




# Troisième / Inégalités et inéquations

## 1. Comparaisons de nombres




E.1    Compléter les comparaisons avec les signes  $<$  et  $>$ :

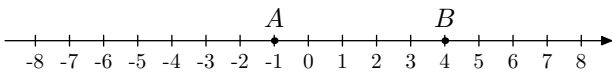
- a  $-3 \dots -5$       b  $3 \dots -2,14$   
 c  $2,141 \dots 2,2$       d  $-3,3 \dots -3,03$   
 e  $-2,5 \dots -2,75$       f  $1,103 \dots 1,13$

E.2    Comparer les fractions suivantes:

- a  $\frac{3}{7} \dots \frac{3}{8}$       b  $-\frac{9}{4} \dots -\frac{11}{4}$       c  $\frac{6}{7} \dots \frac{13}{12}$   
 d  $\frac{2}{6} \dots \frac{2}{4}$       e  $\frac{3}{7} \dots \frac{2}{5}$       f  $\frac{7}{3} \dots \frac{9}{4}$

## 2. Inégalités et additions

E.3    On considère la droite graduée représentée ci-dessous:






On note  $a$  et  $b$  les abscisses respectives des points  $A$  et  $B$ .

- 1 Comparer les abscisses des points  $A$  et  $B$ .  
 2 On considère les points  $A'$  et  $B'$  d'abscisses respectives:  
 $a+3$  ;  $b+3$   
 Comparer les abscisses des points  $A'$  et  $B'$ .




3 On considère les points  $A'$  et  $B'$  d'abscisses respectives:  
 $a-2$  ;  $b-2$

Comparer les abscisses des points  $A'$  et  $B'$ .

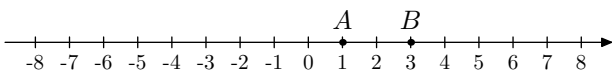
E.4    On considère deux nombres  $a$  et  $b$  tels que  $a < b$ . Pour chaque question, compléter les pointillés afin de comparer les couples de nombres présentés:

- a  $a+2 \dots b+2$       b  $a-4 \dots b-4$   
 c  $a+\frac{1}{2} \dots b+\frac{1}{2}$       d  $a-\pi \dots b-\pi$

## 3. Inégalités et multiplications

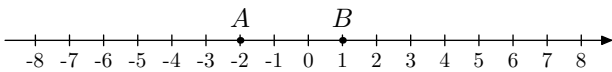
E.5    Sur une droite graduée, on considère deux points  $A$  et  $B$  dont on note les abscisses  $a$  et  $b$ .

1 On considère la droite graduée ci-dessous:



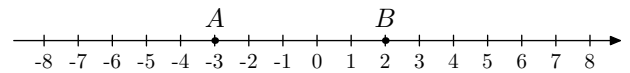
- a Comparer les abscisses des points  $A$  et  $B$ .  
 b Placer sur la droite graduée ci-dessous, les points  $A'$  et  $B'$  d'abscisses respectives  $2 \times a$  et  $2 \times b$ .  
 c Comparer les abscisses des points  $A'$  et  $B'$ .

2 On considère la droite graduée ci-dessous:

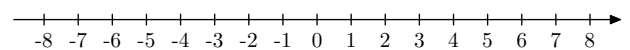


- a Comparer les abscisses des points  $A$  et  $B$ .  
 b Placer sur la droite graduée ci-dessous, les points  $A'$  et  $B'$  d'abscisses respectives  $2 \times a$  et  $2 \times b$ .  
 c Comparer les abscisses des points  $A'$  et  $B'$ .

3 On considère la droite graduée ci-dessous:

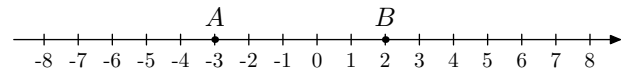


- a Comparer les abscisses des points  $A$  et  $B$ .  
 b Placer sur la droite graduée ci-dessous, les points  $A'$  et  $B'$  d'abscisses respectives  $-a$  et  $-b$ .

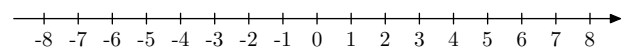


c Comparer les abscisses des points  $A'$  et  $B'$ .




4 On considère la droite graduée ci-dessous:



- a Comparer les abscisses des points  $A$  et  $B$ .  
 b Placer sur la droite graduée ci-dessous, les points  $A'$  et  $B'$  d'abscisses respectives  $-a$  et  $-b$ .



c Comparer les abscisses des points  $A'$  et  $B'$ .

