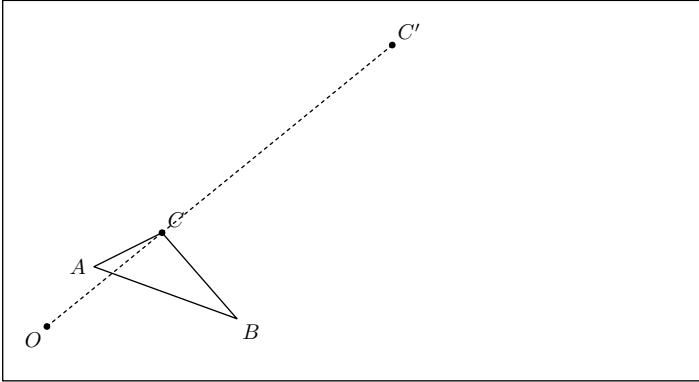


Troisième / homothétie et triangles semblables

1. Introduction aux homothéties

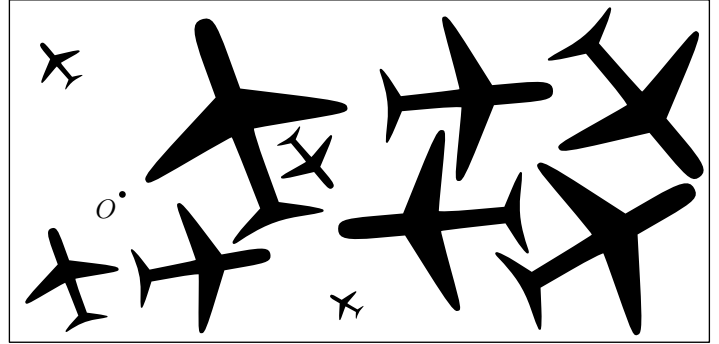
E.1 Dans le plan, on considère le triangle ABC et les points O et C' représenté ci-dessous :



- 1 Justifier que le point C' est l'image du point C par l'homothétie du centre O et de rapport 3.
- 2
 - a Placer le point A' image du point A par l'homothétie du centre O et de rapport 3.
 - b Placer le point B' image du point B par l'homothétie du centre O et de rapport 3.
 - c Tracer le triangle $A'B'C'$ image du triangle ABC par l'homothétie du centre O et de rapport 3.
- 3
 - a En mesurant les longueurs sur la figure, déterminer les valeurs approchées des quotients suivants : $\frac{A'B'}{AB}$; $\frac{A'C'}{AC}$; $\frac{B'C'}{BC}$
 - b Que peut-on dire des longueurs d'une figure et de son image par une homothétie de rapport 3.

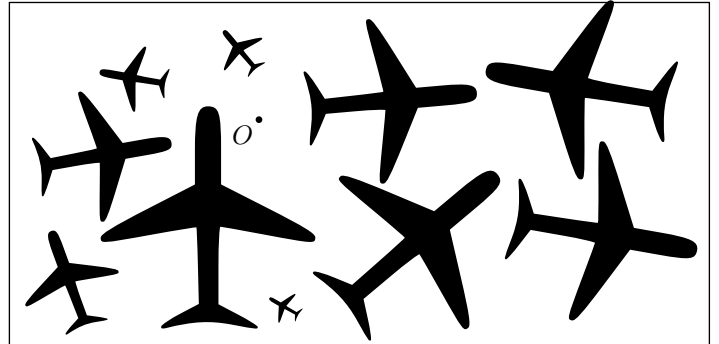
E.2 On considère le point O et les dix images

d'avions représentées ci-dessous :



Entourez les deux avions images l'un de l'autre par une homothétie de centre O .

