on fera apparaître sur le graphique les traits de construction ayant permis la lecture).*
4. Lire graphiquement un antécédent de 2 500 par la fonction g *(on fera apparaître sur le graphique les traits de construction ayant permis la lecture).*
5. La puissance P est-elle proportionnelle à l'intensité I? Justifier la réponse.

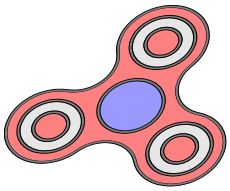
E.40 Il existe différentes unités de mesure de la température : en France, on utilise le degré Celsius *(^oC)*, aux États-Unis on utilise le degré Fahrenheit *(^oF)*.

Pour passer des degrés Celsius aux degrés Fahrenheit, on multiplie le nombre de départs par 1,8 et on ajoute 32 au résultat.

1. Qu'indiquerait un thermomètre en degrés Fahrenheit si on le plonge dans une casserole d'eau qui gèle? On rappelle que l'eau gèle à 0^oC.
2. Qu'indiquerait un thermomètre Celsius si on le plonge dans une casserole d'eau portée à $212\,^oF$? Que se passe-t-il?
3. a. Si l'on note x la température en degré Celsius et $f(x)$ la température en degré Fahrenheit, exprimer $f(x)$ en fonction de x.
   b. Comment nomme-t-on ce type de fonction?
   c. Quelle est l'image de 5 par la fonction f?
   d. Quel est l'antécédent de 5 par la fonction f?
   e. Traduire en termes de conversion de température la relation $f(10) = 50$.

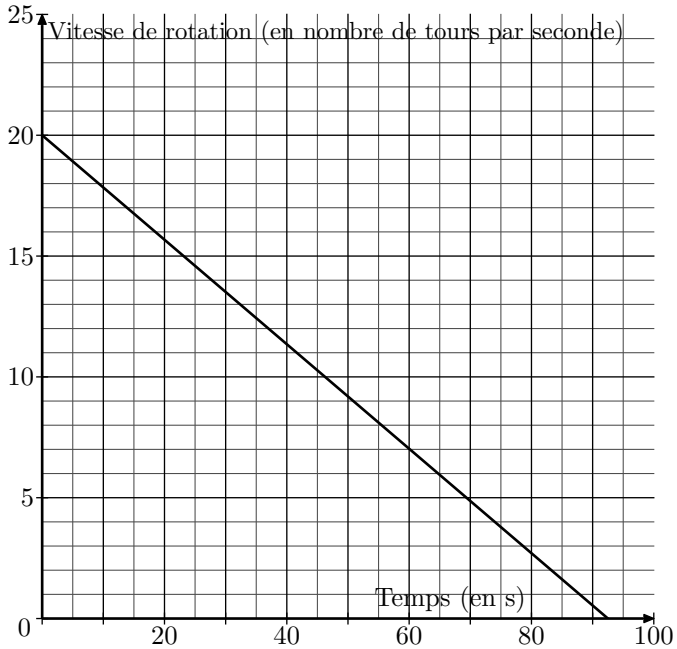
E.41

Le "*hand-spinner*" est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même. On a donné au "*hand-spinner*" une vitesse de rotation initiale au temps $t = 0$, puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à l'arrêt complet du "*hand-spinner*".



Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.
Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps exprimé en seconde :



Inspiré de : https ://www.sciencesetavenir.frlfondamental/combien-de-temps-peut-tourner-votre-hand-spinner-112808

En lançant le "*hand-spinner*" avec une vitesse initiale de 20 tours par seconde, la vitesse de rotation du "*hand-spinner*" en fonction du temps t, notée $V(t)$, s'exprime par :

$$V(t) = -0{,}214 \times t + 20$$

1. Calculer sa vitesse de rotation au bout de 30 s.

(2) Au bout de combien de temps le “*hand-spinner*” va-t-il s’arrêter? Justifier par un calcul.

(3) Est-il vrai que, d’une manière générale, si l’on fait tourner le “*hand-spinner*” deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps? Justifier.

E.42 La station de ski Blanche-Neige propose les tarifs suivants pour la saison 2004-2005 :

- tarif A : chaque journée de ski coûte 20 euros ;
- tarif B : en adhérant au club de sports dont la cotisation annuelle s’élève à 60 euros, on bénéficie d’une réduction de 30 % sur le prix de chaque journée à 20 euros.