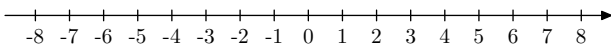
E.6    On considère  $a$  et  $b$  deux nombres tels que  $a < b$ . Pour chaque question, compléter les pointillés afin de comparer les deux nombres proposés:

- a  $2a \dots 2b$       b  $-3a \dots -3b$   
 c  $\frac{1}{2}a \dots \frac{1}{2}b$       d  $-\frac{3}{2}a \dots -\frac{3}{2}b$

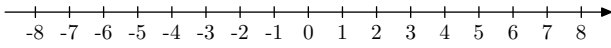
## 4. Parties de $\mathbb{R}$ et expressions littérales




E.7   

- ① Hachurer sur la droite graduée, la partie des nombres vérifiant la comparaison  $x > 2$  :

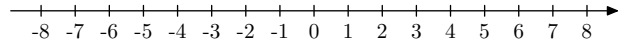


- ② Hachurer sur la droite graduée, la partie des nombres vérifiant la comparaison  $x < 4$  :

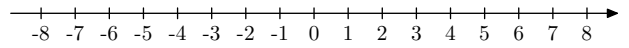


E.8    On considère un nombre  $x$  indéterminé, mais on sait qu'il vérifie l'encadrement suivant :  $2 < x < 4$

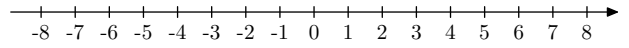
- ① Hachurer la partie de la droite graduée ci-dessous où se trouve le nombre  $x$  :



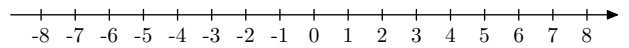
- ② Hachurer la partie de la droite graduée ci-dessous où se trouve le nombre  $2x$  :






- ③ Hachurer la partie de la droite graduée ci-dessous où se trouve le nombre  $x-3$  :






- ④ Hachurer la partie de la droite graduée ci-dessous où se trouve le nombre  $-\frac{1}{2}x$  :






## 5. Introduction aux inéquations

E.9    Dites si le nombre 2 est solution des inéquations suivantes :



- a)  $3x > 5$                       b)  $-2x > -3$   
 b)  $3x + 7 \leq 5x + 1$         c)  $2(x + 1) > 7$

E.10    Dites si le nombre 2 est solution des inéquations suivantes :

- a)  $3x + 1 > 5$                       b)  $-2x + 6 \geq 2$   
 c)  $8(1 - x) < -5(x + 1)$         d)  $(3x - 8)^2 > -3$



E.11    Parmi les inégalités ci-dessous, lesquelles sont vérifiées pour  $x=2$  :

- a)  $x^2 - 3x + 4 < 0$                 b)  $\frac{x+1}{x-5} > 0$

E.12    On considère la comparaison suivante :  $\frac{3x-2}{4} \leq \frac{2-x}{2}$

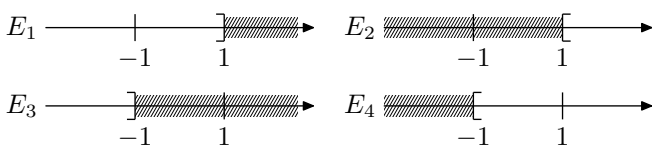
Vérifier si les nombres suivants vérifient cette inégalité :

- a)  $x = -2$                       b)  $x = 1$                       c)  $x = 3$

E.13    On considère les six inéquations ci-dessous :




- a)  $x > -1$                       b)  $x < 1$                       c)  $x > 1$   
 d)  $-x > 1$                       e)  $-x < -1$                       f)  $-x > -1$

Associer à chacune de ces inéquations, associer l'ensemble de ses solutions à une des représentations ci-dessous :

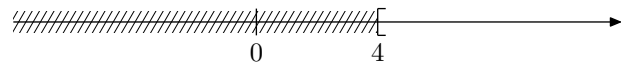


E.14    On considère un nombre  $x$  indéterminé :

- a) Si  $2x > 4$  alors  $x \dots$                       b) Si  $-x > 4$  alors  $x \dots$   
 c) Si  $5x > 5$  alors  $x \dots$                       d) Si  $-2x > 6$  alors  $x \dots$

E.15    Justifier que chacune des affirmations ci-dessous sont fausses :

