Quatrième / Proportionnalité

ChingEval : 11 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

1. Rappels sur la proportionnalité

E.1

1. Dans chaque question et pour chacune des colonnes des tableaux, déterminer la valeur exacte du coefficient permettant de passer de la première ligne à la seconde.

a

	5,2	4	2,2	3
	33,8	26	14,3	19,5
Coeff.				

b

	2,3	0,8	4	5
	6,9	2,4	12,4	15
Coeff.				

2. Dire si les tableaux ci-dessus représentent ou pas une situation de proportionnalité.

E.2 Pour chaque question, trouver la valeur de x vérifiant une relation de proportionnalité dans le tableau. Pour cela, on utilisera des déplacements horizontaux pour compléter, si besoin, les colonnes vides et obtenir ainsi la valeur de x.

a

3		x
4		1,2

b

24			x
14			2,1

c

30		x
20		22

b

10			10,5
7			x

E.3 Compléter les tableaux ci-dessous afin qu'ils représentent une situation de proportionnalité et, si possible, les coefficients de proportionnalités de ces tableaux :

a

2,3	1,4		8,6
5,75		12,5	

$\times ?$ $\times ?$

b

1,6	12		33,6
2,8		35	

$\times ?$ $\times ?$

E.4 Compléter le diagramme suivant afin que le tableau représente une situation de proportionnalité :

		5	1	$\frac{2}{14}$
3	4,2	7		

$\times ?$ $\times ?$

2. Représentation graphique de la proportionnalité

E.5 Henry et Hugues ont relevé au cours des deniers mois leur facture téléphonique :

Henry :

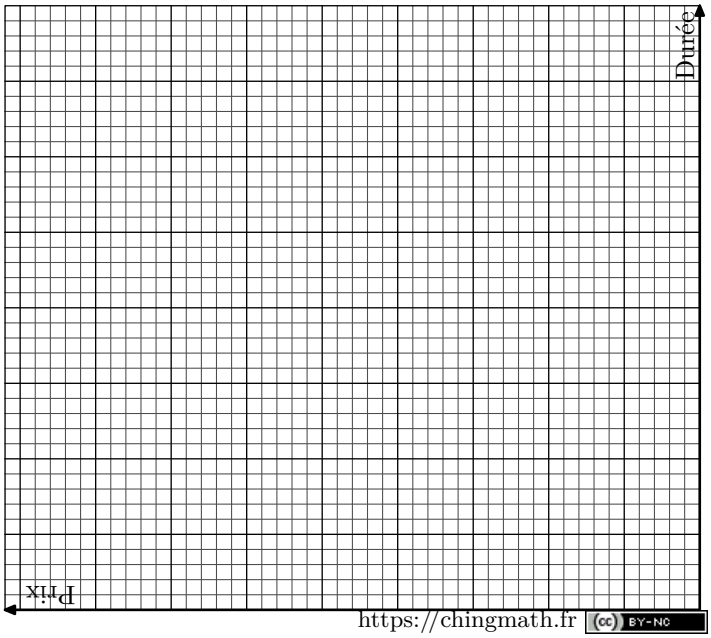
Durée *(en minutes)*	7,5	20	35	40
Prix *(en CFA)*	1 500	4 000	7 000	8 000

Hugues :

Durée *(en minutes)*	10	20	30	40
Prix *(en CFA)*	1 250	3 000	5 250	9 000

1. Vérifier si ces tableaux présentent une situation de proportionnalité.

2. On considère le quadrillage ci-dessous :



 CC BY-NC

(a) Utiliser un repère tel que :

- Sur l'axe des ordonnées, $1\,000\,FCFA$ soient représentés par $1\,cm$.
- Sur l'axe des abscisses, $5\,min$ soient représentés par $1\,cm$

pour placer les points définis par les valeurs des colonnes de chaque tableau, puis relier ces points pour représenter les "*courbes*" de consommation de Henry et Hugues.

(b) Quelle propriété possède la courbe représentant une situation de proportionnalité?

