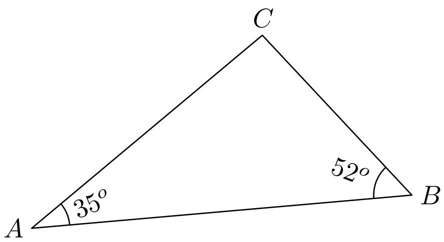
Quatrième / Cosinus

ChingEval : 6 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

1. *Rappels sur les angles*

E.1

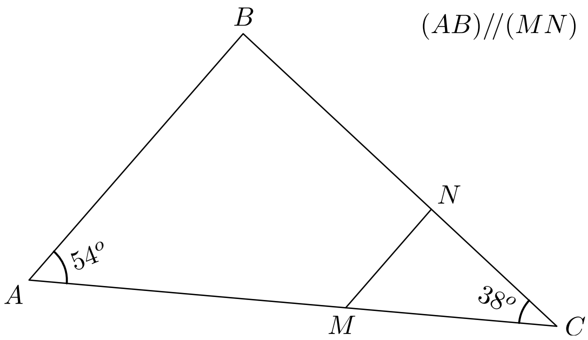
Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BCA}$:



E.2 On considère un triangle ABC tel que :

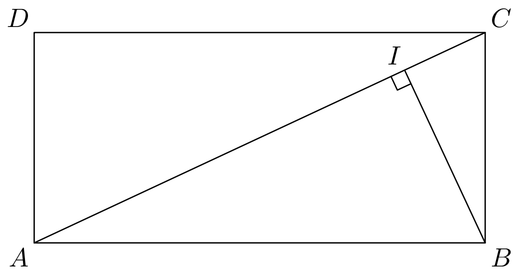
$\widehat{BAC} = 54^o$; $\widehat{ACB} = 38^o$

Les points M et N appartiennent respectivement aux segments $[AC]$ et $[BC]$ et sont tels que $(AB)/\!/(MN)$.



Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{MNC}$.

E.3 On considère le rectangle $ABCD$ tel que $\widehat{DAC}=65^o$. Le point I de la diagonale $[AC]$ est placé tel que le triangle ABI soit rectangle en I :

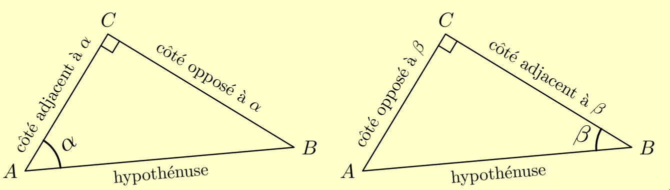


1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DCA}$.
2. Déterminer les mesures de tous les angles des triangles ADC, AIB et BIC.

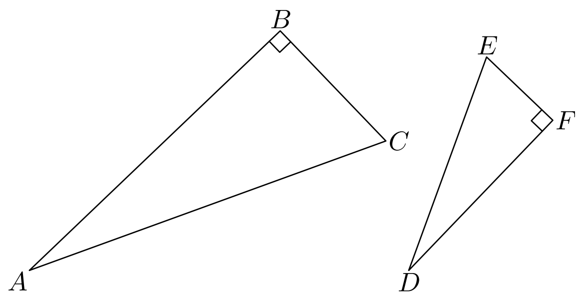
2. *Introduction*

E.4

Définition : dans un triangle rectangle :
- le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'**hypoténuse**
- relativement à un angle porté par l'hypoténuse, l'autre côté de l'angle s'appelle le **côté adjacent à l'angle** et l'autre côté s'appelle le **côté opposé à l'angle**.