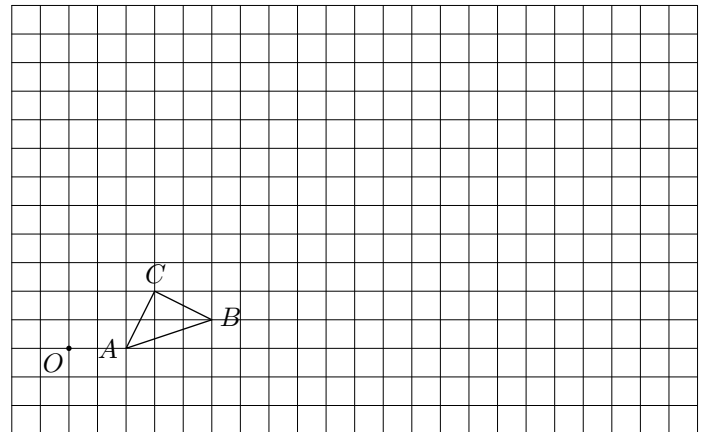
E.3 On considère le point O et les dix images d'avions représentées ci-dessous :



Entourez les deux avions images l'un de l'autre par une homothétie de centre O .

2. Homothéties sur quadrillage

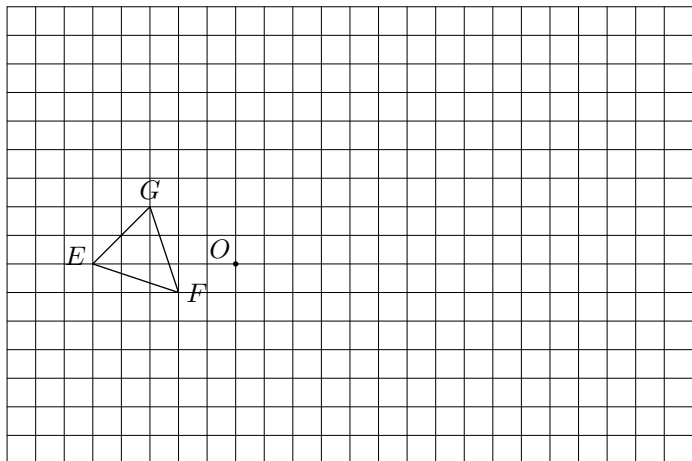
E.4 Dans le quadrillage ci-dessous, sont représentés le triangle ABC et le point O .



Construire l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 4.

3. Homothétie sur quadrillage - rapport négatif

E.5 On considère le triangle EFG et le point O représentés ci-dessous :



Construire le triangle $E'F'G'$ image du triangle EFG par l'homothétie de centre O et de rapport -3 .

E.6

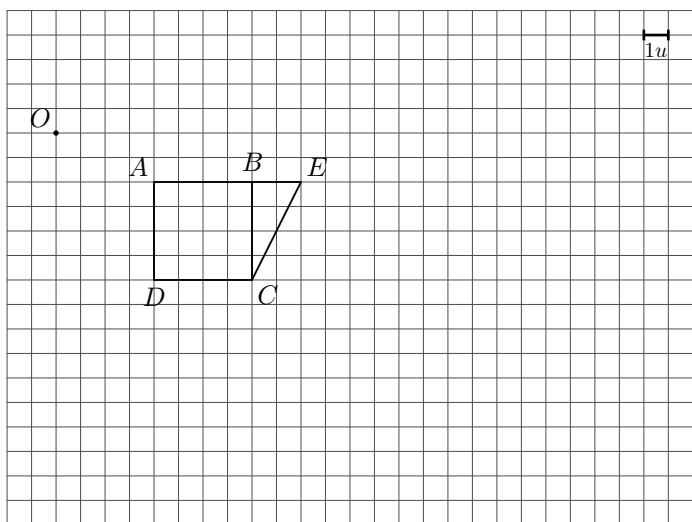
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer la réponse correcte.

Une homothétie de centre A et de rapport -2 est une transformation qui :

- a) agrandit les longueurs
- b) réduit les longueurs
- c) conserve les longueurs

4. Homothéties et aires

E.7 Ci-dessous, on considère le point O et le polygone $AECD$ formé du carré $ABCD$ et du triangle rectangle BEC en B .