3. *Produit en croix et quatrième proportionnelle*

E.6 Les tableaux ci-dessous représentent des situations de proportionnalités. Déterminer la quatrième proportionnelle manquante à l'aide du produit en croix :

(a)

3	5
x	1,4

(b)

21	x
3	5

(c)

4	x
1,2	0,6

E.7 Déterminer, sans l'aide de la calculatrice, la quatrième proportionnelle manquante à l'aide du produit en croix :

(a)

9	x
1,2	0,4

(b)

0,5	0,1
x	0,2

(c)

x	5,6
2	8

E.8 Déterminer, sans l'aide de la calculatrice, la quatrième proportionnelle manquante à l'aide du produit en croix :

(a)

5	3
x	12

(b)

4	6
x	9

(c)

14	6
3	x

E.9 Les tableaux ci-dessous représentent des situations de proportionnalités. Déterminer la quatrième proportionnelle manquante à l'aide du produit en croix :

(a)

7	2
5	x

(b)

5	x
21	14

(c)

x	0,3
6,4	0,3

4. *Produit en croix et problèmes*

E.10 Le 30 juillet 2013, un euro *(€)* valait 1,3256 dollar *($)*.

(1) Un ordinateur coûte 450 $. Quel est son prix en euro? *(on arrondira à la valeur approchée au centième près).*

(2) Un touriste se rend aux États-unis avec la somme de 2 000 €. Après avoir changé son argent en dollar, quel sera le montant des dollars obtenus? *(on arrondira à la valeur approchée au centième près).*

E.11 Répondre, si possible, aux questions suivantes :

(1) Pour confectionner un cocktail, Jean a besoin de $1{,}5\,\ell$ de jus d'orange pour 6 personnes. Combien de litres de jus d'orange, s'il souhaite préparer ce même cocktail pour 10 personnes?

(2) En révisant pendant 3 heures son contrôle de mathématiques, Eric a progressé de 5 points. De combien augmentera-t-il sa note, s'il révise le prochain contrôle pendant 5 heures?

E.12 Répondre, si possible, aux questions suivantes :

(1) Un professeur de mathématiques corrige 4 copies en $22\,min$. Combien de temps, en gardant cette allure, lui faudra-t-il pour corriger une classe de 26 élèves?

(2) Lors d'un trajet de $144\,km$, un automobiliste a consommé $12\,\ell$ d'essence. Combien de kilomètres va-t-il parcourir avec $15\,\ell$ d'essence?

5. *Réduction : utilisation de l'échelle*

E.13

Définition : *(Wikipédia)*
Une échelle est le rapport entre la mesure d'un objet réel et la mesure de sa représentation. Elle est exprimée par une valeur numérique qui est généralement sous forme de fraction.
L'échelle $1/100$ se note également 1,100 ou "*au* 100e"

Proposition : l'**échelle** est le coefficient de proportionnalité permettant de passer des dimensions réelles aux dimensions réduite.

Méthode : pour une carte à l'échelle $1/a$, on utilise le tableau de proportionnalité ci-dessous :

https://chingmath.fr (cc) BY-NC

Mesure réelle *(en cm)*	?	a

La France est représentée ci-dessous à l'échelle $1/12\,000\,000$:

1 a Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

	Distance Paris-Marseille	Échelle
Distance réelle	x	
Distance sur la carte		

b Déterminer la distance séparant, à vol d'oiseau, la capitale Paris de la ville de Marseille.

2 Un avion effectue la rotation journalière suivante :
Paris $\rightsquigarrow$ Nantes $\rightsquigarrow$ Montpellier $\rightsquigarrow$ Paris
Déterminer la longueur de cette rotation.

6. *Réduction : recherche de l'échelle*

E.14

Méthode : pour déterminer le dénominateur x de l'échelle $1/x$, on utilise le tableau de proportionnalité ci-dessous :

Mesure réelle *(en cm)*	?	x
Mesure réduite *(en cm)*	?	1

$\times$ Echelle

Ci-dessous est donnée une carte du Mexique où sont notés les noms de quelques villes principales :

Sachant que la distance entre les villes de Cancún et Chihuahua est de 2100 km.

En arrondissant, le dénominateur de l'échelle au million près, l'échelle de la carte est :

a $1/39\,000\,000$ b $1/40\,000\,000$ c $1/41\,000\,000$ d $1/42\,000\,000$

E.15 Ci-dessous est représenté la carte des États-Unis d'Amérique :

La distance entre "*Los Angeles*" et "*New York*" est de 3982 km.

