







Quatrième / Expressions littérales: égalités, distributivité

ChingEval : 5 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM




1. Evaluations d'expressions

E.1    Évaluer les expressions littérales suivantes pour $x=2$:




- (a) $3x + 2$ (b) $2 \times (3x - 1)$ (c) $\frac{2x + 8}{x + 1}$

E.2    Évaluer les expressions littérales suivantes pour $x=-1$:

- (a) $4x + 1$ (b) $3 \times (3x + 1)$ (c) $\frac{9 - 3x}{9 + x}$




E.3    Évaluer les expressions littérales suivantes pour $x=2$:

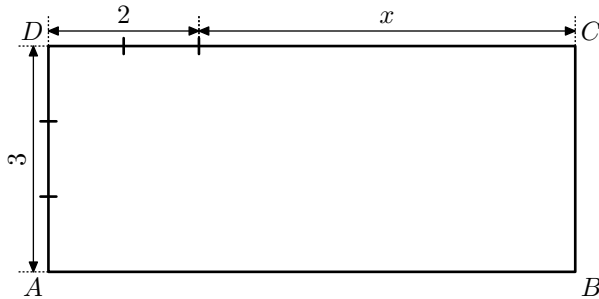
- (a) $x^2 + 1$ (b) $x - x^2$ (c) $(x + 2)^2$

E.4    À l'aide d'un calcul mental, compléter le tableau ci-dessous, où pour chaque ligne une expression est évaluée pour différentes valeurs de x :




x	0	1	3	-2
$2x-3$				
x^2-2x+3				
$2x^2-4$				
$2(x+4)-3$				

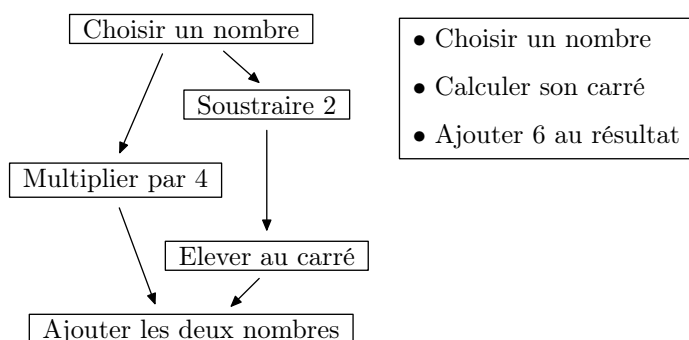
2. Modélisation par une expression

E.5    On considère le rectangle $ABCD$ représenté ci-dessous ayant pour longueur et largeur respectivement $(x+2)$ et 3:



- Déterminer le périmètre et l'aire du rectangle $ABCD$ lorsque $x=1$? $x=4$?
- Donner une expression, en fonction de x , du périmètre du rectangle $ABCD$.
 - Donner une expression, en fonction de x , de l'aire du rectangle $ABCD$.

E.6    Voici deux programmes de calcul:





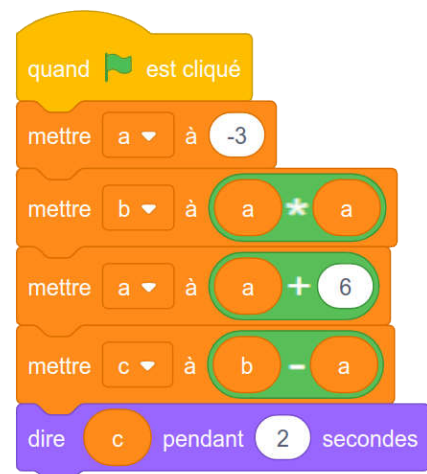
1 Pour le programme A :

- Donner la valeur de sortie du programme A lorsque la valeur d'entrée vaut 3? vaut -1?
- Si le nombre en entrée est noté x , donner une expression de la valeur de sortie du programme A.

2 Pour le programme B :

- Donner la valeur de sortie du programme B lorsque la valeur d'entrée vaut 3? vaut -1?
- Si le nombre en entrée est noté x , donner une expression de la valeur de sortie du programme B.