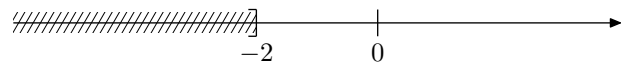
- a) L'inéquation  $3x < 10$  admet pour solution l'ensemble des solutions représenté sur la droite graduée ci-dessous :



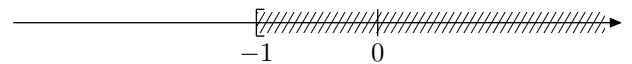
- b) L'inéquation  $-2x > 5$  admet pour solution l'ensemble des solutions représenté sur la droite graduée ci-dessous :






- c) L'inéquation  $x+3 < 4$  admet pour solution l'ensemble des solutions représenté sur la droite graduée ci-dessous :



- d) L'inéquation  $-x+5 < 8$  admet pour solution l'ensemble des solutions représenté sur la droite graduée ci-dessous :







E.16    On considère les huit inéquations ci-dessous :

- a)  $x+2 > 4$                       b)  $x+6 < 4$                       c)  $2x > -4$                       d)  $3x < -6$   
 e)  $2x+1 > 5$                       f)  $-x < 2$                       g)  $-2x < -4$                       h)  $-0,5x+1 > 0$




Chacune de ces inéquations admet pour ensemble des solutions un et un seul des ensembles de nombres ci-dessous :

- $E_1$  : "tous les nombres strictement supérieurs à 2".
- $E_2$  : "tous les nombres strictement inférieurs à 2".
- $E_3$  : "tous les nombres strictement supérieurs à -2".
- $E_4$  : "tous les nombres strictement inférieurs à -2".



## 6. Inéquations simples

E.17     On considère l'inéquation :  $2x - 5 \leq 3 - 11x$ .

- Le nombre 0 est-il solution de cette inéquation? Justifier la réponse.
  - Le nombre 1 est-il solution de cette inéquation? Justifier la réponse.
- Résoudre l'inéquation :  $2x - 5 \leq 3 - 11x$
  - Représenter les solutions sur une droite graduée.




E.18    Résoudre les inéquations suivantes :

- $2x + 4 < 5x - 7$
- $3x + 1 < x - 5$
- $2x - 1 \leq 5x + 4$
- $3x + 2 < x + 2$




E.19   Résoudre les inéquations ci-dessous et représenter dans chaque cas l'ensemble des solutions sur une droite graduée :

- $7x + 3 > 4x + 1$
- $5x + 1 \geq 5x + 2$




## 7. Inéquations et opérations algébriques

E.20    Résoudre les inéquations suivantes et représenter graphiquement les solutions :




- $2(x + 3) - 3(x + 1) < 2(3x + 1)$
- $2 \times (x + 8) \leq 3 - 3 \times (8 - 2x)$

E.21    Résoudre les inéquations suivantes :

- $3x + 2(5 - x) \leq -2x + 1$
- $214(3x - 5) > 214(2x + 1)$





E.22    Résoudre les inéquations suivantes et représenter les solutions sur une droite graduée :

- $2 \times (5x - 1) + 2 \leq 3x + 2$
- $3(2x + 7) \geq x + 1$




E.23    Résoudre les inéquations suivantes et représenter les solutions sur une droite graduée :

- $(x - 2)(2x - 4) \geq 2x^2 - 8x + 1$




## 8. Inégalités et nombres rationnels




E.24     On considère l'expression :  $D = \frac{4x+2}{5}$ .

- Calculer  $D$  pour  $x = \frac{3}{4}$ . Le nombre  $\frac{3}{4}$  est-il solution de l'inéquation  $\frac{4x+2}{5} < 3$ ?
- Résoudre l'inéquation  $\frac{4x+2}{5} < 3$  et représenter les solutions sur une droite graduée?




E.25    On souhaite résoudre l'inéquation :  $\frac{2x+1}{4} + 1 > 2x + \frac{x}{2}$

- Simplifier les deux expressions :  $4 \times \left( \frac{2x+1}{4} + 1 \right)$  ;  $4 \times \left( 2x + \frac{x}{2} \right)$
- Pour résoudre cette inéquation, multiplier par 4 chacun des membres de l'inéquation.