1 Déterminer la distance entre "*San Francisco*" et "*Miami*".

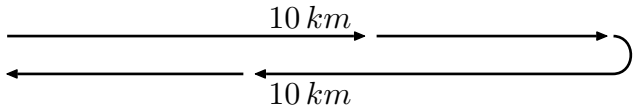
2 On note l'échelle de cette carte sous la forme $1/x$. En arrondissant la valeur de x au million près, quelle est l'échelle de cette carte :

a $\dfrac{1}{50\,000\,000}$ b $\dfrac{1}{51\,000\,000}$ c $\dfrac{1}{52\,000\,000}$ d $\dfrac{1}{53\,000\,000}$

7. *Vitesse*

 CC BY-NC

E.16 Le circuit "*course à pied*" est un aller-retour de 20 *km* (10 *km à l'aller et* 10 *km au retour*).



Pour le trajet aller, qui s'effectue dans le sens du vent, Moana estime que sa vitesse moyenne sera de 16 $^{km}/_{h}$.

Pour le trajet retour, à cause du vent de face et de la fatigue, Moana pense courir à la vitesse moyenne de 10 $^{km}/_{h}$.

Peut-on affirmer que sa vitesse moyenne sera de 13 $^{km}/_{h}$ sur l'ensemble du circuit "*course à pied*"? Justifier votre réponse.

L'évaluation de cette question tiendra compte des observations et étapes de recherche, même incomplètes ; les faire apparaître sur votre copie.

8. *Pourcentage*

E.17

1 a Le percepteur des impôts passe dans un quartier et prend 12 % de l'argent que possède chaque habitant : c'est-à-dire qu'il prend 12 € pour chaque 100 €. Compléter le tableau :

Somme possédée	100	200	20	120	340	3,4
Argent perçu par les impôts	12					

$\times \frac{?}{?}$

b Ce tableau est un tableau de proportionnalité. Rechercher le coefficient de proportionnalité et vérifier, à l'aide de la calculatrice qu'il est adapté à chacune des colonnes du tableau.

c En vous servant du tableau précédent, répondre aux questions suivantes :

- Prendre 12 % de 200 €, c'est prendre ..... €.
- Prendre 12 % de 120 grammes, c'est prendre ..... *g*
- Prendre 12 % de .....kilomètres, c'est prendre 2,4 *km*

2 Répondre aux questions suivantes :

a Prendre 12 % d'une valeur, c'est la multiplier par $\frac{?}{100}$.

b Prendre 60 % d'une valeur, c'est la multiplier par .....

Ainsi, 60 % de 135 € représente la somme de .....

E.18

Méthode :
Pour passer d'un coefficient de proportionnalité au pourcentage associé, on l'écrit sous la forme d'une fraction avec 100 pour dénominateur.

Exemple :

- Pour un coefficient de 0,23 : $0{,}23 = \frac{23}{100}$
  Le pourcentage associé est 23 %
- Pour un coefficient de $\frac{3}{5}$: $\frac{3}{5} = \frac{3\times20}{5\times20} = \frac{60}{100}$
  Le pourcentage associé est 60%.

Donner le pourcentage associé à chacun des coefficients de proportionnalités ci-dessous :

a $\frac{1}{2}$ b $\frac{1}{4}$ c $\frac{1}{5}$ d $\frac{1}{10}$

E.19 Donner le coefficient de proportionnalité associé à chacun des pourcentages ci-dessous sous la forme d'une fraction simplifiée :

a 50 % b 25 % c 20 % d 10 %

E.20 Donner le pourcentage associé à chacun des coefficients de proportionnalités ci-dessous :

a $\frac{3}{4}$ b $\frac{3}{5}$ c $\frac{3}{10}$ d $\frac{1}{8}$

E.21 Donner le coefficient de proportionnalité associé à chacun des pourcentages ci-dessous sous la forme d'une fraction simplifiée :

a 75 % b 12 % c 30 % d 5 %

9. *Utilisation des pourcentages*

E.22 Un autre magasin propose des soldes de 12 % sur tous ses articles. Un pull coutait 45 €. Quel est désormais son nouveau prix?

E.23 La confection d'un costume nécessite :

- 3m de drap
- 2,5m de doublure
- des fournitures.

1 Quel est le prix du drap utilisé sachant que le mètre de drap coûte 20 €?

2 a On utilise une doublure dont le prix du mètre est 10 % du prix du mètre de drap. Quel est le prix d'un mètre de doublure?

b Quel est le prix de la doublure achetée?