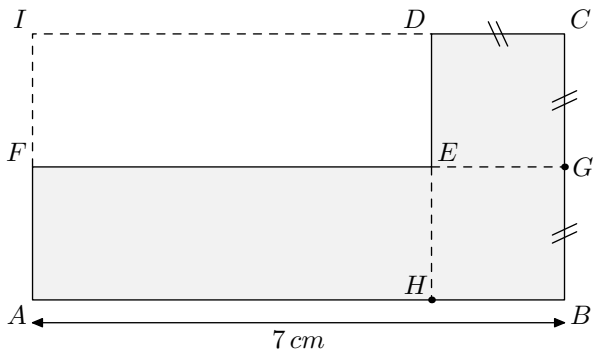
E.7   On considère le programme par bloc ci-dessous :



Quelle est la valeur affichée par ce programme?

3. Réductions simples

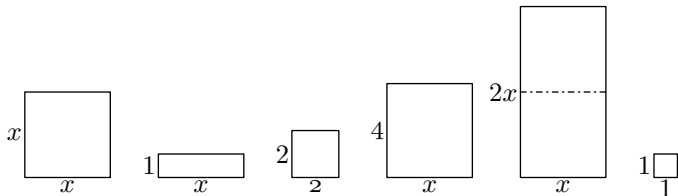
E.8 On considère le polygone $ABCDEF$ représenté grisé ci-dessous où $ABGF$ est un rectangle et $CDEG$ est un carré :



- Donner, sans justification, le périmètre du polygone $ABCDEF$ dans les cas suivants :
 - $DC=1$
 - $DC=4$
- On considère l'expression E définie par : $E=14+4x$
 - Évaluer l'expression E pour chacune des valeurs de x ci-dessous : $x=1$; $x=4$
 - En notant x la longueur du segment $[DC]$, justifier que l'expression E permet toujours d'obtenir la valeur du périmètre du polygone $ABCF$.

4. Réductions

E.9 Ci-dessous sont représentés 6 rectangles et carrés où la lettre x désigne la même mesure, non déterminé, de certains côtés de ces rectangles.



Justifier que l'aire totale de ces rectangles peut s'exprimer à l'aide de l'expression littérale suivante : $3x^2+5x+5$

E.10

Définition :

L'action de **réduire** une expression littérale, c'est "compter ensemble" les termes semblables afin d'en éviter la répétition. (S. Baruk)

Exemple : pour réduire une expression, on rassemble les termes de même nature :

$$\begin{aligned} 5 + 2a + 3b + 4b + 3 + 2a \\ = (2a + 2a) + (3b + 4b) + (5 + 3) \\ = 4a + 7b + 8 \end{aligned}$$

Souvent, on utilise "simplifier" à la place de réduire.

Réduire les expressions suivantes :

a) $-2x + 5 - 4x + 3$ b) $-5x + 4x + 3$

E.11 On considère les deux expressions littérales ci-dessous :

a) $5 - 4x + 6x - 3$

b) $-x^2 + 5x - 4 + 3x - 5x^2 + 7 - 4x - 8$

- Recopier chacune de ces expressions puis :
 - souligner en noir les termes en x^2 ;
 - souligner en rouge les termes en x ;
 - souligner en bleu les termes numériques.
- Réduire ces deux expressions.

E.12 Réduire les expressions suivantes :

a) $x^2 + x + 3x + 5x^2 + 1$ b) $6x^2 - 3 + 5x - 7x^2 + 4 - 2x$

E.13 Simplifier les expressions suivantes :

a) $5x \times 2x - 3x \times 2 - x \times 2x + 5 \times 2x$

b) $3 \times 2 - x \times 3 + 2x \times x - 5x^2$

E.14 Réduire les expressions suivantes :

a) $2x \times 3x - 2 \times 4x + 5 \times 2 - 3 \times 3x^2 - 3^2$

b) $5 \times 2x - 3 \times 4 + 3x \times 2 - 2x \times 3x$

E.15 Réduire les expressions suivantes :

a) $-2x \times 3x + 2x + 3x^2 - 4x$ b) $2 \times (3x^2) - (4x) \times x + x^2$




E.16 Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $5 \times x + (-3) \times 2x + x \times 2x$




b) $2x \times (-2x) + (-x^2) \times (-2)$

c) $(-3) \times x + (-2x) \times (+2x) + x^2 \times 3$

5. Factorisation et calcul




E.17    Utiliser la distributivité pour calculer les expressions suivantes :

a) $13 \times 7 + 13 \times 3$ b) $12 \times 5 + 8 \times 5$ a) $3 \times 7 + 3 \times 3$




