

# Quatrième / Arithmétique

## 1. Nombres de diviseurs

E.1   





Soit  $a$  et  $b$  deux entiers positifs. On dit que  $b$  est un **diviseur** du nombre  $a$  s'il existe un entier  $k$  tel que :  $a = k \times b$

- 1 Si possible, compléter les pointillés ci-dessous à l'aide d'entiers :
- (a)  $18 = 1 \times \dots$       (b)  $18 = 2 \times \dots$       (c)  $18 = 3 \times \dots$   
 (d)  $18 = 4 \times \dots$       (e)  $18 = 5 \times \dots$       (f)  $18 = 6 \times \dots$   
 (g)  $18 = 7 \times \dots$       (h)  $18 = 8 \times \dots$       (i)  $18 = 9 \times \dots$

- 2 Donner l'ensemble des diviseurs du nombre 18.




E.2   

- (a) Donner les 2 diviseurs du nombre 13.  
 (b) Donner les 6 diviseurs de l'entier 12.  
 (c) Donner les 4 diviseurs de l'entier 22.

E.3     Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse :

**Affirmation :** pour tous les nombres entiers  $n$  compris entre 2 et 9,  $2^n - 1$  est un nombre premier.

## 2. Entiers premiers

E.4    Le tableau ci-dessous présente les entiers de 2 à 99 :

		2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

- 1 (a) Entourer l'entier 2.  
 (b) Hachurer les cases dont l'entier admet 2 pour diviseur.
- 2 (a) Entourer l'entier 3.  
 (b) Hachurer les cases dont l'entier admet 3 pour diviseur.
- 3 (a) Répéter les instructions précédentes avec les entiers 5 et 7.  
 (b) Entourer tous les nombres non hachurés de la grille.
- 4 (a) Combien de diviseurs admettent les entiers 2, 3, 5, 7, 11?

- (b) Parmi les entiers 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 47, lesquels appartiennent à une table de multiplication? Si oui, laquelle?  
 (c) Pour quelle raison peut-on dire que le nombre 97 n'admet que deux diviseurs 1 et 97?

**Définition :** on dit qu'un entier  $a$  est **premier** s'il admet exactement 2 diviseurs : 1 et lui-même.

**Exemple :** les entiers 2, 3, 5, 7, 11, 13 sont des entiers premiers.

**Remarque :** cet exercice présente la méthode dite du "crible d'Eratosthène" permettant de déterminer rapidement les entiers premiers parmi 2 à 99.

Eratosthène est un scientifique grec du 2<sup>e</sup> siècle avant JC. Il est connu pour avoir été nommé directeur de la bibliothèque d'Alexandrie et pour avoir été le premier à avoir mesuré la circonférence de la Terre. Vous trouverez un diaporama présentant le crible d'Eratosthène dans le lien ci-contre.



E.5   

- 1 Parmi les entiers suivants, lequel n'est pas un entier premier : 31 ; 33 ; 37 ; 41  
 2 Parmi les entiers suivants, lequel n'est pas un entier premier : 43 ; 47 ; 49 ; 53

Vous trouverez dans le lien ci-contre la liste des entiers premiers inférieurs ou égal à 1000.



## 3. Décomposition d'un entier en produit de nombres premiers

E.6   

**Définition :** on dit qu'un entier est **décomposé en produit d'entiers premiers** s'il est écrit comme un produit dont tous les facteurs sont des entiers premiers.

**Exemple:** l'entier 72 admet la décomposition :  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

**Algorithme:** ci-contre une méthode d'obtention de la décomposition d'un entier en produit d'entiers premiers :

$$72 = 2 \times 36$$

$$72 = 2 \times 2 \times 18$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 9$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$




- ① Utiliser l'égalité  $28 = 2 \times 14$  pour obtenir la décomposition en produit d'entiers premiers de l'entier 28.

#### 4. Simplification de fractions

E.9   





- ① Donner la décomposition en produit des entiers premiers des entiers : 42 ; 90
- ② En déduire l'écriture réduite de la fraction  $\frac{42}{90}$ .

- ② Utiliser l'égalité  $40 = 2 \times 20$  pour obtenir la décomposition en produit d'entiers premiers de l'entier 40.
- ③ Utiliser l'égalité  $96 = 2 \times 48$  pour obtenir la décomposition en produit d'entiers premiers de l'entier 96.

E.7    Pour chacun des entiers 198, 297, 462, déterminer leur décomposition en produit d'entiers premiers.

**Indications:** pour cela, on utilisera les égalités :

- $198 = 6 \times 33$
- $297 = 9 \times 33$
- $462 = 14 \times 33$

E.8     Quel est le plus grand nombre premier qui divise 41 895?

E.10    

- ① Décomposer 140 et 870 en produit de nombres premiers.
- ② En déduire la forme irréductible de la fraction  $\frac{140}{870}$