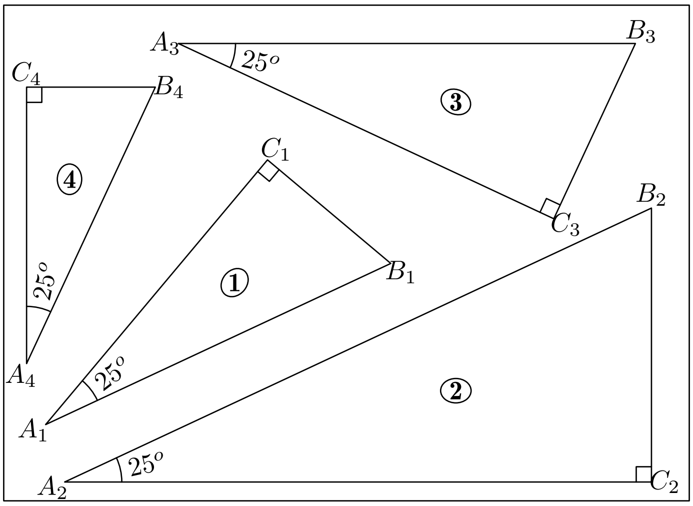


On considère les deux triangles rectangles ABC et DEF respectivement rectangle en B et en F représentés ci-dessous :



1. a. Citer l'hypoténuse du triangle ABC.
   b. Citer le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$.
2. Citer le côté opposé à l'angle $\widehat{FDE}$

E.5 On considère les quatre triangles représentés ci-dessous sont rectangles et possèdent un angle de 25^o.



1. En effectuant les mesures sur la figure ci-dessus, compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les longueurs au millimètre près :

Triangle	1	2	3	4
Hypoténuse				
Côté adjacent à l'angle de 25^o				

2. À l'aide de la calculatrice, donner les valeurs des quotients demandés arrondies au centième près :

Triangle	1	2	3	4
$\dfrac{\text{Longueur du côté adjacent à l'angle de } 25^o}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$				

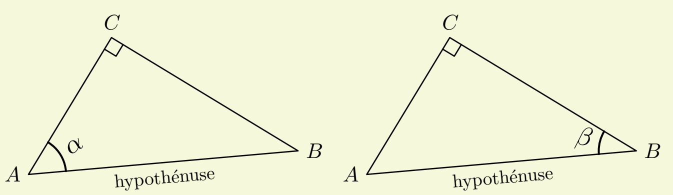
E.6

Définition-proposition : Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu α de ce triangle, on définit le **cosinus de l'angle α** par la valeur du quotient :

$$\frac{\text{Longueur du côté adjacent à l'angle } \alpha}{\text{Longueur de l'hypohténuse}}$$

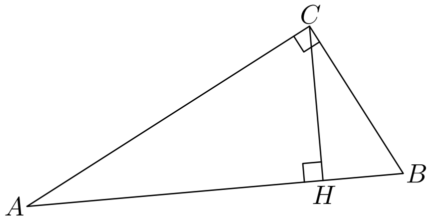
La valeur de ce quotient ne dépend pas des dimensions du triangle rectangle, mais seulement de la mesure α de l'angle : on la note $\mathbf{cos(\alpha)}$.

Exemple 1 :



$\cos\alpha = \dfrac{AC}{AB}$ $\qquad$ $\cos\beta = \dfrac{BC}{AB}$

On considère le triangle ABC représenté ci-dessous où le point H est le pied de la hauteur issue du point C.



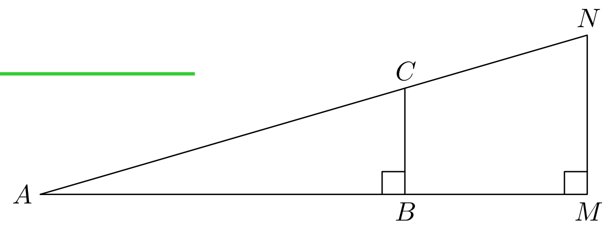
1. Dans le triangle ABC, donner en fonction des longueurs des segments, une expression des rapports trigonométriques :

   a. $\cos\left(\widehat{BAC}\right)$ $\qquad$ b. $\cos\left(\widehat{ABC}\right)$

2. a. Dans le triangle ACH, donner une expression de $\cos\left(\widehat{CAH}\right)$.

   b. Dans le triangle BCH, donner une expression de $\cos\left(\widehat{CBH}\right)$.

E.7 On considère le triangle AMN rectangle en M ; les points B et C appartiennent respectivement aux segments $[BC]$ et $[MN]$; la droite (BC) est perpendiculaire à la droite (AM) :



1. À l'aide d'une règle graduée, donner une valeur approchée des mesures des côtés des deux triangles ABC et AMN.