E.18    À l'aide d'un calcul mental, donner la valeur des calculs suivants :

a) $12 \times 17 + 12 \times 3$ b) $15 \times 19 - 5 \times 19$ c) $23 \times 81 - 3 \times 81$

6. Développement et calcul

E.19    À l'aide d'un calcul mental, donner la valeur des calculs suivants :

a) 11×15 b) 21×33 c) 31×16

E.20    À l'aide d'un calcul mental, donner la valeur des calculs suivants :

a) 9×37 b) 9×32 c) 19×64




7. Distributivité : développement

E.21    Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $3 \times (2x + 4)$ b) $x \times (2x - 1)$
c) $(3 - 2x)x$ d) $x \times (3 + x)$


E.22    Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $3 \times (2x + 1)$ b) $x + (2x - 1) \times 2$

E.23    On considère les deux expressions suivantes :




- Le produit de 3 par la somme de x et de 2.
- La somme du produit de 3 par x et de 6.

Justifier que ces deux expressions sont égales.

E.24    Réduire les expressions suivantes :

a) $2(3 + x) + (2 + x) \times 4$ b) $2(3 + x) + [5 + 2(x - 1)]$




8. Distributivité : factorisation

E.25    À l'aide de la distributivité, transformer l'écriture des expressions suivantes afin de faire apparaître leurs **formes factorisées** :




a) $5x - 5 \times 3$ b) $3x + 12$

E.26    Factoriser les expressions suivantes :

a) $12x + 15$ b) $12x + 20$ c) $3x + 6$

E.27    Donner la forme factorisée des expressions suivantes :

a) $2 \times x + 2 \times 4$ b) $25x + 15$

E.28    Factoriser, si possible, les expressions suivantes :




a) $3 \times x + 9$ b) $5x + 5$ c) $5x + 25$

E.29    Factoriser les expressions suivantes :

a) $5x^2 - x$ b) $6x^2 + 3x$ c) $8x + 16x^2$




E.30    Factoriser chacune des expressions suivantes :

a) $5x + 15$ b) $7x + 2x^2$

E.31    Factoriser, si possible, les expressions suivantes :

a) $3 \times x + 9$ b) $x \times x + 3x$ c) $5x + x$
d) $5x + 25$ e) $3x^2 + 9x$ f) $6xy + 12x$

9. Modélisation, développement, réduction

E.32    On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre ;
- Le multiplier par 2 ;
- Ajouter 3 ;
- Multiplier par 2 ;
- Soustraire 6

① En notant x le nombre de départ, donner l'expression construite par ce programme de calcul.

② a) Sans justification, compléter le tableau ci-dessous :

Nombre d'entrée	1	0	4	-2
Nombre retourné				

b) Peut-on conjecturer une nouvelle expression qui représenterait ce programme de calcul?

c) Justifier votre remarque précédente.

Pour cette dernière question, toute trace de recherche sera prise en compte.

E.33 Un cahier coûte x pesos et un classeur coûte 5 pesos de plus qu'un cahier.

① En posant x le prix d'un cahier, établir une expression littérale en fonction de x représentant l'achat suivant :
5 classeurs et 4 cahiers

② Réduire l'expression obtenue à la question ①.

E.34 Tous les calculs et toute trace de recherche, même incomplète, seront pris en compte dans l'évaluation.