(1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

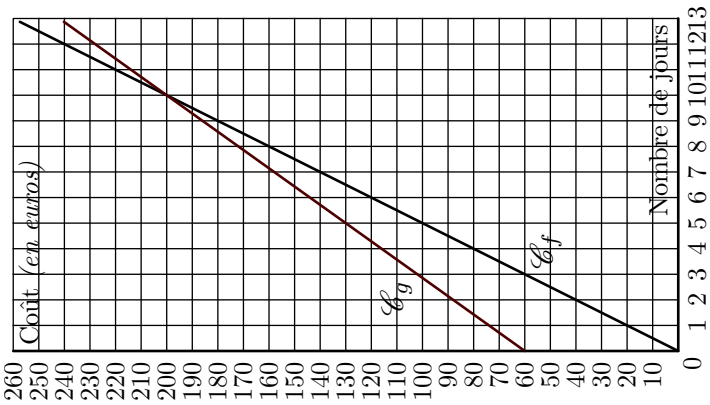
Nombre de jours de ski pour la saison 2004-2005	5	8	
Coût avec le tarif A *(en euros)*	100		220
Coût avec le tarif B *(en euros)*	130		

(2) On appelle x le nombre de journées de ski durant la saison 2004-2005.
Exprimer en fonction de x :

(a) le coût annuel C_A en euros pour un utilisateur ayant choisi le tarif A ;

(b) le coût annuel C_B en euros pour un utilisateur ayant choisi le tarif B.

(3) Ci-dessous, sont représentées dans un repère les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g définies par :
$f(x)=20x$; $g(x)=14x+60$



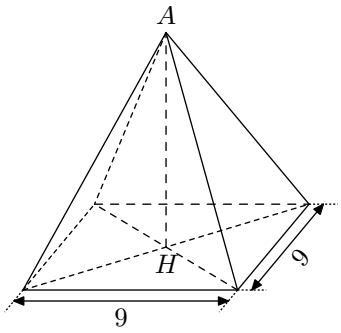
On répondra aux questions en utilisant le graphique *(faire apparaître sur le graphique les traits nécessaires)*.

(a) Léa doit venir skier douze journées pendant la saison 2004-2005. Quel est pour elle le tarif le plus intéressant? Quel est le prix correspondant?

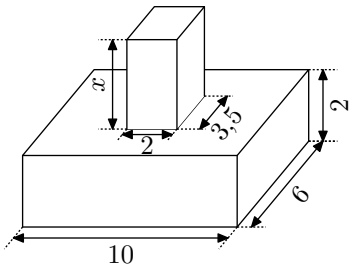
(b) En étudiant les tarifs de la saison. Chloé constate que, pour son séjour, les tarifs A et B sont égaux. Combien de journées de ski prévoit-elle de faire? Quel est le prix correspondant?

15. *Problèmes et géométrie*

E.43



Modèle 1



Modèle 2

L’unité de longueur est le centimètre.
Les schémas ci-dessus représentent deux presse-papiers.

- Le modèle 1 est une pyramide régulière dont la hauteur $[AH]$ mesure x et dont la base est un carré de côté 9.
- Le modèle 2 est constitué de deux parallélépipèdes sont 2, 6, 10. Les dimensions de l’autre sont x, 2 et 3,5

(1) Dans cette question $x=8$. Calculer alors le volume de chaque presse-papiers *(l’unité de volume est le centimètre cube)*.

(2) On considère les deux fonctions f et g définies :
$f(x) = 27x$; $g(x) = 7x + 120$

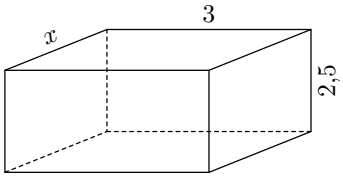
Dans le plan rapporté à un repère où :

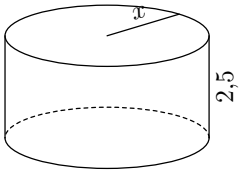
- Sur l’axe des abscisses, 1 *cm* représentera une unité.
- Sur l’axe des ordonnées, 1 *cm* représentera vingt unités.
- l’axe des abscisses et l’axe des ordonnées sont perpendiculaires.

