

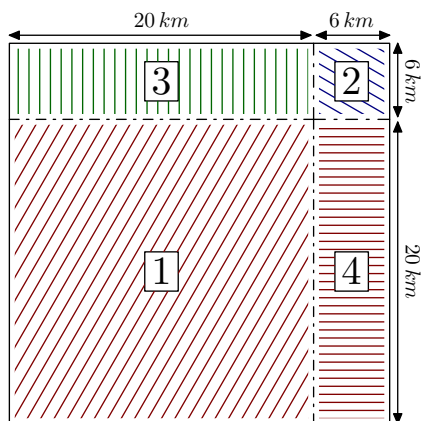
Troisième / Identités remarquables

ChingEval : 2 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM




1. Première approche

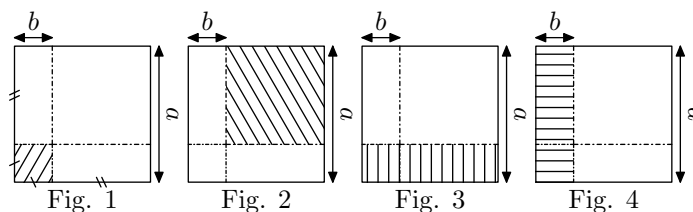
E.1   

- ① On considère le carré représenté ci-dessous qui a été partagé en quatre parties (deux rectangles et deux carrés):






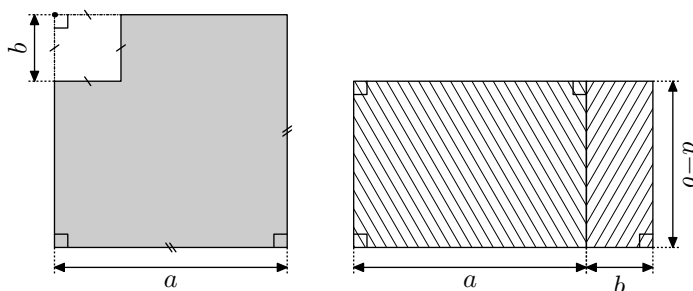
- a) Déterminer l'aire des quatre parties de ce carré.
 b) En déduire, sans utiliser la calculatrice, la valeur de 26^2 .
- ② Utiliser la même méthode pour calculer la valeur de 107^2 .

E.2    Soit a et b deux nombres réels strictement positifs. On considère les quatre représentations d'un même carré de côté a ci-dessous:



- ① a) Exprimer à l'aide des nombres a et b l'aire de chacune des parties hachurées.
 b) Quelle partie de cette figure admet pour aire l'expression: $(a-b)^2 + 2ab - b^2$
- ② Justifier l'identité: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

E.3    On considère les deux figures ci-dessous. L'une est grisée et l'autre est composée de deux figures hachurées:



Montrer que ces deux figures ont même aires

2. Introduction aux identités remarquables - développement

E.4    Développer et réduire les expressions suivantes:




- a) $(x+1)(x+1)$ b) $(2x+3)(2x+3)$
 c) $(x+6)(x+6)$ d) $(5x+1)(5x+1)$
 e) $(3x+3)(3x+3)$ f) $(a+b)^2$

E.5    Développer et réduire les expressions suivantes:




- a) $(x-2)(x-2)$ b) $(x-3)(x-3)$
 c) $(3x-1)(3x-1)$ d) $(5x-1)(5x-1)$
 e) $(3x-2)(3x-2)$ f) $(a-b)^2$

E.6    Développer et réduire les expressions suivantes:

- a) $(x+2)(x-2)$ b) $(x+1)(x-1)$
 c) $(2x-3)(2x+3)$ d) $(3-4x)(3+4x)$
 e) $(2x+2)(2x-2)$ f) $(a+b)(a-b)$

E.7    Développer et réduire les expressions littérales suivantes:

- a) $(3x-5)^2$ b) $(4x+3)^2$
 c) $(3x+2)^2$ d) $(2-5x)^2$




E.8    Donner la forme développée et réduire des expressions suivantes :

a) $(3x + 1)(3x - 1)$

E.9    Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $(4x - 2)^2 - 2(x + 2)$ b) $(3x + 2)^2 + 2(x + 4)$