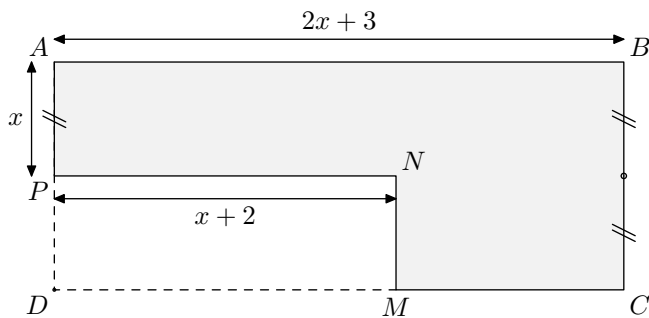
Marc et Sophie se lancent des défis mathématiques. C'est au tour de Marc, il propose un programme de calcul à sa camarade :

- Choisir un nombre entier positif
- Elever ce nombre au carré
- Ajouter 3 au résultat obtenu
- Puis, multiplier par 2 le résultat obtenu
- Soustraire 6 au résultat précédent
- Enfin, prendre la moitié du dernier résultat
- Ecrire le résultat final

Sophie annonce qu'on peut passer, en une seule étape, du nombre choisi au départ au nombre final. A-t-elle raison?

10. Aires, développement, réduction

E.35 On considère le polygone $ABCMNP$ grisé ci-dessous :



où les quadrilatères $ABCD$ et $MNPD$ sont des rectangles et x est la longueur du segment $[AP]$:

① Donner l'expression du périmètre du polygone $ABCMNP$ en fonction de x .

Donner cette expression littérale sous sa forme développée et réduite.

② Calculer le périmètre de la figure dans les cas où $x=5$

11. Egalités d'expressions

E.36

① On considère les deux expressions :
 $A=5x+3$; $B=8x$

a) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

Valeur de x	1	-2
Valeur de A		
Valeur de B		

b) Peut-on dire que les expressions A et B sont égales?

② On considère les deux expressions :
 $C=8x+4$; $D=4 \times (2x+1)$

a) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

Valeur de x	2	-3
Valeur de C		
Valeur de D		

b) Peut-on dire que les expressions C et D sont égales?

Que peut-on faire pour s'en assurer?

Remarque :

- Pour montrer que **deux expressions sont différentes**, on cherche une valeur de x pour laquelle ces deux expressions ont une évaluation distincte.
- Pour montrer que **deux expressions sont égales**, il faut montrer qu'elles ont la même forme développée et réduite.

E.37 Dites si les égalités suivantes sont vraies ou fausses. **Justifier!**

a) $5x + 3 = 8x$

c) $8x + 4 = 4 \times (2x + 1)$

E.38 Justifier que ces égalités d'expressions littérales sont fausses :

a) $3 \times (2x + 1) + 3 = 5x + 6$

b) $2x + 2 \times (x + 2) = 6x + 2$

E.39 Parmi les égalités suivantes, dire celle qui sont vraies ou fausses. On justifiera :

- une égalité fausse par un contre-exemple ;
- une égalité vraie par le développement et la réduction des expressions littérales.

a) $2 + 2x = 4x$ b) $3 \times (x + 5) = 3 \times x + 15$

c) $2 \times (2 + 3) = 2x + 6$ d) $5a + 35 = 5 \times (5a + 7)$

e) $3 \times (x + 2) + 2 \times (5x - 1) = 13x + 4$

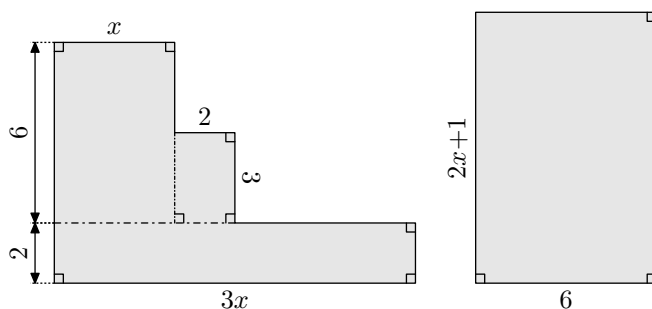
E.40 Étudier les égalités d'expressions littérales ci-dessous. Justifier :

a) $3 \times (2x + 4) = 6x + 12$ b) $5x + 13 = 5 \times (x + 2) + 3$

12. Modélisation : égalité d'expressions

E.41 On note x une longueur qui n'est pas encore déterminée.