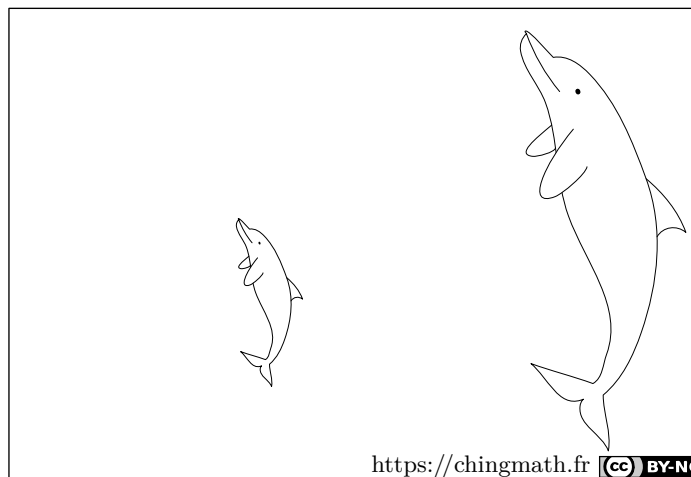


1 Tracer l'image $A'E'C'D'$ du polygone $AECD$ par l'homothétie de centre O et de rapport $2,5$.

- 2 a) Déterminer l'aire des polygones $AECD$ et $A'E'C'D'$.
- b) Quel est le facteur d'agrandissement de l'aire? Que remarque-t-on?

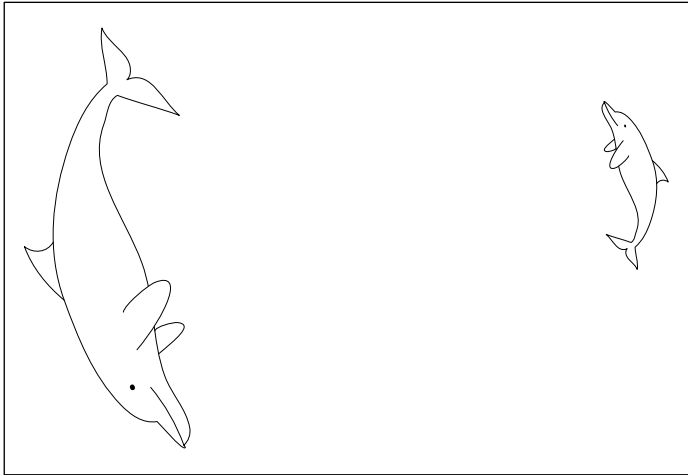
5. Homothétie: recherche du centre

E.8 Le plus grand des dauphins a été obtenu par homothétie de l'autre dauphin :



Déterminer le centre et le rapport de l'homothétie.

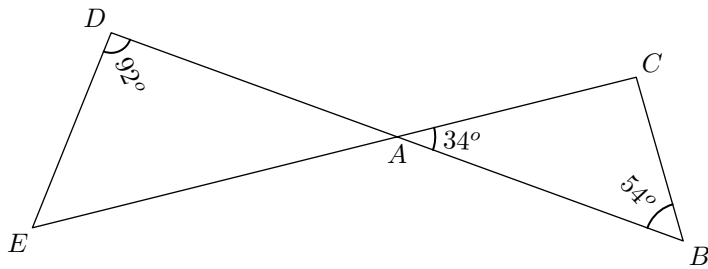
E.9 📏 📐 📦 Le plus grand des dauphins a été obtenu par homothétie de l'autre dauphin :



Déterminer le centre et le rapport de l'homothétie.

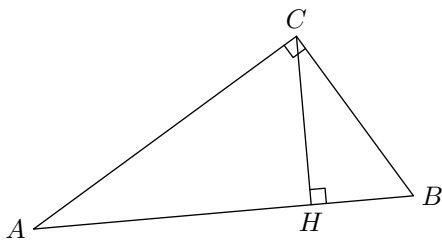
6. Triangles semblables : identification par les angles

E.10 📏 📐 📦 On considère les deux segments $[CE]$ et $[BD]$ qui s'intersectent en A .



Justifier que les triangles ADE et ABC sont des triangles semblables.

