Troisième / Introduction aux fonctions



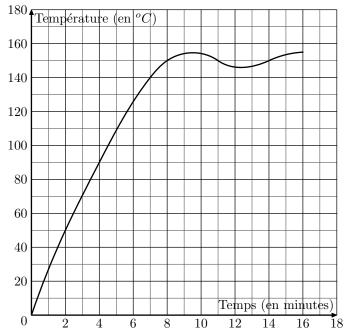
ChingQuizz: 20 exercices disponibles pour l''evaluation par QCM:

1. Introduction

E.1 Pour cuire des macarons, la température du four doit être impérativement de 150° C.

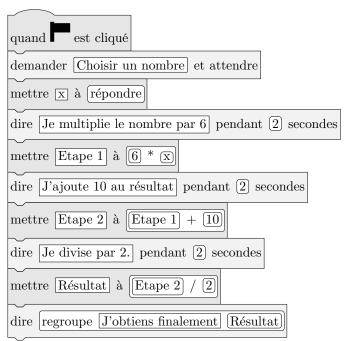
Depuis quelque temps, le responsable de la boutique n'est pas satisfait de la cuisson de ses pâtisseries. Il a donc décidé de vérifier la fiabilité de son four en réglant sur $150^{o}\,C$ et en prenant régulièrement la température à l'aide d'une sonde.

Voici la courbe représentant l'évolution de la température de son four en fonction du temps.



- 1 Quelle est la température atteinte au bout de 3 minutes? Aucune justification n'est demandée.
- 2 De combien de degrés Celsius, la température a-t-elle augmenté entre la deuxième et la septième minute?
- 3 Au bout de combien de temps, la température de 150° C nécessaire à la cuisson des macarons est-elle atteinte?

E.2 Con considère le programme de calcul ci-dessous dans lequel x, Étape 1, Étape 2 et Résultat sont quatre variables:



- 1 a Julie a fait fonctionner ce programme en choisissant le nombre 5. Vérifier que ce qui est dit à la fin est: "J'obtiens finalement 20".
 - (b) Que dit le programme si Julie le fait fonctionnement en choisissant au départ le nombre 7?
- 2 Compléter le tableau de valeurs ci-dessous:

Valeur du nombre choisi	5	7	1	4	8	10
Valeur retournée par l'algorithme						

3 Si on appelle x le nombre choisi au départ, vérifier puis justifier que la valeur retournée par l'algorithme est $3\times x+5$.

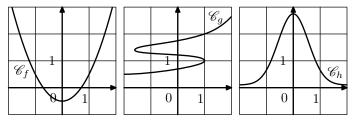
E.3 & Pour l'ensemble de ses chantiers, l'entreprise se fournit auprès de deux grossistes. Les tarifs proposés pour des paquets de 10 dalles sont :

- Grossiste $A: 48 \in$ le paquet, livraison gratuite.
- Grossiste $B: 42 \in$ le paquet, livraison $45 \in$ quel que soit le nombre de paquets.
- 1 Quel est le prix pour une commande de 9 paquets:
 - a avec le grossiste A?
 - \bigcirc avec le grossiste B?
- \bigcirc Exprimer en fonction du nombre n de paquets:
 - (a) le prix p_A en euros d'une commande de n paquets avec

le grossiste A;

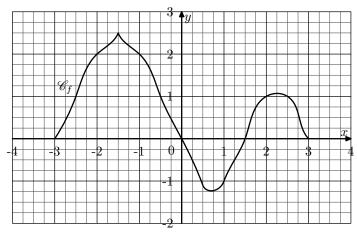
(b) le prix p_B en euros d'une commande de n paquets avec le grossiste B.

E.4 Trois courbes sont représentées ci-dessous. Quelle courbe n'est pas la représentation d'une fonction?



2. Lecture graphique d'images

E.5 \oint On considère la fonction f dont la courbe représentative \mathscr{C}_f est donnée dans le repère ci-dessous :



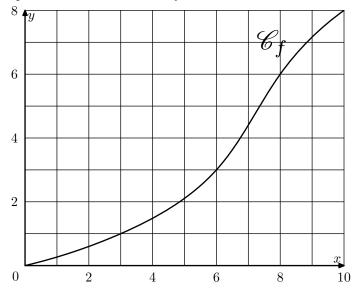
1 Parmi les points suivants, lesquels appartiennent à la courbe représentative de la fonction f:

A(-3;0) ; B(-1;2) ; C(0;1,5) ; D(2;1)

2 En déduire la valeur des images suivantes:

f(-3) ; f(-1) ; f(2)

E.6 Dans le repère ci-dessous, est représentée la courbe représentative de la fonction f.



On note f(x) l'image du nombre x par la fonction f.

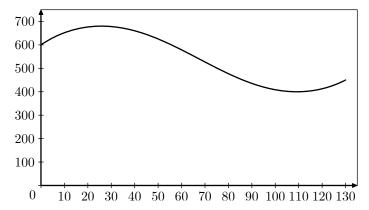
1 À l'aide du graphique, compléter le tableau suivant:

x	0	3	6	8	10
f(x)					

2 Graphiquement, déterminer une valeur approchée de l'image de 9 par la fonction f; c'est-à-dire la valeur approchée de f(9).