À partir de cette longueur, on construit les deux figures ci-dessous :



Justifier que ces deux figures ont la même aire quelle que soit la valeur de x .

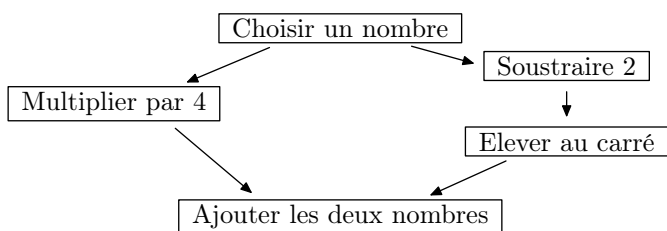
13. Vers les équations

E.42 On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Calculer son carré
- Ajouter 6 au résultat

- 1) Quel est le résultat du programme B si on choisit le nombre 5?
- 2) Si on note x le nombre choisi en entrée de l'algorithme, justifier que le nombre renvoyé par s'exprime par $x^2 + 6$.
- 3) Déterminer la valeur d'entrée afin que ce programme de calcul renvoie pour valeur de sortie 31.

E.43 On considère le programme de calcul représenté dans le diagramme ci-dessous :



- 1) a) En notant x le nombre fourni en entrée à ce pro-

gramme de calcul, donner une expression donnant le nombre renvoyé par ce programme de calcul.

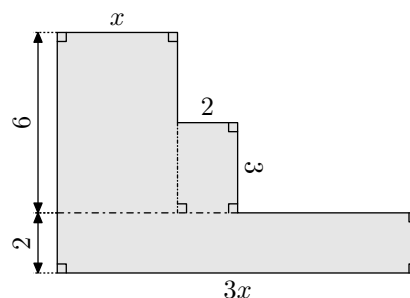
- b) On souhaite évaluer les deux expressions " $x^2 + 4$ " et " $4x + (x - 2)^2$ " pour certaines valeurs de x :

x	-2	0	3
$4x + (x - 2)^2$			

x	-2	0	3
$x^2 + 4$			




- 2) a) On cherche la valeur de x tels que l'expression ait la valeur 29
- b) Vérifier les réponses à la question a).

E.44 On considère la figure ci-dessous composée de trois rectangles :



Déterminer la valeur de x pour que l'aire de cette figure soit de 21.

14. Partage

E.45    À l'aide de la distributivité :

- ① Donner la **forme développée** et **réduite** des expressions littérales suivantes :

a) $(3x + 2) \times 4$ b) $2,2 \times (3 - 5x)$

15. Exercices non-classés

E.46   

Les perfusions intraveineuses servent à administrer des liquides et des médicaments aux patients.

Les infirmières doivent calculer le débit D d'une perfusion en gouttes par minutes.

Elles utilisent la formule $D = \frac{d \times v}{60 \times n}$ où :



- d : est le facteur d'écoulement en gouttes par millilitre (ml);
- v : est le volume (*en ml*) de la perfusion ;
- n : est le nombre d'heures que doit durer la perfusion.

- ① Une infirmière veut doubler la durée d'une perfusion.

Décrire avec précision la façon dont D change si n est doublé et si d et v ne changent pas

- ② Les infirmières doivent aussi calculer le volume v de la perfusion en fonction du débit de perfusion D .

Une perfusion d'un débit de 50 gouttes par minute doit être administrée à un patient pendant 3 heures. Pour cette perfusion, le facteur d'écoulement est de 25 gouttes par millilitres.

Quel est le volume en ml de cette perfusion?

- ③ Une infirmière règle le facteur d'écoulement à 10 gouttes par millilitres. Elle utilise alors le tableau adapté à ce réglage et donnant la valeur du paramètre D du nombre de gouttes par minutes.

Voici ce tableau :

$n \backslash v$	100	150	200	250	300	350
0,1	167	250	333	417	500	583
0,2	83	125	167	208	250	292
0,3	56	83	111	139	167	194
0,4	42	63	83	104	125	146
0,5	33	50	67	83	100	117
0,6	28	42	56	69	83	97
0,7	24	36	48	60	71	83
0,8	21	31	42	52	63	73
0,9	19	28	37	46	56	65
1	17	25	33	42	50	58

Sachant qu'elle doit effectuer une perfusion à un patient qui doit durer au plus $\frac{1}{2} h$ et que le débit D de gouttes par minute ne doit pas excéder 60 et en fonction des valeurs données par le tableau, quel choix peut-elle prendre pour le volume (v) de la perfusion et du nombre d'heures (n) que durera la perfusion?