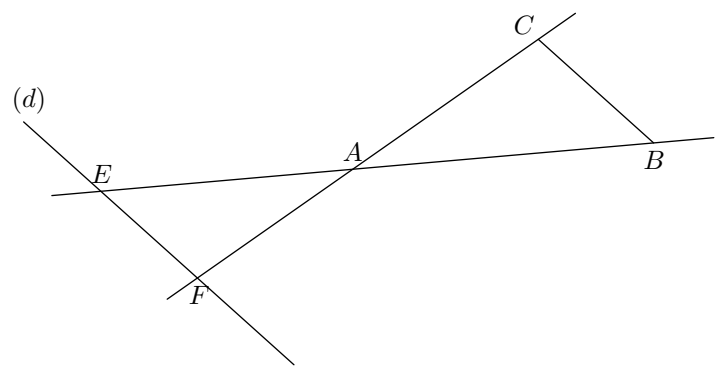
E.11 📏 📐 📦 On considère un triangle ABC rectangle en C . On note H le pied de la hauteur issue du sommet C .



Montrer que les triangles ABC et BHC sont deux triangles semblables.

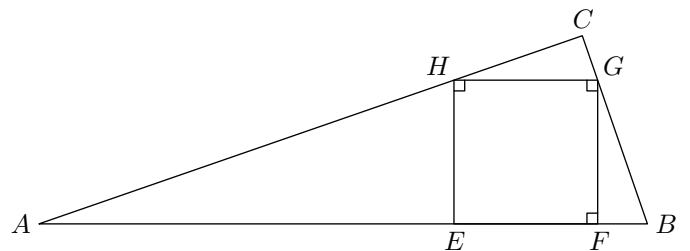
E.12 📏 📐 📦 Dans le plan, on considère trois points A , B et C distincts. Les droites (AB) et (AC) sont interceptées par une droite (d) ,

parallèle à (BC) , respectivement aux points E et F .



Justifier que les triangles ABC et AEF sont des triangles semblables.

E.13 📏 📐 📦 On considère le triangle ABC rectangle en C représenté ci-dessous :



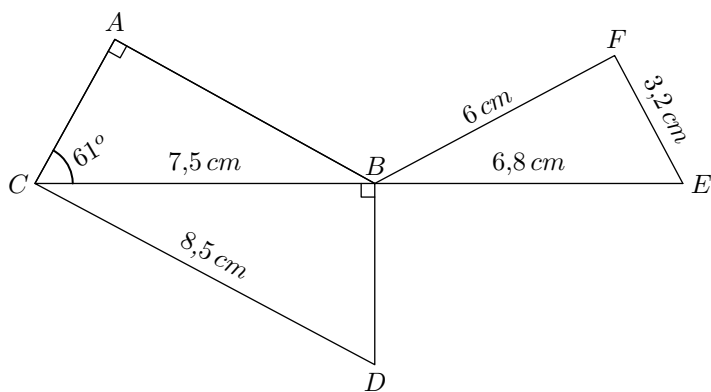
On considère le carré $EFGH$ inscrit dans le triangle ABC et tel que le côté $[EF]$ soit posé sur l'hypoténuse du triangle.

Justifier que les triangles ABC , AEH , BGF , CHG soient semblables deux à deux.

7. Triangles semblables : identification par la proportionnalité des longueurs

E.14 📏 📐 📦 🚩 La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur. Les points C , B et E sont alignés.

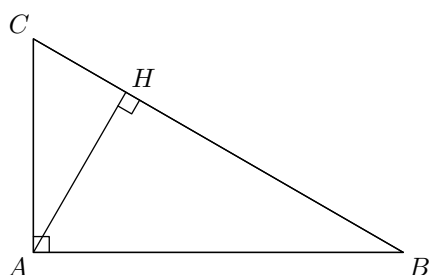
Le triangle ABC est rectangle en A .
Le triangle BDC est rectangle en B .



- ① Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm .
- ② Montrer que les triangles CDB et BFE sont semblables.
- ③ Sophie affirme que l'angle \widehat{BFE} est un angle droit. A-t-elle raison?
- ④ Max affirme que l'angle \widehat{ACD} est un angle droit. A-t-il raison?

8. Triangles semblables : détermination du coefficient d'agrandissement/réduction

E.15 La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle.