E.7 Une usine de Moorea fabrique du jus de fruits. Soit C une fonction qui, à une quantité de jus fabriquée en litre(s) associe le coût de fabrication en F.

On a représenté ci-dessous la fonction C pour une quantité de jus comprise entre 0 et 130 litres.

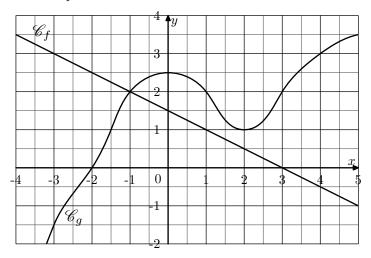


En faisant apparaître vos traits de construction sur la figure se trouvant ci-dessus, répondre aux questions suivantes:

- 1 (a) Donner le coût de fabrication de 100 litres de jus.
 - b Pour quelle (s) quantité (s) de jus, le coût de fabrication est-il supérieur à 550 F?

- 2 a Donner l'image de 85 par la fonction C.
 - b Lire C(75)

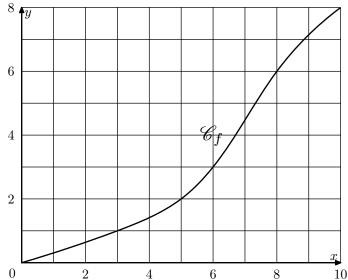
E.8 On considère les deux fonctions f et g définies sur [-4;5] dont les courbes \mathscr{C}_f et \mathscr{C}_g représentatives sont données dans le repère ci-dessous:



Déterminer les images suivantes: f(-2); g(-1); f(2); g(4)

3. Lecture graphique d'antécédents

E.9 $\mbox{\cite{beta}}$ Dans le repère ci-dessous, est représentée la courbe représentative de la fonction f.



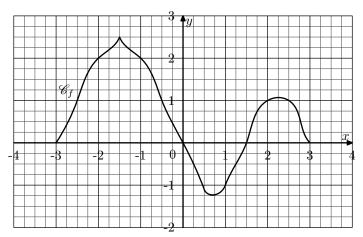
On note f(x) l'image du nombre x par la fonction f.

1 a Compléter le tableau suivant :

x	0	3	6	8	10
f(x)					

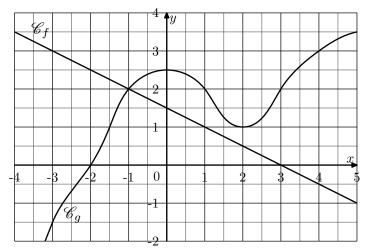
- (b) Donner un antécédent du nombre 6 par la fonction f.
- (2) Donner un antécédent du nombre 2 par la fonction f.
- 3 Déterminer une valeur approchée de l'antécédent de 4; c'est-à-dire la valeur approchée d'un nombre x vérifiant f(x) = 4.

E.10 On considère la fonction f dont la courbe représentative \mathcal{C}_f est donnée dans le repère ci-dessous:



- 1 a Donner les coordonnées des deux points de la courbe ayant la valeur 2 pour ordonnées.
 - (b) Quels sont les antécédents du nombre 2 par la fonction f?
- 2 a Combien d'antécédents par la fonction admet le nombre 1? Justifier votre réponse.
 - (b) Donner l'ensemble des antécédents du nombre 1 par la fonction f.
- (3) Donner l'ensemble des antécédents du nombre -1.

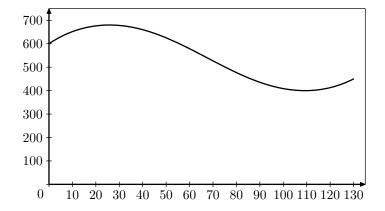
E.11 on considère les deux fonctions f et g définies sur [-4;5] dont les courbes \mathscr{C}_f et \mathscr{C}_g représentatives sont données dans le repère ci-dessous:



- \bigcirc Déterminer, par la fonction f, les antécédents des nombres suivants :
 - 3 ; 2,5 ; 0 ; -1,5
- 2 a Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre -1,5 par la fonction g.
 - (b) Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 2 par la fonction g.
 - \bigcirc Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 1 par la fonction g.

E.12 Une usine de Moorea fabrique du jus de fruits. Soit C une fonction qui, à une quantité de jus fabriqué en litre(s) associe le coût de fabrication en F.

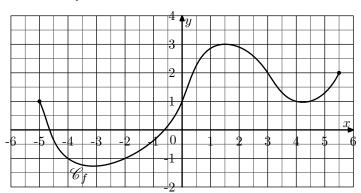
On a représenté ci-dessous la fonction C pour une quantité de jus comprise entre 0 et 130 litres.