Représenter graphiquement les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ des fonctions f et g.

(3) Graphiquement, déterminer la valeur de x pour laquelle les deux presse-papiers de modèle 1 et de modèle 2 ont le même volume? Donner alors ce volume en justifiant votre démarche.

E.44 De façon à récupérer l'eau de pluie de son toit, Lucas décide d'installer un récupérateur d'eau dans le sol de son jardin. La profondeur dont il dispose est de $2{,}5\,m$.
Un fabricant lui propose alors les deux modèles de réservoirs schématisés ci-dessous.
Les dimensions sont en mètres.
Le premier modèle a la forme d'un pavé droit, le deuxième est de forme cylindrique : dans chaque cas, x peut varier entre $0{,}5\,m$ et $1{,}5\,m$.



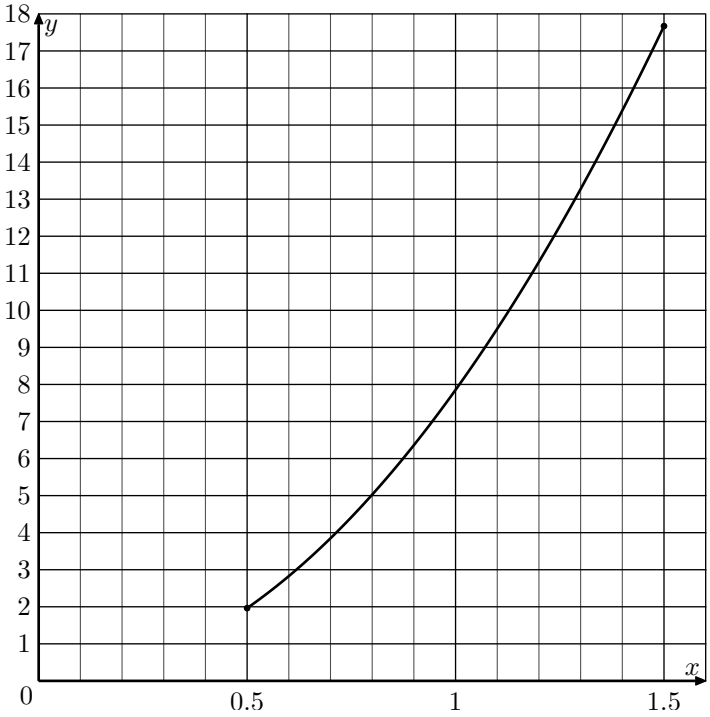


1. Compléter le tableau ci-dessous.

Longueur x *(en m)*		0,5	1,5
Volume du réservoir R_1 *(en m^3)*			
Volume du réservoir R_2 *(en m^3)*	Valeur exacte		
	Valeur arrondie à $0{,}1\,m^3$		

Indication : Les détails des calculs des valeurs exactes devront figurer sur votre copie

2. On considère la fonction $f_2 : x \longmapsto 2{,}5\pi x^2$ dont la courbe représentative est donnée ci-dessous pour des valeurs de x comprises entre 0,5 et 1,5 :



On considère la fonction $f_1 : x \longmapsto 7{,}5x$.
Représenter la fonction f_1 dans le graphique ci-dessus.

3. Répondre aux questions suivantes :

Indication : on répondra par des valeurs approchées et on fera apparaître les traits de construction permettant la lecture sur le graphique.

a. Quel est le volume du réservoir R_2 pour $x = 0{,}8\,m$?

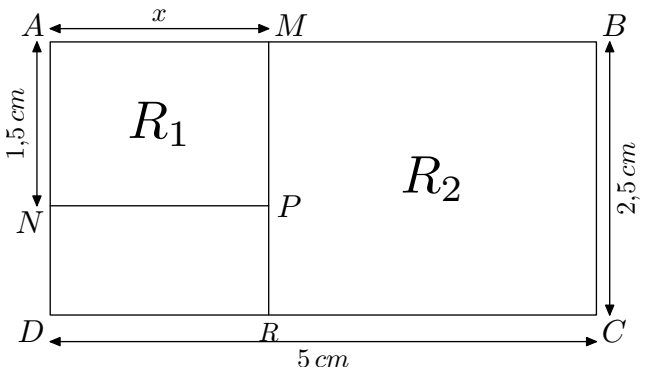
b. Quel est le rayon du réservoir R_2 pour qu'il ait une contenance de $10\,m^3$?

c. Quel est l'antécédent de 9 par la fonction f_1 ? Interpréter concrètement ce nombre.

d. Pour quelle valeur de x les volumes des deux réservoirs sont-ils égaux ?

e. Pour quelles valeurs de x le volume de R_1 est-il supérieur à celui de R_2 ?