On considère ci-dessus un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 30^\circ$ et $AB = 7\text{ cm}$. H est le pied de la hauteur issue de A .

- ① Tracer la figure en vraie grandeur sur la copie. Laisser les traits de construction apparents sur la copie.
- ② Déterminer que : $AH = 3,5\text{ cm}$
- ③ Démontrer que les triangles ABC et HAC sont semblables.
- ④ Déterminer le coefficient de réduction permettant de passer du triangle ABC au triangle HAC .

E.16

Indication : dans cet exercice, on donnera, si nécessaire, une valeur approchée des résultats au centième près.

Pour construire le décor d'une pièce de théâtre (Figure 1), Joanna dispose d'une plaque rectangulaire $ABCD$ de 4 m sur 2 m dans laquelle elle doit découper les trois triangles du décor avant de les superposer. Elle propose un découpage de la

plaque (Figure 2).

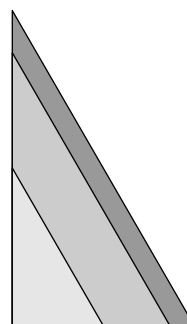


Figure 1

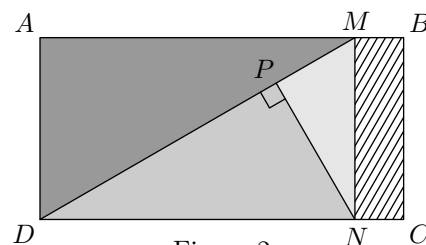


Figure 2

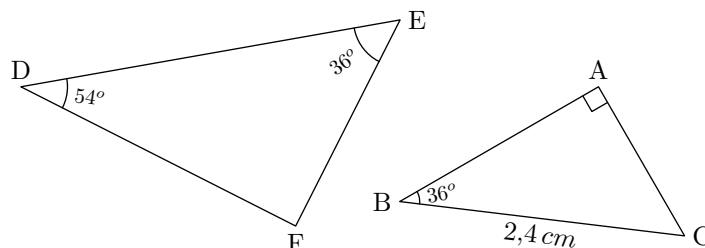
Le triangle ADM respecte les conditions suivantes :

- le triangle ADM est rectangle en A .
- $AD = 2\text{ m}$
- $\widehat{ADM} = 60^\circ$

- ① Montrer que $[AM]$ mesure environ $3,46\text{ m}$.
- ② La partie de la plaque non utilisée est représentée en quadrillé sur la figure 2. Calculer une valeur approchée au centième de la proportion de la plaque qui n'est pas utilisée.
- ③ Pour que la superposition des triangles soit harmonieuse, Joanna veut que les trois triangles AMD , PNM et PDN soient semblables. Démontrer que c'est bien le cas.
- ④ Joanna aimerait que le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle PDN au triangle AMD soit plus petit que $1,5$. Est-ce le cas? Justifier.

9. Triangles semblables : utilisation de la proportionnalité des longueurs

E.17 On considère les deux triangles ABC et DEF :

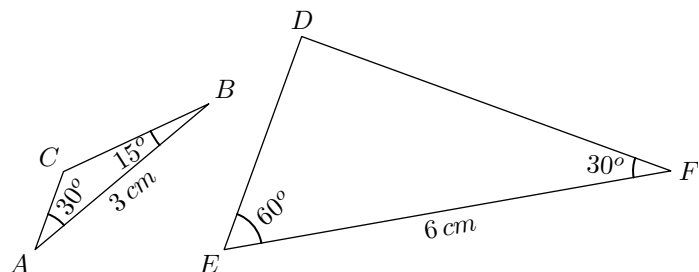


- 1 Montrer que les deux triangles ABC et DEF sont semblables.

- 2 Déterminer la longueur du segment $[AB]$.