En faisant apparaître vos traits de construction sur la figure ci-dessus, répondre aux questions suivantes:

Donner le(s) antécédent(s) de 600 par la fonction C.

E.13 $\fine 6$ On considère la fonction f dont la représentation graphique $\fine 6_f$ est donnée dans le repère ci-dessous:



On répondra graphiquement à l'ensemble des questions de cet exercice.

$$-4$$
 ; 0 ; 3

- 2 a Donner l'ensemble des antécédents du nombre 3 par la fonction f.
 - b Donner l'ensemble des antécédents du nombre -1 par la fonction f.
 - $f{c}$ Combien le nombre 2 possède d'antécédents par la fonction f?
- 3 Donner les valeurs approchées des coordonnées des points d'intersection de la courbe \mathscr{C}_f et de l'axe des abscisses.

4. Images et antécédents à partir d'un tableau de valeurs

E.14 On considère une fonction f dont on a, pour seule connaissance, le tableau de valeurs ci-dessous:

x	-2	0	1	3	6	7
f(x)	6	1	2	3	0	-2

Recopier et compléter correctement chacune des phrases cidessous :

 \bigcirc L'image du nombre -2 par la fonction f est

- \bigcirc Le nombre 0 est de 6 par la fonction f.
- $\overline{\mathbf{3}}$ Un antécédent du nombre ... par la fonction f est 0.
- 4 Le nombre ... est un antécédent de -2 par f.

E.15 If On a utilisé une feuille de calcul pour obtenir les images de différentes valeurs de x par une fonction f. Voici une copie de l'écran obtenu:

B	$\boxed{B2} \mathbf{v} f_x \sum = \boxed{=3 \times B1 - 4}$										
	A	В	С	D	E	F	G	Н			
1	x	-2	-1	0	1	2	3	4			
2	f(x)	-10	-7	-4	-1	2	5	8			

- 1 Quelle est l'image de -1 par la fonction f?
- 2 Donner un 'antécédent du nombre 5 par la fonction f?

5. Images à partir de l'expression algébrique

E.16 On considère la fonction qui, à tout nombre x, associe le triple de son carré:

- 1 Donner l'expression de l'image f(x) du nombre x par la fonction f.
- 2 Compléter le tableau de valeurs ci-dessous:

x	-2	-1	0	1	2
f(x)					

E.17 f On considère les deux fonctions f et g dont les images d'un nombre x sont définies par les relations:

$$f(x) = 2x - 1$$
 ; $g(x) = x^2 - 2x + 3$

Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous:

x	-2	1	4
f(x)			

x	-1	0	2
g(x)			

E.18 On donne le programme de calcul suivant:

- Choisir un nombre;
- Ajouter 1;
- Élever le résultat du carré;
- Soustraire au résultat le carré du nombre de départ.

On note f la fonction qui, à tout nombre x choisi à l'entrée du programme, associe le résultat obtenu à la fin de ce programme de calcul.

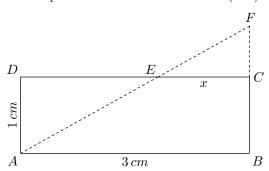
- 1 Donner l'expression de l'image f(x) du nombre x.
- \bigcirc Compléter le tableau de valeurs de la fonction f:

x	-1	0	1	2
f(x)				

E.19 on considère le rectangle ABCD où AB = 3 cm et AD = 1 cm, et un point E appartenant au segment [DC], mais distinct du point D.

On note x la longueur du segment [CE].

On appelle F le point d'intersection des droites (AE) et (CB).

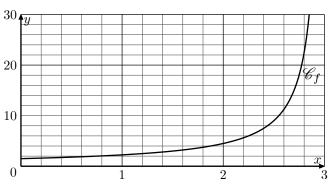


On note f la fonction qui associe au nombre x l'aire du triangle ABF.

- 1 Pour quelle raison, l'énoncé précise que le point E ne peut être confondu avec le point D.
- 2 Établir que la fonction f admet pour expression : $f(x) = \frac{3x}{6-2x} + \frac{3}{2}.$
- 3 Compléter le tableau de valeurs ci-dessous:

x	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	2	$\frac{9}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{4}$
f(x)	$\frac{3}{2}$	$\frac{18}{11}$	$\frac{9}{5}$			$\frac{18}{7}$	3	$\frac{18}{5}$	$\frac{9}{2}$	6	9	18

4 Ci-dessous est représenté la courbe représentative de la fonction f:



Que peut-on dire de l'aire du triangle ABF lorsque le point E se rapproche du point D.

6. Antécédents et équations

E.20 Con considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

$$f(x) = 3x - 4$$

 \bigcirc Calculer les images par f des nombres :

$$-3$$
 ; -1 ; $2,5$; 10

2 À l'aide d'une équation, déterminer les antécédents des nombres 5 et de -10 par la fonction f.

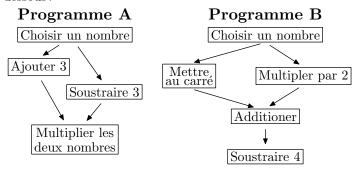
E.21 On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Ajouter 5
- Multiplier par 3
- Soustraire 2

On appelle f la fonction qui, au nombre choisi, associe le résultat du programme de calcul.