3 Quel est le prix des fournitures sachant qu'il représente $\frac{1}{5}$ du prix du drap utilisé?

4 La main d'oeuvre coûte 12 €.
Quel est le prix de revient du costume?

 CC BY-NC

10. *Recherche d'un pourcentage*

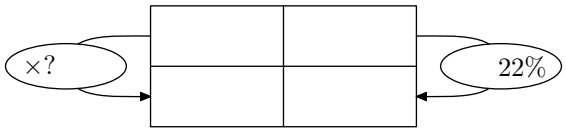
E.24 Un magasin proposait un magnétoscope à 122 €. Mais, après une augmentation de tous les prix de ce magasin, le magnétoscope coûte 152,5 €.
Quel est le pourcentage d'augmentation effectué par le magasin?

E.25
1. Alexandra, Yannick et Cédric ont prêté 362 € à Julie. Alexandra lui a prêté 35 % de cette somme, Yannick lui a prêté 144,8 € et Cédric le reste.
   a. Calculer la somme donnée à Julie par chacun de ses camarades.
   b. Sachant que Yannick a donné 80 % de ses économies, donner le montant total de ses économies.
2. Julie devait récolter 400 € pour réaliser son projet. Donner le pourcentage récolté actuellement.

11. *Introduction aux évolutions*

E.26 Adam remarque que sa facture a augmenté de 22 % ce mois-ci. On sait que sa facture du mois passé s'élevait à 78 €.

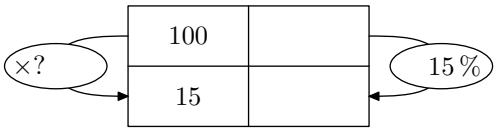
1. Compléter le tableau de proportionnalité ci-contre pour déterminer le montant de l'augmentation en €.



2. En déduire le nouveau montant de sa nouvelle facture.

E.27 Un magasin propose une réduction de 15 % sur un réfrigérateur dont le prix initial était 340 €.

1. Compléter le tableau de proportionnalité ci-contre pour déterminer le montant de la réduction en €.



2. En déduire le nouveau prix de ce réfrigérateur.

E.28
1. Combien représente 25 % du nombre 132?
2. Un objet de 132 € subit une augmentation de 25 %. Quel sera son nouveau prix?

E.29 Un objet de 76 € subi une réduction de 20 % :
1. Déterminer le nombre représentant par 20 % de 76.
2. Donner le prix de cet objet après cette réduction.

E.30 Jean paye habituellement 220 € de facture d'électricité, mais la compagnie d'électricité a prévenu d'une augmentation de 15 % du prix de l'électricité. Quel sera le montant de sa prochaine facture d'électricité?

E.31 Lors des soldes, une réduction de 25 % est accordée sur une console de jeu. Son prix initial était de 324 €. Quel est son prix pendant les soldes?

12. *Evolutions : recherche du pourcentage*

E.32 Le prix d'un objet est passé de 125 € à 110 €.

1. Quel est le montant de cette réduction?
2. Déterminer le pourcentage représenté par le nombre 15 relativement au nombre 125.
3. Donner les caractéristiques d'évolution du prix de cet objet.

13. *Exercices non-classés*

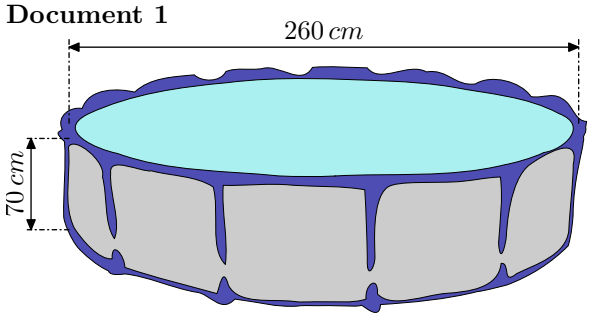
E.33 Une famille désire acheter, pour les enfants, une piscine cylindrique hors sol équipée d'une pompe électrique. Elle compte l'utiliser cet été du mois de juin au mois de septembre inclus. Elle dispose d'un budget de 200 €.

À l'aide des documents suivants, dire si le budget de cette famille est suffisant pour l'achat de cette piscine et les frais de fonctionnement.

Laisser toute trace de recherche même si elle n'est pas aboutie.