- ② Donner la **forme factorisée** des expressions littérales suivantes :

a) $3,1 \times 5x - 2 \times 3,1$ b) $3 \times x + 12$

Justifier votre démarche.

E.47   Soit $A = \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right)$:

- ① Calculer A en calculant en premier la parenthèse.
 ② Calculer A en utilisant d'abord la distributivité.

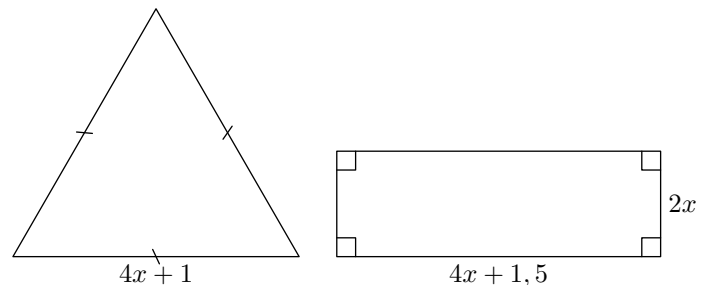
On donnera les résultats sous forme simplifiée.

E.48   

Partie 1

Dans cette partie, toutes les longueurs sont exprimées en centimètre.

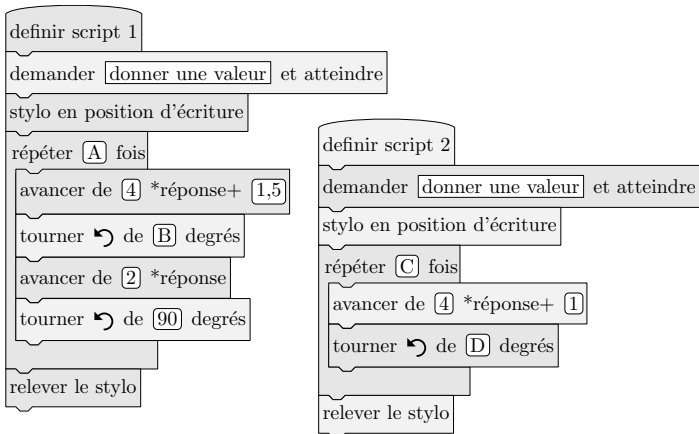
On considère les deux figures ci-dessous, un triangle équilatéral et un rectangle, où x représente un nombre positif quelconque.



- ① Construire le triangle équilatéral pour $x = 2$
 ② a) Démontrer que le périmètre du rectangle en fonction de x peut s'écrire $12x + 3$.
 b) Pour quelle valeur de x le périmètre du rectangle est-il égal à $18 cm$?
 ③ Est-il vrai que les deux figures ont le même périmètre pour toutes les valeurs de x ? Justifier.

Partie II

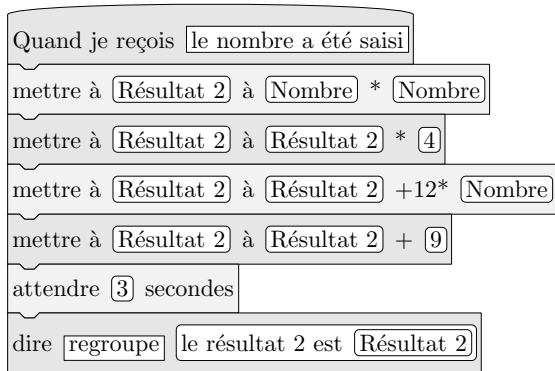
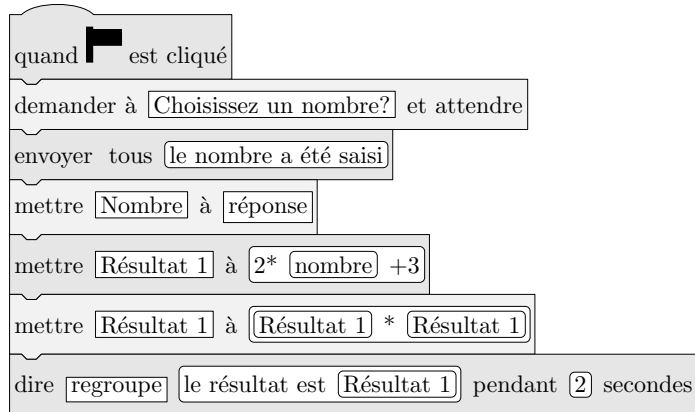
On a créé les scripts (*ci-contre*) sur Scratch qui, après avoir demandé la valeur de x à l'utilisateur, construisent les deux figures de la partie I.