E.45 $ABCD$ est un rectangle : $DC = 5\,cm$; $BC = 2{,}5cm$.
N est le point du segment $[AD]$ tel que : $AN = 1{,}5\,cm$.
M est un point du segment $[AB]$.
On note x la longueur du segment $[AM]$ exprimée en centimètres *(x est compris entre 0 et 5)*.
$AMPN$ et $MBCR$ sont des rectangles notés respectivement R_1 et R_2.

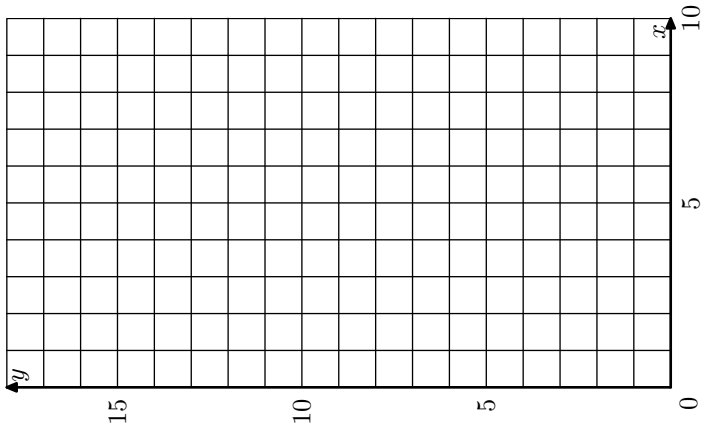


1. a. Exprimer, en fonction de x, le périmètre de R_1.

b. Exprimer, en fonction de x, le périmètre de R_2.

2. Résoudre l'équation : $2x + 3 = -2x + 15$.

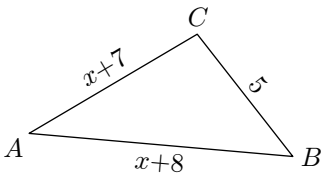
3. Sur le repère suivant, pour $0 \leqslant x \leqslant 5$, représenter graphiquement les deux fonctions affines :
$x \longmapsto 2x + 3$; $x \longmapsto -2x + 15$



4. Quelles sont les valeurs de AM pour lesquelles le périmètre de R_2 est supérieur ou égal au périmètre de R_1 ? *(Aucune justification n'est attendue.)*

E.46

On considère le triangle ABC représenté ci-contre où x est un entier :



1 a Calculer AB et AC pour $x=4$.

b Est ce que le triangle ABC est rectangle pour $x=4$.

2 On note f la fonction qui au nombre x associe la valeur de AB^2-AC^2.

a Développer les expressions :

$(x+7)^2$; $(x+8)^2$

Établir l'égalité : $f(x)=2x+15$

b Déterminer l'antécédent du nombre 25 par la fonction f.

3 Donner la valeur de x afin que le triangle ABC est rectangle en C. Quelles sont alors les dimensions du triangle ABC?

16. *Partage*

E.47 *Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.*

Pour chaque question, indiquer sur la copie son numéro et recopier la réponse exacte.

	Soit f la fonction définie par $f(x)=-2x+3$			
1	$f(x)$ est de la forme $ax+b$. La valeur de a est	3	-2	2
2	L'image de 0 par f est :	1	1,5	3
3	La droite qui représente la fonction f passe par le point	$A(-1;1)$	$B(-1;5)$	$C(1;-18)$
4	L'antécédent de 4 par la fonction f est :	-5	$\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{2}$
5	La droite qui représente la fonction f coupe l'axe des ordonnées en	$D(1{,}5;0)$	$E(0;3)$	$F(0;2)$