- 1 Donner l'expression de l'image f(x) en fonction de x.
- \bigcirc a Déterminer l'image de 4 par la fonction f.
 - b Déterminer l'antécédent du nombre 4 par la fonction f.

E.22 On considère les deux programmes de calculs cidessous:



On note f (resp. g) la fonction qui associe au nombre choisi x le résultat du programme A (resp. programme B).

- 1 Donner les expressions des images f(x) et g(x) en fonction de x.
- 2 Déterminer le nombre choisi pour que ces deux programmes de calculs donnent le même nombre.

E.23

Programme A.

- Choisir un nombre
- Soustraire 3
- Calculer le carré du résultat obtenu

Programme B.

- Choisir un nombre
- Calculer le carré de ce nombre
- Ajouter le triple du nombre de départ
- Ajouter 7

On note f (resp. g) la fonction qui au nombre choisi x associe pour image le nombre retourné par le programme \mathbf{A} $(resp. programme \mathbf{B})$.

- 1 a Donner l'expression de f(x) l'image du nombre x par la fonction f.
 - b Donner l'expression de g(x) l'image du nombre x par la fonction f.
- 2 Déterminer la ou les valeurs de x retournant la même valeur pour les programmes de calcul A et B.

7. Antécédents et équations-produits

E.24 Con considère le programme de calcul:

- Choisir un nombre
- Prendre le carré de ce nombre
- Ajouter le triple du nombre de départ.
- Ajouter 2
- 1 On appelle x le nombre de départ, exprimer le résultat du programme en fonction de x.
- 2 Montrer que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme (x+2)(x+1) pour toutes valeurs de x.
- 3 On note f la fonction qui a tout nombre x associe la valeur de retour du programme de calcul. On a le tableau de valeur ci-dessous:

	A	В	С	D	E	F	G	Н	I	J
1	x	-4	-3	-2	-1	9	1	2	3	4
2	(x+2)(x+1)	6	2	0	0	2	6	12	20	30

- (a) D'après le tableau de valeurs, donner deux antécédents du nombre 0 par la fonction f.
- b Justifier que la fonction f n'admet que deux antécédents du nombre 0.

E.25 La copie d'écran ci-dessous montre le travail qu'a effectué Camille à l'aide d'un tableur à propos des fonctions q et h définies par:

$$g(x) = 5x^2 + x - 7$$
 ; $h(x) = 2x - 7$

Elle a recopié vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

B	B2									
	A	В	С	D	E	F				
1	x	-2	-1	0	1	2				
2	$g(x) = 5x^2 + x - 7$	11	-3	-7	-1	15				
3	h(x) = 2x - 7	-11	-9	-7	-5	-3				

- 1 Donner un nombre qui a pour image -1 par la fonction g.
- (2) Écrire les calculs montrant que: g(-2)=11
- 3 Quelle formule Camille a-t-elle saisie dans la cellule B3?
- 4 a Déduire du tableau une solution de l'équation : $5x^2 + x 7 = 2x 7$
 - (b) Cette équation a-t-elle une autre solution que celle

trouvée grâce au tableur?

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Ajouter 5
- Prendre le carré de cette somme

On appelle f la fonction qui, au nombre choisi, associe le résultat du programme de calcul.

a Parmi les fonctions suivantes, quelle est la fonction f?

- $x \longmapsto x^2 + 25$ $x \longmapsto (x+5)^2$
- $x \longmapsto x^2 + 5$ $x \longmapsto 2(x+5)$
- (b) Est-il vrai que -2 est un antécédent de 9?
- (2) (a) Résoudre l'équation: $(x+5)^2 = 25$.
 - (b) En déduire tous les nombres que l'on peut choisir pour obtenir 25 à ce programme de calcul.

E.27 Soit g la fonction définie par:

$$g: x \longmapsto x^2 + 1$$

- (1) Calculer les nombres suivants:
 - g(2) ; g(-5) ; g(-1).
- (2) Déterminer par la fonction g les deux antécédents du
- (3) Déterminer par la fonction g l'unique antécédent du nom-
- 4 Justifier que le nombre 0 n'admet aucun antécédent par la fonction q.
- E.28 On considère le programme de calcul suivant:
 - Choisir un nombre;
 - Ajouter 7 à ce nombre;
 - Soustraire 7 au nombre choisi au départ;
 - Multiplier les deux résultats précédents;
 - Ajouter 50;

On considère la fonction f qui associe à tout nombre x le résultat du programme de calcul lorsque le nombre choisi est

- (1) Exprimer l'image f(x) du nombre x par la fonction f.
- 2 Déterminer l'antécédent du nombre 17 par la fonction f.