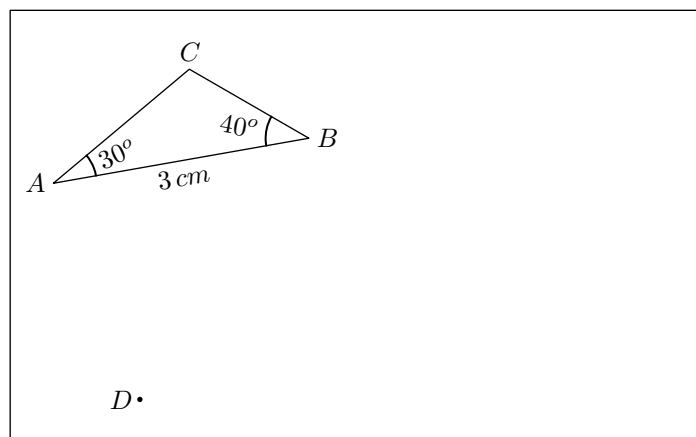
10. Agrandissement et réduction

E.18 On considère les deux triangles ABC et DEF représentés ci-dessous :



Peut-on dire que le triangle DEF est un agrandissement du triangle ABC ?

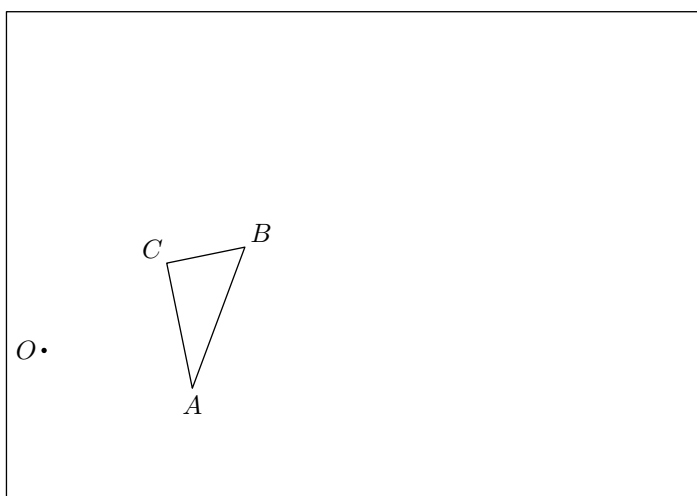
E.19 On considère le triangle ABC représenté ci-dessous :



- 1
 - a Tracer le triangle DEF obtenu par un agrandissement de facteur 2 du triangle ABC .
 - b Vérifier la proportionnalité entre les longueurs des côtés des deux triangles ABC et DEF .
- 2
 - a À l'aide de l'équerre, tracer les hauteurs issues du sommet C dans le triangle ABC et du sommet F dans le triangle DEF .
 - b Donner une valeur approchée par défaut des aires des triangles ABC et DEF .
 - c Que peut-on dire de la comparaison de ces deux aires?

11. Homothéties sur papier blanc

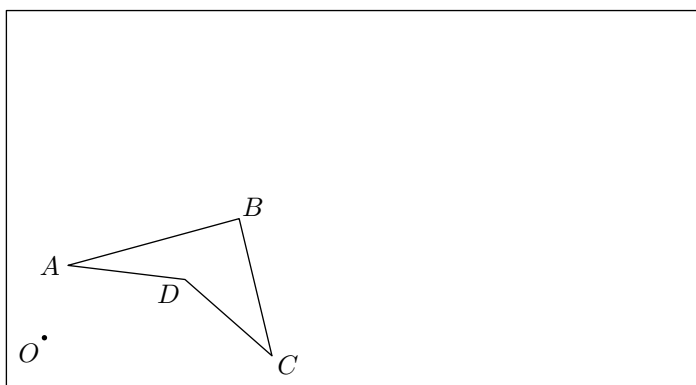
E.20 On considère le triangle ABC et le point O représentés ci-dessous :



- 1 Tracer le triangle $A'B'C'$ image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 3
- 2 Recopier et compléter les phrases suivantes :




- a Le segment $[A'B']$ est plus grand que le segment $[AB]$.
- b Les droites (AB) et $(A'B')$ sont
- c Les angles \widehat{BAC} et $\widehat{B'A'C'}$ sont

E.21 Dans le plan, on considère le quadrilatère $ABCD$ et le point O représentés ci-dessous :