2. À l'aide de la calculatrice, comparer les valeurs approchées des deux quotients suivants :
   $\dfrac{BC}{AC}$; $\dfrac{MN}{AM}$

3. a. Justifier que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

   b. Justifier l'égalité des deux quotients suivants :
   $\dfrac{BC}{MN} = \dfrac{AC}{AN}$

   c. En déduire l'égalité suivante : $\dfrac{BC}{AC} = \dfrac{MN}{AN}$

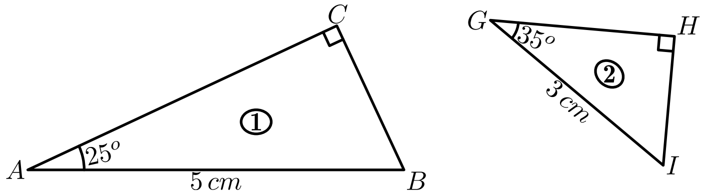
   d. Comparer cette égalité avec vos résultats de la question 1. Y avait-il une erreur dans vos calculs ? D'où pouvait venir cette erreur ?

4. À l'aide de mesures et de valeurs approchées, comparer les couples de quotients ci-dessous :

   a. $\dfrac{AB}{AC}$; $\dfrac{AM}{AN}$ $\qquad$ b. $\dfrac{BC}{AC}$; $\dfrac{MN}{AM}$

3. *Utilisation du cosinus : recherche du côté adjacent*

E.8 On considère les quatre triangles représentés ci-dessous :



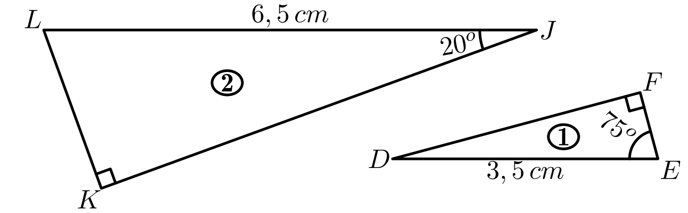
Déterminer la mesure des longueurs des segments suivants. On arrondira les résultats au millimètre près :

a) $[AC]$ b) $[GH]$

Indications : ci-dessous est donnée une partie de la table trigonométrique du cosinus.

α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha$	α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha^o$
0^o	1	20^o	0,94	40^o	0,766	60^o	0,5	80^o	0,174
5^o	0,996	25^o	0,906	45^o	0,707	65^o	0,423	85^o	0,087
10^o	0,985	30^o	0,866	50^o	0,643	70^o	0,342	90^o	0
15^o	0,966	35^o	0,819	55^o	0,574	75^o	0,259		

E.9 On considère les quatre triangles représentés ci-dessous :



Déterminer la mesure des longueurs des segments suivants. On arrondira les résultats au millimètre près :

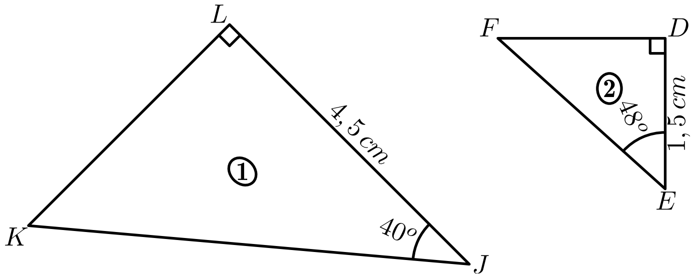
a) $[EF]$ b) $[KJ]$

Indications : ci-dessous est donnée une partie de la table trigonométrique du cosinus.