Représentation graphique

E.29) 片

- 1) Construire un repère d'unité 1 cm définie comme suit :
 - L'axe des abscisses et l'axe des ordonnées sont perpendiculaires:
 - l'axe des abscisses doit représenter tous les nombres allant de -3 à 3:
 - l'axe des ordonnées doit représenter tout nombre allant de -4 à 4.
- (2) On considère la fonction f définie par la relation: $f: x \longmapsto 1.5x + 1$
 - (a) Compléter le tableau ci-dessous:

x	-3	-2	-1	0	1	2
f(x)						

- (b) Dans le repère de la question (1), placer les six points de coordonnées (x; f(x)) obtenus dans le tableau précédent.
- (c) Que remarque-t-on sur la position de ces points?
- (3) On considère la fonction g dont l'image d'un nombre xest définie par:

$$g(x) = 0.5 \cdot x^2 - 3$$

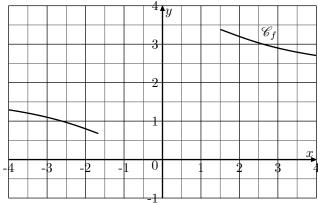
(a) Compléter le tableau ci-dessous:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
g(x)							

- (b) Placer dans le repère, les sept points de coordonnées (x;g(x)) obtenus à partir du tableau précédent et les relier entre eux par une courbe.
- E.30 On considère la fonction f définie par la relation:

$$f(x) = \frac{3x}{x^2 + 1} + 2$$

Dans le repère ci-dessous, on a donné une partie de la courbe \mathscr{C}_f .

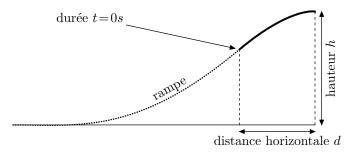


(1) On souhaite compléter le tableau de valeurs ci-dessous afin de construire la partie manquante de la courbe \mathscr{C}_f .

x	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1
f(x)						

Placer les points manquants dans le graphique, puis compléter la courbe.

E.31 Lors d'une course en moto-cross, après avoir franchi une rampe, Gaëtan a effectué un saut record à moto.

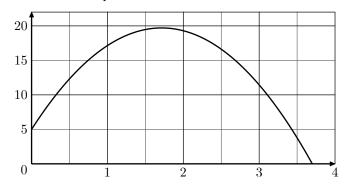


Le saut commence dès que Gaëtan quitte la rampe. On note t la durée $(en\ secondes)$ de ce saut.

La hauteur $(en\ m\`{e}tres)$ est déterminée en fonction de la durée t par la fonction h suivante :

$$h: t \longmapsto (-5t - 1,35)(t - 3,7)$$

Voici la courbe représentative de cette fonction h.



Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier en utilisant soit le graphique, soit le calcul.

 \bigcirc En développant et en réduisant l'expression de h on obtient:

$$h(t) = -5t^2 + 17{,}15t + 4{,}995$$

- (2) Lorsqu'il quitte la rampe, Gaëtan est à 3.8 m de hauteur.
- (3) Le saut de Gaëtan dure moins de 4 secondes.
- 4 Le nombre 3,5 est un antécédent du nombre 3,77 par la fonction h.
- 5 Gaëtan a obtenu la hauteur maximale avant 1,5 seconde.

E.32 Four ses 32 ans, Denis a acheté un vélo d'appartement afin de pouvoir s'entraîner pendant l'hiver. La fréquence cardiaque (FC) est le nombre de pulsations (ou battements) du coeur par minute

Denis souhaite connaître sa fréquence cardiaque maximale conseillée (FCMC) afin de ne pas la dépasser et ainsi de ménager son coeur. La FCMC d'un individu dépend de son âge a, exprimé en années, elle peut s'obtenir grâce à la formule suivante établie par Astrand et Ryhming:

Fréquence cardiaque maximale conseillée = 220-âge

On note f(a) la FCMC en fonction de l'âge a, on a donc : f(a) = 220 - a.

- 1 (a) Vérifier que la FCMC de Denis est égale à 188 pulsations/minute·
 - (b) Comparer la FCMC de Denis avec la FCMC d'une personne de 15 ans.
- 2 Après quelques recherches, Denis trouve une autre formule permettant d'obtenir sa FCMC de façon plus précise. Si a désigne l'âge d'un individu, sa FCMC peut être calculée à l'aide de la formule de Gellish:

Fréquence cardiaque maximale conseillée:
=
$$191.5 - 0.007 \times \text{âge}^2$$

On note g(a) la FCMC en fonction de l'âge a, on a donc : $g(a) = 191.5 - 0.007 \times a^2$

Denis utilise un tableur pour comparer les résultats obtenus à l'aide des deux formules:

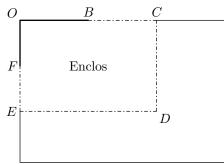
B2	2	$f_x \sum = \boxed{=220-A2}$	
	A	В	C
1	\hat{A} ge a	FCMC $f(a)$ (Astrand et Ryhming)	FCMC $g(a)$ (Gellish)
2	30	190	185,2
3	31	189	184,773
4	32	188	184,332
5	33	187	183,877

Quelle formule faut-il insérer dans la cellule C2 puis recopier vers le bas, pour pouvoir compléter la colonne "FCMC g(a) (Gellish)"?