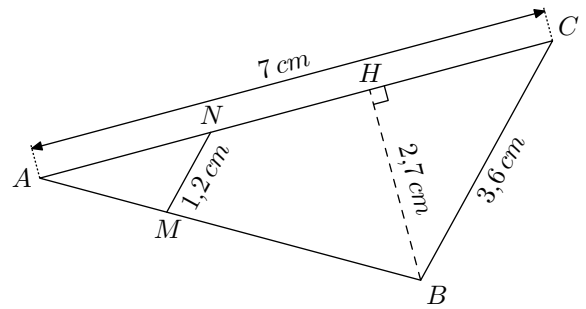
Tracer le quadrilatère $A'B'C'D'$ image du quadrilatère $ABCD$ par l'homothétie de centre O et de rapport 2,5.

12. Agrandissement et réduction

E.22    On considère la configuration suivante :





- On suppose que le triangle AMN est une réduction du triangle ABC dont le facteur de réduction vaut $\frac{2}{3}$. Le triangle ABC ayant une aire de $6,75 \text{ cm}^2$. Donner l'aire du triangle AMN .
- On suppose que le triangle AMN est une réduction du triangle ABC dont le facteur de réduction vaut $\frac{3}{5}$. Le triangle AMN ayant une aire de $3,51 \text{ cm}^2$. Donner l'aire du triangle ABC .

E.23    On considère le triangle ABC où les points M et N appartiennent respectivement aux segments $[AB]$ et $[AC]$, et les droites (MN) et (BC) sont parallèles entre elles :

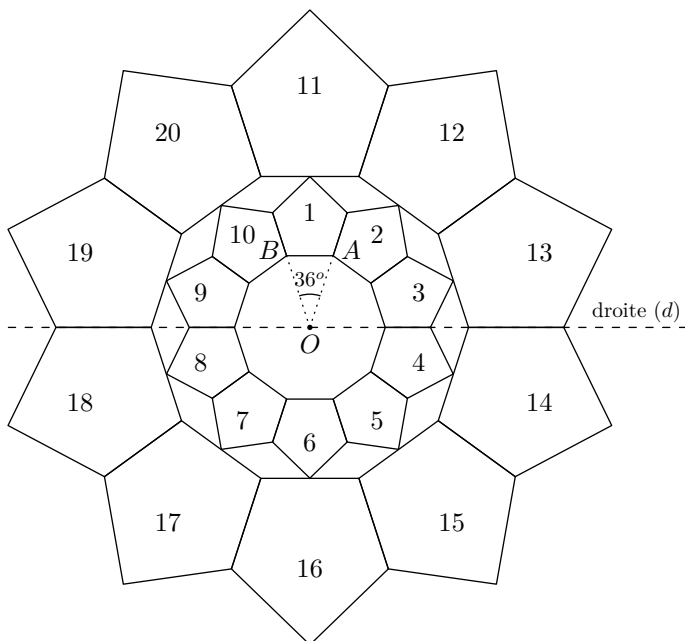


- Déterminer le facteur de réduction du triangle AMN par rapport au triangle ABC .
- Déterminer l'aire du triangle ABC .
 - En déduire l'aire du triangle AMN .

13. Exercices non-classés

E.24     On considère la figure suivante, composée de vingt motifs numérotés de 1 à 20, dans laquelle :

- $\widehat{AOB} = 36^\circ$
- le motif 11 est l'image du motif 1 par l'homothétie de centre O et de rapport 2.



Indication : Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (*QCM*). Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question trois réponses sont proposées. Une seule réponse est exacte.

Pour chaque question, indiquer la réponse correcte.

- Quelle est l'image du motif 20 par la symétrie d'axe la droite (d) ?
 - le motif 17
 - le motif 15
 - le motif 12
- Par quelle rotation le motif 3 est-il l'image du motif 1?
 - Une rotation de centre O et d'angle 36° ;
 - Une rotation de centre O et d'angle 72° ;
 - une rotation de centre O et d'angle 90° .
- L'aire du motif 11 est-elle égale :
 - au double de l'aire du motif 1 ;
 - à 4 fois l'aire du motif 1 ;
 - à la moitié de l'aire du motif 1?