 CC BY-NC

Document 1



Caractéristiques techniques :

- Hauteur de l'eau : 65 cm
- Consommation électrique moyenne de la pompe : 3,42 kWh par jour.
- Prix (piscine + pompe) : 80 €.

Document 2
Prix d'un kWh : 0,15 €.
Le kWh *(kilowatt-heure)* est l'unité de mesure de l'énergie-électrique.

Document 3
Prix d'un m^3 d'eau : 2,03 €.

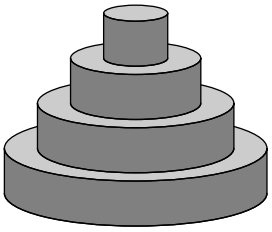
Document 4
Le volume d'un cylindre est donné par la formule suivante :

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

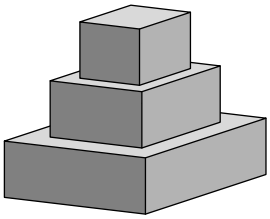
où r est le rayon du cylindre et h sa hauteur.

E.34 Pour le mariage de Dominique et Camille, le pâtissier propose deux pièces montées constituées de gâteaux de tailles et de formes différentes.

La tour de Pise :
La première pièce montée est constituée d'un empilement de 4 gâteaux de forme cylindrique, de même hauteur et dont le diamètre diminue de 8 cm à chaque étage.
Le gâteau du bas a pour diamètre 30 cm et pour hauteur 6 cm.



La tour de Carrée :
La deuxième pièce montée est constituée d'un empilement de 3 pavés droits à base carrée de même hauteur. La longueur du côté de la base diminue de 8 cm à chaque étage.
La hauteur des gâteaux est 8 cm ; le côté de la base du gâteau du bas mesure 24 cm.



Tous les gâteaux ont été confectionnés à partir de la recette ci-dessous qui donne la quantité des ingrédients correspondant à 100 g de chocolat.

Recette du gâteau pour 100 g de chocolat :

- 65 g de sucre
- 2 oeufs
- 75 g de beurre
- 30 g de farine

1. Quel est le ratio $\dfrac{\text{masse de beurre}}{\text{masse de chocolat}}$? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.
2. Calculer la quantité de farine nécessaire pour 250 g de chocolat noir suivant la recette ci-dessus.
3. Calculer la longueur du côté de la base du plus petit gâteau de la tour Carré.
4. Quelle est la tour qui a le plus grand volume? Justifier votre réponse en détaillant les calculs.

Indication : on rappelle que le volume $\mathcal{V}$ d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h$$

 CC BY-NC

E.35

1. Au supermarché, on achète le kilogramme de tomate à 500 $FCFA$. Compléter le tableau suivant :

Poids (en kg)	0,3	2	2,4	3,7	10
Prix (en FCFA)					

$\times$

2. Un club de sport propose un abonnement de 50 000 $FCFA$ par an puis le prix d'une séance revient à 2 000 $FCFA$. Compléter le tableau mettant en relation le nombre de séances effectuées et le prix payé au total :

Nombre de séances	0	4	10		100
Prix (en FCFA)				90 000	

3. Onagre est un opérateur de téléphonie mobile qui propose les abonnements suivants :
   - Abonnement A : abonnement 19 euros, puis 0,30 euro la minute de communication ;
   - Abonnement B : abonnement 29 euros, puis 0,20 euro la minute de communication.

   Compléter le tableau suivant :

Durée *(en minutes)*	30	45	60	90
Abonnement A *(en euros)*				
Abonnement B *(en euros)*				

(extrait du brevet de Guadeloupe, juin 2006.)

4. On considère un carré de côté x exprimé en centimètres. On note y son périmètre et z son aire. Compléter le tableau suivant :