[OB] et [OF] sont des murs, OB = 6 m et OF = 4 m.

La ligne pointillée BCDEF représente le grillage que Leïla veut installer pour délimiter un **enclos rectangulaire** OCDE

Elle dispose d'un rouleau de $50\,m$ de grillage qu'elle veut utiliser entièrement.



Leïla envisage plusieurs possibilités pour placer le point C.

- 1 En plaçant C pour que BC = 5 m, elle obtient: FE = 15 m.
 - (a) Vérifier qu'elle utilise les 50 m de grillage.
 - (b) Justifier que l'aire A de l'enclos OCDE est $209 \, m^2$.
- 2 Pour avoir une aire maximale, Leïla fait appel à sa voisine professeur de mathématiques qui, un peu pressée, lui écrit sur un bout de papier:

En notant BC = x, on a $A(x) = -x^2 + 18x + 144$

Vérifier que la formule de la voisine est bien cohérente avec le résultat de la question (1)

- 3 Dans cette partie, les questions a et b ne nécessitent pas de justification.
 - (a) Leïla a saisi une formule en B2 puis l'a étirée jusqu'à la cellule I2.

B2	B2 $f_x \sum = =-B1*B1+18*B1+144$										
	A	В	С	D	Е	F	G	Н	Ι		
1	x	5	6	7	8	9	10	11	12		
2	$A(x) = -x^2 + 18x + 144$	209	216	221	224	225	224	221	216		

Quelle formule est alors inscrite dans la cellule F2?

- $footnote{b}$ Parmi les valeurs figurant dans le tableau, quelle est celle que Leïla va choisir pour BC afin d'obtenir un enclos d'aire maximale?
- © Donner les dimensions de l'enclos ainsi obtenu.

E.34

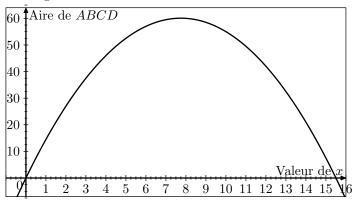
Dans cet exercice, on considère le rectangle ABCD ci-contre tel que son périmètre soit égal à $31\,cm$.



- 1 a Si un tel rectangle a pour longueur 10 cm, quelle est sa largeur?
- (b) Proposer une autre longueur et trouver la largeur correspondante.
- c On appelle x la longueur AB. En utilisant le fait que le périmètre de ABCD est de $31 \, cm$, exprimer la largeur BC en fonction de x.
- $\overline{\mathbf{d}}$ En déduire l'aire du rectangle ABCD en fonction de

x.

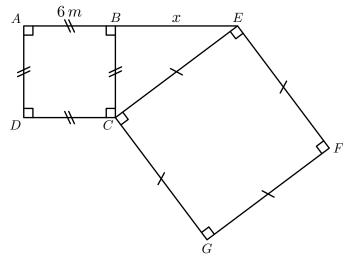
- On considère la fonction f définie par: f(x) = x(15,5-x)
 - (a) Calculer f(4).
 - (b) Vérifier qu'un antécédent de 52,5 est 5.
- 3 Sur le graphique ci-dessous, on a représenté l'aire du rectangle ABCD en fonction de la valeur de x.



À l'aide de ce graphique, répondre aux questions suivantes en donnant les valeurs approchées:

- (a) Quelle est l'aire du rectangle ABCD lorsque x vaut 3 cm?
- (b) Pour quelles valeurs de x obtient-on une aire égale à $40 \, cm^2$?
- © Quelle est l'aire maximale de ce rectangle? Pour quelle valeur de x est-elle obtenue?
- 4 Que peut-on dire du rectangle ABCD lorsque AB vaut 7.75 cm?

E.35 Un champ est composé de deux carrés et d'un triangle rectangle. On a représenté ce champ dans la figure ci-dessous:



L'indéterminé x est un nombre strictement positif. On note f la fonction qui, à chaque valeur de x, associe l'aire du champ en m^2 .

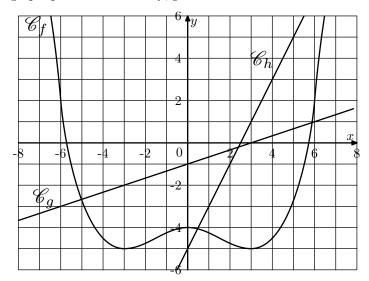
- 1 Donner l'expression de l'image f(x) du nombre x par la fonction f.
- igg(2) a Déterminer le ou les antécédents du nombre 112 par la fonction f.

Indication: on utilisera la factorisation: $x^2 + 3x - 40 = (x - 5)(x + 8)$

(b) Traduire le résultat de la question précédente par une caractéristique du champ et de son aire.

10. Partage

E.36 Dans le repère ci-dessous, on donne les représentations graphiques des fonctions f, g et h:



Dire si les affirmations ci-dessous sont vraies ou fausses.