3. Développement

E.10    En développant et en réduisant l'expression de gauche, établir les identités ci-dessous :

a) $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$

b) $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$

c) $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$

E.11   

Proposition : pour tous nombres a et b , on a les identités suivantes :

• $(a + b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$


• $(a - b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$

• $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $(2x + 1)^2$ b) $(3x - 4)^2$ c) $(x - 2)(x + 2)$

4. Utilisation du développement des identités remarquables

E.12    On considère les programmes de calcul suivants :



Programme A

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1
- Calculer le carré de la somme obtenue
- Soustraire au résultat le carré du nombre départ

Programme B

- Choisir un nombre
- Ajouter 1 au double de ce nombre

- 1 On choisit 5 comme nombre de départ. Quel résultat obtient-on avec chacun des deux programmes?
- 2 Démontrer que quel que soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont toujours égaux.

E.13    On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre
- Ajouter 2
- Elever cette somme au carré
- Soustraire au résultat le carré du nombre choisi au départ
- Soustraire au résultat 4.

- 1 a) Montrer que, si le nombre choisi est 1, le programme de calcul renvoie le nombre 4.
b) Montrer que, si le nombre choisi est 5, le programme de calcul renvoie le nombre 20.
- 2 Quel est le nombre retourné par le programme de calcul si le nombre choisi est 2?
- 3 a) En notant x le nombre de départ, quelle est l'expression littérale obtenue par ce programme de calcul?
b) Justifier que l'expression obtenue par le programme de calcul est égale à $4 \times x$.

E.14    

- 1 Développer : $(x-1)^2$.
Justifier que $99^2 = 9801$ en utilisant le développement précédent.
- 2 Développer : $(x-1)(x+1)$.
Justifier que $99 \times 101 = 9999$ en utilisant le développement précédent.

5. Factorisation et identité remarquable

E.15    Factoriser les expressions suivantes :

a) $(x + 4)^2 - 2^2$ b) $(x + 1)^2 - 3^2$





c) $(x - 2)^2 - 2^2$ d) $4^2 - (x + 1)^2$

6. Développer, factoriser et évaluer

E.16   

- ① Développer l'expression : $A = (2x - 1)^2$.
- ② Donner la forme factorisée de : $B = 4x^2 - 4x + 1$
- ③ Donner la valeur de B pour $x = 0$ et pour $x = \frac{1}{2}$





7. Problèmes

E.18     Léa pense qu'en multipliant deux entiers impairs consécutifs (*c'est-à-dire qui se suivent*) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4

- ① **Etude d'un exemple :** 5 et 7 sont deux entiers impairs consécutifs.
 - a) Calculer : $5 \times 7 + 1$.
 - b) Léa a-t-elle raison pour cet exemple?
- ② Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Entier impair	Entier impair suivant	Produit de ces entiers impairs consécutifs	Résultat obtenu
2	x	$2x+1$	$2x+3$	$(2x+1)(2x+3)$	$(2x+1)(2x+3)+1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

- a) D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier entier impair 17?
- b) Montrer que cet entier est un multiple de 4.
- c) Parmi les quatre formules de calcul tableau suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles? Aucune justification n'est attendue.
 - Formule 1 : $= (2 \cdot A3 + 1) \cdot (2 \cdot A3 + 3)$
 - Formule 2 : $= (2 \cdot B3 + 1) \cdot (2 \cdot C3 + 3)$
 - Formule 3 : $= B3 \cdot C3$





E.17     On considère l'expression :
 $D = (2x + 3)^2 + (x - 5)(2x + 3)$

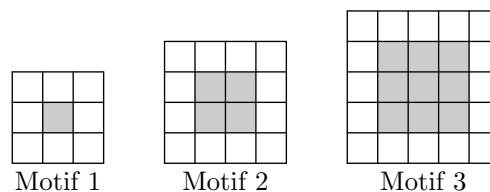
- ① Développer et réduire l'expression D .
- ② Factoriser l'expression D .
- ③ Évaluer l'expression pour $x = 1$ et $x = \frac{2}{3}$.