Dans ces deux scripts, les lettres A , B , C , et D remplacent des nombres.

Donner des valeurs à A , B , C et D pour que ces deux scripts permettent de construire les figures de la partie I et préciser alors la figure associée à chacun des scripts.

E.49 Voici un script saisi par Alice dans un logiciel d'algorithmique.



- 1 Alice a choisi 3 comme nombre, calculer les valeurs de **Résultat 1** et **Résultat 2**?
Justifier en faisant apparaître les calculs réalisés.
- 2 Généralisation.
 - a En appelant x le nombre choisi dans l'algorithme, donner une expression littérale traduisant la première partie de l'algorithme correspondant à **Résultat 1**.
 - b En appelant x le nombre choisi dans l'algorithme, donner une expression littérale traduisant la deuxième partie de l'algorithme correspond à **Résultat 2**.

E.50 Voici deux programmes de calcul :

Programme de calcul 1 :

- Soustraire 5
- Multiplier par 4

Programme de calcul 2 :

- Multiplier par 6
- Soustraire 20
- Soustraire le double du nombre de départ

- 1 a Quel résultat obtient-on quand on applique le programme de calcul 1 au nombre 3?
b Quel résultat obtient-on quand on applique le programme de calcul 2 au nombre 3?
- 2 Démontrer qu'en choisissant le nombre -2 , les deux programmes donnent le même résultat.
- 3 On décide de réaliser davantage d'essais. Pour cela, on utilise un tableur et on obtient la copie d'écran suivante :

	A	B	C	D
1	Nombre choisi	Résultat avec le programme 1	Résultat avec le programme 2	
2	0	-20	-20	
3	1	-16	-16	
4	2	-12	-12	
5	3	-8	-8	
6	4			
7	5			
8	6			

Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B2 avant de la recopier vers le bas, jusqu'à la cellule B5?



- 4 Les résultats affichés dans les colonnes B et C sont égaux. Lucie pense alors que, pour n'importe quel nombre choisi au départ, les deux programmes donnent toujours le même résultat.

Démontrer que Lucie a raison.

E.51 On propose le programme de calcul suivant :

Choisir un nombre.
Soustraire 6.
Calculer le carré du résultat obtenu.

- 1 a On choisit le nombre -4 au départ, montrer que le résultat obtenu est 100.
b On choisit 15 comme nombre de départ, quel est le résultat obtenu?
- 2 En notant x un nombre, quelle expression permet d'obtenir le résultat obtenu?

E.52   On considère les deux programmes de calcul suivant :

Choisir un nombre.
Ajouter 3 à ce nombre.
Multiplier le résultat par 2.
Afficher le produit.

Choisir un nombre.
Multiplier par 3 ce nombre.
Ajouter 2 au résultat.
Afficher la somme.

- 1 a Quel(s) résultat(s) obtient-on avec ces deux programmes de calcul lorsque le nombre choisi est 4?

- b Peut-on dire que ces deux programmes de calculs sont équivalents?

- 2 a Quel nombre faut-il choisir pour obtenir le nombre 18 par le premier programme de calcul?

- b Quel nombre faut-il choisir pour obtenir le nombre 8 par le second programme de calcul?

E.53   Factoriser les expressions suivantes :

a $3x + 6$

b $2x - 8$

c $27x + 18$