- 1 L'image de 0 par g est -1;
- \bigcirc 0 est l'image de 3 par h;
- (3) Le point $(6;2) \in \mathscr{C}_f$;
- $\boxed{4}$ -5 est un antécédent du nombre -3 par q;
- (5) -3 a pour image -5 par f;
- 6 Les points d'abscisses 3 des courbes \mathscr{C}_g et \mathscr{C}_h ont la même ordonnée :
- 7 Par la fonction h, 1 est le seul antécédent du nombre -3;
- 8 Par la fonction f, -6 est le seul antécédent de 2.

E.37 On considère les fonctions f et g définies par : f(x) = 2x + 1 et $g(x) = x^2 + 4x - 5$.

Léa souhaite étudier les fonctions f et g à l'aide d'un tableur. Elle a donc rempli les formules qu'elle a ensuite étirées pour obtenir le calcul de toutes les valeurs.

Voici une capture d'écran de son travail:

B	B3									
	A	В	С	D	E	F	G	Н		
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3		
2	f(x)	-5	-3	-1	1	3	5	7		
3	g(x)	-8		-8	-5	0	7	16		

- 1 Quelle est l'image de 3 par la fonction f?
- 2 Calculer le nombre qui doit apparaître dans la cellule C3.
- 3 Quelle formule Léa a-t-elle saisie dans la cellule B2?
- 4 À l'aide de la copie d'écran et sans justifier, donner une solution de l'inéquation:

$$2x + 1 < x^2 - 4x - 5$$

 $\boxed{5}$ Déterminer un antécédent de 1 par la fonction f.

E.38 Soient les fonctions f, g et h définies par: f(x) = 6x; $g(x) = 3x^2 - 9x - 7$; h(x) = 5x - 7

À l'aide d'un tableur, Pauline a construit un tableau de valeurs de ces fonctions.

Elle a étiré vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2, B3 et B4.

B	$\boxed{B3} \boxed{\bullet} f_x \sum = \boxed{=3 \times B1 \times B1 - 9 \times B1 - 7}$										
	A	В	C	D	E	F	G	Н			
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3			
2	f(x) = 6x	-18	-12	-6	0	6	12	18			
3	$g(x) = 3x^2 - 9x - 7$	47	23	5	-7	-13	-13	-7			
4	h(x) = 5x - 7	-22	-17	-12	-7	-2	3	8			

- 1 Utiliser le tableur pour déterminer la valeur de h(-2).
- 2 Écrire les calculs montrant que: g(-3) = 47
- 3 Faire une phrase avec le mot "antécédent" ou le mot "image" pour traduire l'égalité: g(-3) = 47
- 4 Quelle formule Pauline a-t-elle saisie dans la cellule B4?
- 5 a Déduire du tableau ci-dessus une solution de l'équation ci-dessous:

$$3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$$

b Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur?

Justifier la réponse.

Indication: dans cette question, toute trace de recherche, même inaboutie sera prise en compte et valorisée

11. Exercices non-classés

E.39 Les légionelles sont des bactéries présentes dans l'eau potable. Lorsque la température de l'eau est comprise entre 30°C et 45°C, ces bactéries prolifèrent et peuvent atteindre, en 2 ou 3 jours, des concentrations dangereuses pour l'homme.

On rappelle que $\mu\,m$ est l'abréviation de micromètre. Un micromètre est égal à un millionième de mètre.

1 La taille d'une bactérie légionelle est $0.8 \,\mu m$.

Exprimer cette taille en m et donner le résultat sous la forme d'une écriture scientifique.

2 Lorsque la température de l'eau est 37°C, cette population de bactéries légionelles double tous les quarts d'heure.

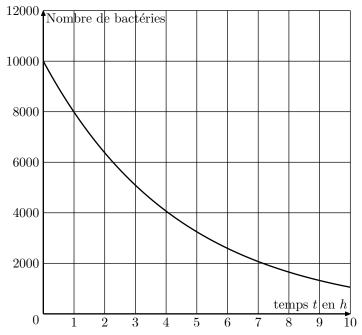
Une population de 100 bactéries légionelles est placée dans ces conditions.

On a créé la feuille de calcul suivante qui permet de donner le nombre de bactéries légionelles en fonction du nombre de quarts d'heure écoulés:

a Dans la cellule B3, on veut saisir une formule que l'on pourra étirer vers le bas dans la colonne B pour calculer le nombre de bactéries légionelles correspondant au nombre de quarts d'heure écoulés. Quelle est cette formule?