α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha$	α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha^o$
0^o	1	20^o	0,94	40^o	0,766	60^o	0,5	80^o	0,174
5^o	0,996	25^o	0,906	45^o	0,707	65^o	0,423	85^o	0,087
10^o	0,985	30^o	0,866	50^o	0,643	70^o	0,342	90^o	0
15^o	0,966	35^o	0,819	55^o	0,574	75^o	0,259		

4. *Utilisation du cosinus : recherche de l'hypoténuse*

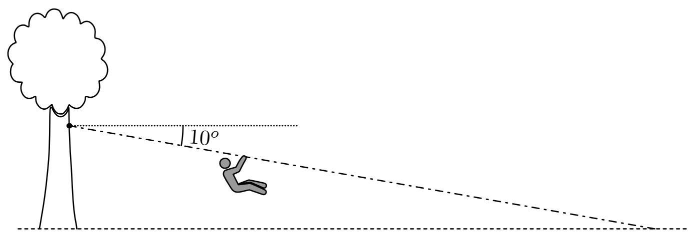
E.10 On considère les quatre triangles représentés ci-dessous :



Déterminer les mesures des longueurs des segments suivants arrondies au millimètre près :

a) $[EF]$ b) $[KJ]$

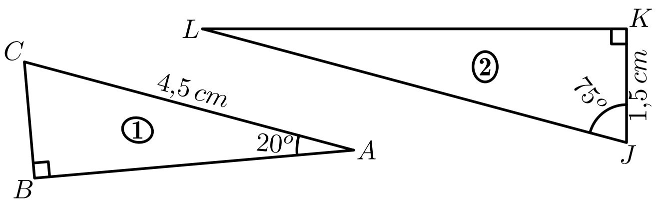
E.11 Dans un parc d'accrobranche, la direction veut installer une nouvelle tyrolienne. Le câble sera installé à une hauteur de $8\,m$ de hauteur et la pente du câble doit être de 10^o.



Déterminer la longueur du câble, arrondie au mètre près, nécessaire pour réaliser cette tyrolienne.

5. *Utilisation du cosinus*

E.12 On considère les quatre triangles représentés ci-dessous :



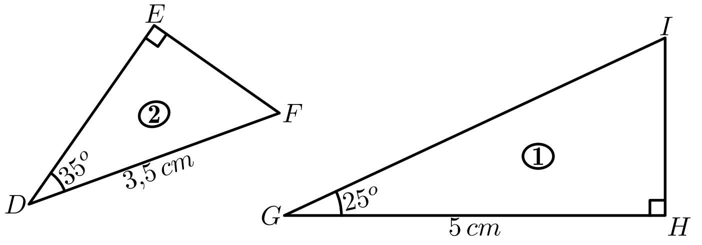
Déterminer la mesure des longueurs des segments suivants arrondies au millimètre près :

a) $[AB]$ b) $[JL]$

Indications : ci-dessous est donnée une partie de la table trigonométrique du cosinus.

α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha$	α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha^o$
0^o	1	20^o	0,94	40^o	0,766	60^o	0,5	80^o	0,174
5^o	0,996	25^o	0,906	45^o	0,707	65^o	0,423	85^o	0,087
10^o	0,985	30^o	0,866	50^o	0,643	70^o	0,342	90^o	0
15^o	0,966	35^o	0,819	55^o	0,574	75^o	0,259		

E.13 On considère les quatre triangles représentés ci-dessous :



Déterminer les mesures des longueurs des segments suivants arrondies au millimètre près :

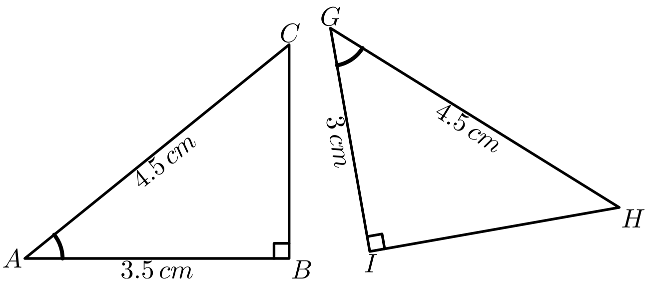
(a) $[ED]$ (c) $[GI]$

Indication : ci-dessous est donnée une partie de la table trigonométrique du cosinus.