x	2	10	15	60
y				
z				

5. On considère les deux nombres x et y reliés par la relation :

   $y = 2\times x - 5$

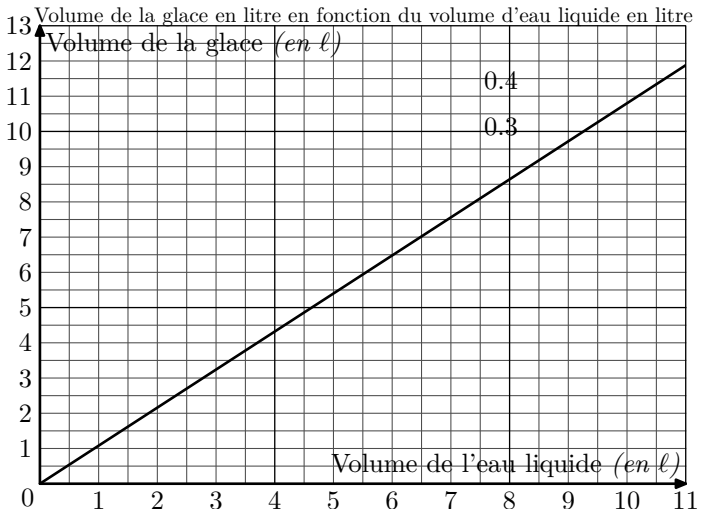
   On dit qu'on connait y **en fonction de** x.

x	-2	0	1	3	10
y					

x

$2\times x - 5$

E.36 L'eau en gelant augmente volume. Le segment de droite ci-dessous représente le volume de glace *(en litres)* obtenu à partir d'un volume d'eau liquide *(en litres)*.



1. En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes :
   a. Quel est le volume de glace obtenu à partir de 6 litres de liquide?
   b. Quel volume d'eau liquide faut-il mettre à geler pour obtenir 10 litres de glace?
2. Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide? Justifier.
3. On admet que 10 litres d'eau donnent 10,8 litres de glace. De quel pourcentage ce volume augmente-t-il en gelant?

E.37 Pour choisir un écran de télévision, d'ordinateur ou une tablette tactile, on peut s'intéresser :

- à son format qui est le rapport de la longueur de l'écran par la largeur de l'écran ;
- à sa diagonale qui se mesure en pouces. Un pouce est égal à 2,54 cm.

1. Un écran de télévision a une longueur de 80 cm et une largeur de 45 cm. S'agit-il d'un écran de format $\frac{4}{3}$ ou $\frac{16}{9}$?
2. Un écran est vendu avec la mention "*15 pouces*". On prend les mesures suivantes : la longueur est 30,5 cm et la largeur est 22,9 cm.
   La mention "*15 pouces*" est-elle bien adaptée à cet écran?
3. Une tablette tactile a un écran de diagonale 7 pouces et de format $\frac{4}{3}$. Sa longueur étant égale à 14,3 cm, calculer sa largeur, arrondie au mm près.

E.38 En France métropolitaine, on comptait en 2001 la population s'élevait à 60,9 millions alors qu'en 1950 on comptait 42 millions d'habitants .
Quel a été le pourcentage d'augmentation de la population entre ces deux dates? *(arrondir au dixième près)*

 CC BY-NC

E.39 L'ébène est un bois noir : c'est l'un des bois précieux le plus dur et le plus dense.
Une statue en ébène de $15\,dm^3$ pèse $17\,kg$.
Donner le poids d'une pièce d'un mètre cube *(indication : $1\,m^3 = 1000\,dm^3$ - Arrondir au kilogramme près.)*

E.40 L'air, dans l'environnement terrestre, est un mélange :

- de 78 % de diazote
- de dioxygène
- d'autres gaz *(ozone, argon, vapeur d'eau, dioxyde de carbone,...)*

1. L'air contenu dans un ballon de football pèse $470{,}6\,g$. Dans des conditions de température et de pression fixées, la masse d'un litre d'air est $1{,}3\,g$. Déterminer alors la masse, en g, puis le volume, en L, de diazote à l'intérieur du ballon.
2. Une salle de classe de volume $30\,m^3$ contient $6{,}3\,m^3$ de dioxygène. Trouver le pourcentage de dioxygène et le pourcentage des gaz présents dans l'air, autres que le diazote et le dioxygène.

E.41 Sarah vient de faire construire une piscine dont la forme est un pavé droit de $8\,m$ de longueur, $4\,m$ de largeur et $1{,}80\,m$ de profondeur. Elle souhaite maintenant remplir sa piscine. Elle y installe donc son tuyau d'arrosage.
Sarah a remarqué qu'avec son tuyau d'arrosage, elle peut remplir un sceau de 10 litres en 18 secondes.

Pour remplir sa piscine, un espace de $20\,cm$ doit être laissé entre la surface de l'eau et le haut de la piscine.
Faut-il plus ou moins d'une journée pour remplir la piscine? Justifier votre réponse.

 BY-NC