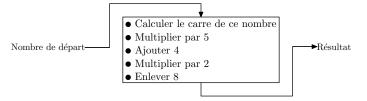
le		A	В
er la il-	1	Nombre de quarts d'heure	Nombre de bactéries
de	2	0	100
es	3	1	
	4	2	
n-	5	3	
re	6	4	
te	7	5	
	8	6	
łe.	9	7	

- (b) Quel est le nombre de bactéries légionelles au 10
- bout d'une heure? Le nombre de bactéries légionelles est-il proportionnel au temps écoulé?
- d Après combien de quarts d'heure cette population dépasse-t-elle dix mille bactéries légionelles?
- (3) On souhaite tester l'efficacité d'un antibiotique pour lutter contre la bactérie légionelle. On introduit l'antibiotique dans un récipient qui contient 10^4 bactéries légionelles au temps t=0. La représentation graphique, ci-dessous, donne le nombre de bactéries dans le récipient en fonction du temps.



- (a) Au bout de 3 heures, combien reste-t-il environ de bactéries légionelles dans le récipient?
- b Au bout de combien de temps environ reste-t-il 6 000 bactéries légionelles dans le récipient?
- C On estime qu'un antibiotique sera efficace sur l'être humain s'il parvient à réduire de 80 % le nombre initial de bactéries dans le récipient en moins de 5 heures. En s'aidant du graphique, étudier l'efficacité de l'antibiotique testé sur l'être humain.

E.40 On considère le programme de calcul suivant :



Partie A

- 1 Montrer que si 3 est le nombre de départ, le programme donne un résultat égal à 90.
- 2 Un élève choisit 2 comme nombre de départ et un autre élève choisit -2.

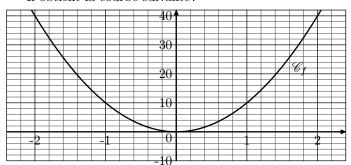
 Montrer qu'ils doivent obtenir le même résultat.
- 3 Si on nomme x le nombre de départ, montrer que le résultat du programme peut s'écrire $10x^2$.

Partie B

Pour cette partie, un élève cherche le ou les nombres (s) qu'il doit choisir pour obtenir 30 comme résultat.

4 Pour cela, il représente graphiquement la fonction f associée au programme de calcul définie par : $f(x) = 10x^2$

Il obtient la courbe suivante:



À l'aide du graphique, déterminer une valeur approchée des antécédents de 30 par la fonction f. Ne pas justifier.

5 l'élève souhaite trouver une valeur plus précise de l'antécédent positif trouvé à la question précédente. Pour cela, il utilise une feuille de calcul dont un extrait est donné ci-dessous:

	A	В
Νo	mbre de dép	ar f Résultat
2	1,60	25,600
3	1,61	25,921
4	1,62	26,244
5	1,63	26,569
6	1,64	26,896
7	1,65	27,225
8	1,66	27,556
9	1,67	27,889
10	1,68	28,224
11	1,69	$28,\!561$
12	1,70	28,900

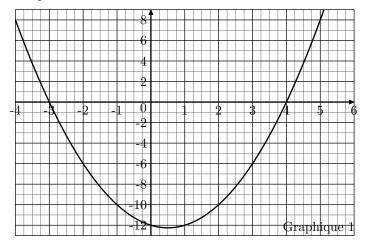
	A	В
Νo	mbre de dép	ar R ésultat
2	1,71	29,241
3	1,72	$29,\!584$
4	1,73	29,929
5	1,74	$30,\!276$
6	1,75	30,625
7	1,76	30,976
8	1,77	31,329
9	1,78	31,684
10	1,79	32,041
11	1,80	32,400
12		

- a Quelle formule a-t-il pu entrer dans la cellule B2 avant de l'étirer vers le bas? Ne pas justifier.
- (b) Dans ce tableau, quel est le nombre de départ donnant le résultat le plus proche de 30? Ne pas justifier.
- 6 Déterminer la valeur exacte du nombre positif cherché par l'élève.

E.41 On considère la fonction f définie par:

$$f(x) = x^2 - x - 12$$

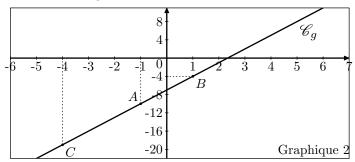
On note \mathscr{C}_f sa courbe représentative donnée ci-dessous dans un repère orthonomé :



- 1 (a) Calculer la valeur exacte de $f(\frac{1}{2})$.
 - b Déterminer graphiquement les antécédents de -6 par la fonction f.
- 2 On considère la fonction g définie par g(x) = 3x 7. On a utilisé un tableur pour réaliser un tableau de valeurs de cette fonction.

	A	В	С	D	Е	F	G	Н	Ι	J	K	L	M
1	X	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
2	g(x)	-22	-19	-16	-13	-10	-7	-4	-1	2	5	8	11

- a Quelle formule a-t-on écrite dans la cellule B2 avant de l'étirer vers le bas?
- \bigcirc Ci-dessous est donné la représentation graphique de la fonction g.



Donner les coordonnées des points A et B.

- 3 a En admettant que la représentation de \mathscr{C}_g est une droite, tracer la courbe \mathscr{C}_g dans le graphique 1 en utilisant les points A et B.
 - b Déterminer graphiquement les nombres qui ont la même image par les fonctions f et g. On pourra laisser apparents les traits de construction sur le graphique.