α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha$	α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha^o$
0^o	1	20^o	0,94	40^o	0,766	60^o	0,5	80^o	0,174
5^o	0,996	25^o	0,906	45^o	0,707	65^o	0,423	85^o	0,087
10^o	0,985	30^o	0,866	50^o	0,643	70^o	0,342	90^o	0
15^o	0,966	35^o	0,819	55^o	0,574	75^o	0,259		

6. *Utilisation du cosinus réciproque*

E.14 La figure ci-dessous représente quatre triangles ; des mesures sont portées sur celle-ci :



Déterminer la mesure des angles suivants arrondie au dixième de degré près :

(a) $\widehat{BAC}$ (c) $\widehat{HGI}$

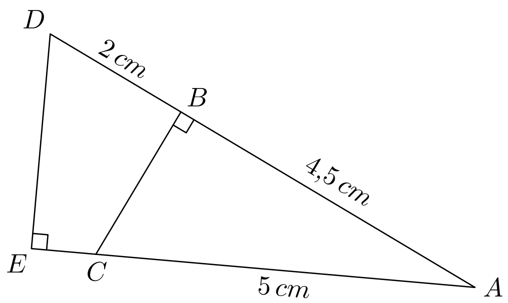
Indication : ci-dessous, est représenté un extrait de la table trigonométrique du cosinus :

α	**cos** α	**α**	**cos** α	**α**	**cos** α	**α**	**cos** α	**α**	**cos** α
0	1,000	2	0,999	4	0,998	6	0,995	8	0,990
10	0,985	12	0,978	14	0,970	16	0,961	18	0,951
20	0,940	22	0,927	24	0,914	26	0,899	28	0,883
30	0,866	32	0,848	34	0,829	36	0,809	38	0,788
40	0,766	42	0,743	44	0,719	46	0,695	48	0,669
50	0,643	52	0,616	54	0,588	56	0,559	58	0,530
60	0,500	62	0,469	64	0,438	66	0,407	68	0,375
70	0,342	72	0,309	74	0,276	76	0,242	78	0,208
80	0,174	82	0,139	84	0,105	86	0,070	88	0,035

7. *Utilisation du cosinus et du cosinus inverse*

E.15 On considère la figure ci-dessous où :

- les points A, B, D et les points A, C, E sont alignés ;
- les triangles ABC et AED sont rectangles respectivement en B et en E.

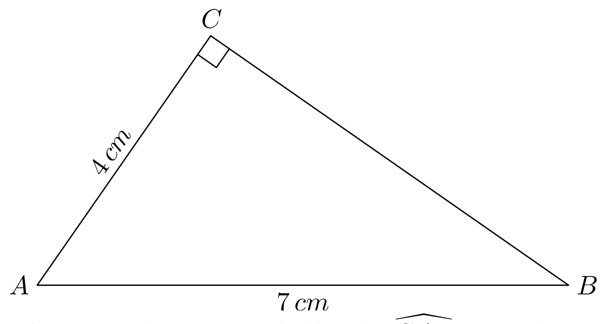


(1) Déterminer, au dixième de degrés près, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

(2) Utiliser la question précédente, pour déterminer la mesure du segment $[CE]$ arrondi au millimètre près.

E.16 On considère un triangle ABC rectangle en C tel que :

$AC = 4\,cm \quad ; \quad AB = 7\,cm$



(1) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$ arrondie au dixième de degré.

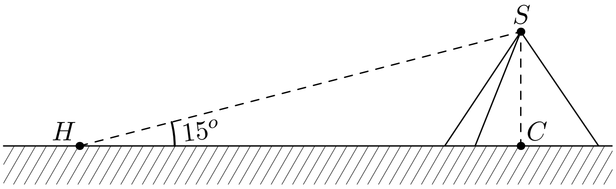
Dans le reste de l'exercice, on utilisera la valeur arrondie de l'angle $\widehat{CAB}$ obtenue à la question précédente :

(2) Dans cette question, on n'utilisera pas le théorème de Pythagore :

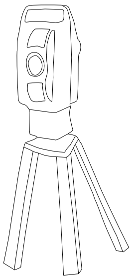
(a) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CBA}$ arrondie au dixième de degré près.

(b) En déduire la longueur du côté $[BC]$ arrondie au millimètre près.

E.17 Un explorateur arrive devant la pyramide de Khéops.