● Formule 4 : $= (2 \cdot D3 + 1) \cdot (2 \cdot D3 + 3)$

③ **Etude algébrique :**

- a) Développer et réduire l'expression :
 $(2x + 1)(2x + 3) + 1$
- b) Montrer que Léa avait raison : le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

E.19     Gaspard réalise des motifs avec des carreaux de mosaïque blancs et gris de la façon suivante :







Gaspard forme un carré avec des carreaux gris puis le borde avec des carreaux blancs.

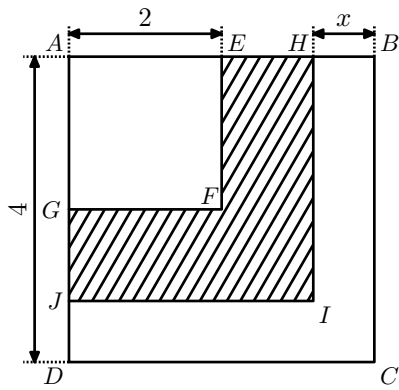
- ① Combien de carreaux blancs Gaspard va-t-il utiliser pour border le carré gris du motif 4 (*un carré ayant 4 carreaux gris de côté*)?
- ② a) Justifier que Gaspard peut réaliser un motif de ce type en utilisant exactement 144 carreaux gris.
- b) Combien de carreaux blancs utilisera-t-il alors pour border le carré gris obtenu?
- ③ On appelle "*motif n*" le motif pour lequel on borde un carré de n carreaux gris de côté. Trois élèves ont proposé chacun une expression pour calculer le nombre de carreaux blancs nécessaires pour réaliser le "*motif n*" :

- Expression n°1 : $2 \times n + 2 \times (n + 2)$
- Expression n°2 : $4 \times (n + 2)$
- Expression n°3 : $4 \times (n + 2) - 4$

Une seule de ces trois expressions ne convient pas. Laquelle?

8. Problèmes et géométrie

E.20     Dans la figure ci-dessous $AEFG$, $AHIJ$ et $ABCD$ sont des carrés. On note x la mesure du segment $[HB]$.



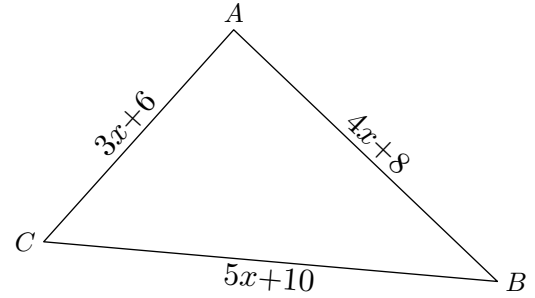
- 1 a Exprimer AH en fonction de x .
- b en déduire l'aire de $AHIJ$.
- c Parmi les expressions algébriques, laquelle (ou lesquelles) correspondent à l'aire hachurée :
 $M = (4-x)^2 - 2^2$; $N = (4-x-2)^2$; $P = 4^2 - x^2 - 2^2$

2 Développer et réduire l'expression : $Q = (4-x)^2 - 4$.

3 Factoriser Q .

4 Calculer Q pour $x=2$. Que traduit ce résultat pour la figure?

E.21 Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A quelle que soit la valeur de " x " :



9. Partage

E.22

1 Développer et simplifier les expressions suivantes :

a $(3x+2)^2$ b $(5-x)(5+x) + (x-1)^2$

2 Factoriser les expressions suivantes :

a $9x^2 - 25$ b $(x+1)(5-2x) - (x+1)^2$

E.23 Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule d'entre elles est exacte.

Chaque réponse donne un point, une réponse fautive ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

Pour chacune des questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
1 $6-4(x-2)$ est égale à	$2x-4$	$14-4x$	$-2-4x$
2 Quelle l'expression factorisée de $4x^2-12x+9$	$(2x+3)(2x-3)$	$(2x+3)^2$	$(2x-3)^2$
3 Pour $x=-2$, l'expression $5x^2+2x-3$ est égale à	13	-27	17