E.26    Résoudre l'inéquation :  $\frac{3x+1}{6} > \frac{5x-3}{8}$

E.27    Résoudre les inéquations suivantes et représenter les résultats sur une droite graduée :

- $\frac{2x+1}{4} + 1 > 2x + \frac{x}{2}$
- $\frac{x+1}{4} + \frac{1}{3} \geq \frac{x}{6}$

E.28    Résoudre les inéquations suivantes et représenter les résultats sur une droite graduée :

- $\frac{2x+1}{4} + 1 \geq 2x + \frac{x}{2}$
- $\frac{x+1}{3} + \frac{2-x}{15} > \frac{2x+7}{5}$

E.29    Résoudre les inéquations suivantes et représenter les solutions sur une droite graduée :

- $\frac{3x+2}{4} + \frac{2-x}{3} < \frac{x+1}{12}$
- $\frac{5x+1}{2} + \frac{5}{9} \geq \frac{7x}{6} - \frac{1}{18}$

## 9. Problèmes

E.30    

- Résoudre l'inéquation :  $x + 15 \geq \frac{2}{3}(x + 27)$
- Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre  $x$  d'informaticiens et de mathématiciens. Com-

bien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens?

**E.31** 📞 📶 🎒 ⚠️ La société Alo propose un abonnement téléphonique de  $98 F$  par mois et  $1,30 F$  par minute de communication.

La société Lao propose un abonnement téléphonique de  $95 F$  par mois et  $1,45 F$  par minute de communication. On désigne par  $x$  le nombre de minutes de communication par mois.

- ① Exprimer en fonction de  $x$  le montant d'une facture de Alo, puis le montant d'une facture de Lao.

- ② Pour quelles durées de communications mensuelles a-t-on intérêt à choisir Alo?

**E.32** 📞 📶 🎒 En 2005, le ticket du métro de Paris coûtait  $1,40 €$ .

Alors que l'abonnement mensuel "Carte Orange" coûtait  $50,40 €$  pour circuler librement à l'intérieur du centre-ville de Paris.

À partir de combien de trajet, la carte Orange devient intéressante? Justifier votre réponse.

## 10. Partage

**E.33** 📶 🎒 ⚠️

- ① a) Résoudre l'inéquation suivante:

$$7x - 2 > 3x + 6$$

- b) Sur une droite graduée, hachurer l'ensemble des solutions de cette inéquation.

- ② Résoudre l'équation:  $3(5x - 7)(x - 2) = 0$

**E.34** 📶 🎒 ⚠️ Dans chaque ligne du tableau, trois affirmations sont proposées. Une seule est exacte. Pour chaque ligne, recopier le numéro de la proposition exacte sur la copie:

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$\frac{2}{5} + \frac{5}{12} - \frac{1}{15} = \frac{23}{30}$	$\frac{2}{5} + \frac{5}{12} - \frac{1}{15} = 3$	$\frac{2}{5} + \frac{5}{12} - \frac{1}{15} = 0,75$
$\frac{8}{25} \div \frac{16}{75} = \frac{2}{3}$	$\frac{8}{25} \div \frac{16}{75} = \frac{3}{2}$	$\frac{8}{25} \div \frac{16}{75} = \frac{1}{6}$
$\sqrt{16 + 9} = 7$	$\sqrt{16 + 9} = 5$	$\sqrt{16 + 9} = 12$
$(2x - 5)^2 = 4x^2 - 14x + 25$	$(2x - 5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$	$(2x - 5)^2 = 4x^2 - 25$
$49x^2 - 25 = (7x - 5)^2$	$49x^2 - 25 = (7x - 5)(7x + 5)$	$49x^2 - 25 = (7x - 5)(7x - 5)$
$(-2)$ est solution de l'équation: $(x - 2)(2x + 4) = 0$	$(-2)$ est solution de l'équation: $x^2 + 4 = 0$	$(-2)$ est solution de l'équation: $-2x + 4 = 0$
102 est solution de l'inéquation $2x + 1 \leq 3$	102 est solution de l'inéquation $-2x + 1 \leq 3$	102 est solution de l'inéquation $-2x + 1 > 3$

**E.35** 📶 🎒 ⚠️

- ① Résoudre l'inéquation:  $2x - 3 \geq x + 1$

- ②  $x$  désignant un nombre supérieur ou égal à 4,  $ABCD$  est un carré dont le côté mesure  $2x - 3$ .

- a) Montrer que l'aire du rectangle  $BCEF$  s'exprime par la formule:

$$A(x) = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1)$$

- b) Développer et réduire  $A(x)$ .

- c) Factoriser  $A(x)$ .

- d) Résoudre l'équation:  $(2x - 3)(x - 4) = 0$

- e) Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  l'aire de  $BCEF$  est-elle nulle?