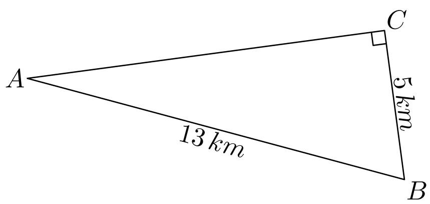
Il pose ses instruments de mesure *(le théodolite)* au point H. En étudiant la pyramide, il observe que c'est une pyramide régulière : le pied C de la hauteur issue du sommet S est également le centre de la base. Il estime également la distance HC à $550\,m$.
Du point H au sommet S, ses instruments de mesure révèlent un angle de 15^o.



Déterminer la mesure de la hauteur SC de la pyramide de Khéops arrondie au mètre près.

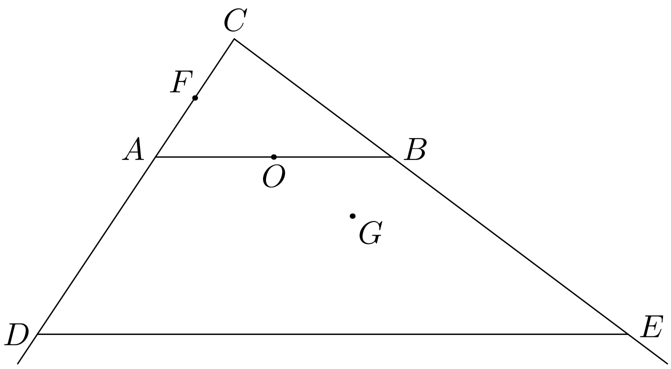
8. *Cosinus, théorème de Pythagore et théorème de Thalès*

E.18 On considère le triangle ABC rectangle en C représenté ci-dessous :



1. Déterminer la mesure du segment $[AC]$.
2. En déduire la mesure, au degré près, de l'angle $\widehat{CAB}$.

E.19 On considère la figure ci-dessous :



Données de la figure ci-dessus :

- CDE est un triangle rectangle en C.
- A appartient au segment $[CD]$, B appartient au segment $[CE]$ et la droite (AB) est parallèle à la droite (DE).
- Le point F est le milieu du segment $[AC]$ et le point O est le milieu de $[AB]$.
- Le point G est le symétrique de F par rapport à O.
- $DE = 12\,cm$; $AB = 4{,}5\,cm$; $AC = 1{,}8\,cm$

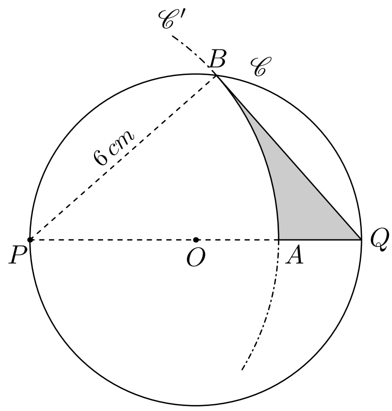
Les questions suivantes sont indépendantes les unes des autres :

1. Quelle est la nature du quadrilatère $AFBG$? Justifier.
2. Montrer que la droite (FO) est parallèle à la droite (CB).
3. Calculer la longueur CD.
4. Calculer une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.

E.20

Ci-contre est représenté le triangle BPQ rectangle en B tels que :
$PB = 6\,cm$; $PQ = 8\,cm$
Le cercle $\mathscr{C}$ est le cercle circonscrit au triangle BPQ.

On construit le cercle $\mathscr{C}'$ de centre P et passant par le point B. On note A le point d'intersection du cercle $\mathscr{C}'$ et du segment $[PQ]$.



Le but de l'exercice est de déterminer une valeur approchée de l'aire de la partie grisée.

1. Déterminer l'aire du disque $\mathscr{C}'$ arrondie au dixième de cm^2.
2. a) Déterminer la mesure, arrondie au dixième de degré, de l'angle $\widehat{APB}$.
   b) En déduire l'aire, arrondie au dixième de cm^2, du secteur angulaire du cercle $\mathscr{C}'$ définie par l'arc $\widehat{AB}$.
3. En déduire une mesure, arrondie au dixième de cm^2, de la partie grisée.

