

Quatrième / Puissances

ChingEval : 10 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

1. Introduction aux puissances

E.1 Donner la valeur de chacun des nombres suivants :

- a 4^2 b 5^3 c 2^5 d 3^5 e 10^3

E.2 Associer chacune des expressions sous la forme d'une puissance (*colonne de gauche*) avec sa valeur (*colonne de droite*) :

- | | |
|----------------|-------|
| 2^5 • | • 10 |
| 5^3 • | • 12 |
| 2×5 • | • 32 |
| 3^4 • | • 15 |
| 3×4 • | • 81 |
| 5×3 • | • 125 |

E.3 Donner la valeur, sous forme simplifiée des puissances suivantes :

- a $(-2)^3$ b $(-2)^4$ c $\left(\frac{5}{2}\right)^2$ d $\left(\frac{-2}{3}\right)^3$ e $(-1)^{100}$

2. Conduite de calculs

E.4 Effectuer les calculs suivants :

- a $5 - 2 \times 6^2$ b $2 \times (30 - 5^2)$ c $4 + (18 - 12)^2$

E.5 Effectuer les calculs suivants :

- a $5^2 \times (7^2 - 50)$ b $5 - (5 \times 2 - 4^2)^2$ c $(2 - 3)^2 - (2^2 - 3^2)$

3. Premier usage des puissances de 10

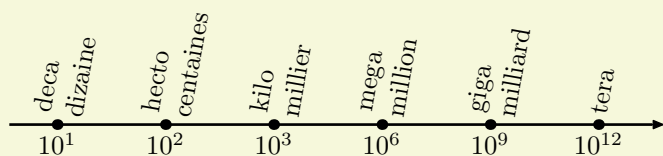
E.6 1 Donner les valeurs de chacune de ces expressions écrites sous la forme d'une puissance de 10 :

- a 10^3 b 10^6 c 10^9 d 10^{11}

2 Compléter les pointillés suivant avec les entiers positifs correspondant :

- un millier s'écrit 1 000 ou 10^{\dots} ;
- un million s'écrit 1 000 000 ou 10^{\dots} ;
- un milliard s'écrit 1 000 000 000 ou 10^{\dots} .




Remarque :



E.7 Compléter les pointillés par des entiers positifs :

- 1 La vitesse de la lumière dans le vide est d'environ 300 000 000 m/s . Cette vitesse peut s'écrire :
 $300\,000\,000\,m/s = 3 \times 10^{\dots} m/s$
- 2 Les villes de San Francisco et de Wilmington sont environ séparés de 400 000 000 cm . Cette distance peut s'écrire :
 $400\,000\,000\,cm = 4 \times 10^{\dots} cm$
- 3 La distance entre la Terre et Mars est d'environ 55,7 millions de kilomètres. Cette distance peut s'écrire :
 $55\,700\,000\,km = 5,57 \times 10^{\dots} km$
- 4 Une durée de 13 ans est équivalent à environ 410 millions de secondes. Cette durée peut s'exprimer par :
 $410\,000\,000\,s = 4,1 \times 10^{\dots} s$

4. Introduction aux propriétés algébriques

E.8    En observant l'égalité ci-dessous, répondre aux questions suivantes :

$$3^4 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$$

- 1 Prouver l'égalité : $5^4 \times 5^2 = 5^6$.
- 2 Effectuer les simplifications des expressions suivantes :
 $C = 7^2 \times 7^5$; $D = 5^3 \times 5^3$; $E = 3^4 \times 3^7$

E.9   

- 1 En simplifiant le quotient, justifier l'égalité : $\frac{7^8}{7^3} = 7^5$.

- 2 Simplifier les fractions suivantes :

$$F = \frac{2^5}{2^2} \quad ; \quad G = \frac{7^8}{7^{11}} \quad ; \quad H = \frac{5^2 \times 5^{10}}{5^9}$$

E.10   

Pour a un entier positif, m et n deux entiers strictement positifs :

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad ; \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad ; \quad (a^n)^m = a^{n \times m}$$

- a $5^4 \times 5^7$ b $\frac{6^8}{6^5}$ c $(2^5)^3$

5. Multiplication et puissance de 10 (exposants positifs)

E.11    Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- a $10^5 \times 10^8$ b $10^2 \times 10^7$ c $10^{14} \times 10^{21}$

E.12    Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- a $(10^2)^3$ b $(10^4)^2$ c $(10^3)^3$ d $(10^4)^6$

6. Division et puissance de 10 (exposants positifs)

E.13    Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- a $\frac{10^5}{10^2}$ b $\frac{10^{12}}{10^6}$ c $\frac{10^7}{10^4}$ d $\frac{10^{21}}{10^{14}}$

7. Multiplication et division (exposants positifs)

E.14    Simplifier les expressions suivantes :

- a $3^5 \times 3^8$ b $\frac{7^{10}}{7^6}$ c $6^8 \times 6^4$ f $\frac{6^7}{6^4}$

E.15    Simplifier l'écriture des opérations suivantes :

- a $7^5 \times 7^9$ b $5^2 \times 5^{13}$ d $\frac{6^8}{6^7}$ e $\frac{12^8}{12^4}$

E.16    Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- a $3^2 \times 3^4$ b $5^8 \times 5^7$ c 3×3^4
d $\frac{3^5}{3^2}$ e $\frac{8^3}{8^2}$ f $\frac{7^{12}}{7^5}$

E.17    Simplifier les expressions suivantes :

- a $\frac{4^5}{4^6}$ b $\frac{3^5}{3^8}$ c $(5^3)^2$ d $(3^2)^7$

8. Un peu plus loin

E.18   




- 1 Justifier l'égalité suivante :
 $I = (2 \times 3)^4 = 2^4 \times 3^4$
- 2 Développer les expressions suivantes :

$$J = (3 \times 5)^3 \quad ; \quad K = (2 \times 7)^5 \quad ; \quad L = (2 \times 5)^4$$

E.19    Simplification des expressions :

- a $3^5 \times 2^5$ b $3^2 \times 5^2$ c $4^3 \times 5^3$

9. Ecriture décimale et puissance de 10 (exposant positif)

E.20    Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

- a $524,1 \times 10^2$ b $941,254 \times 10^2$ c $0,045 \times 10^5$

E.21 Ordonner les nombres ci-dessous dans l'ordre croissant :

$$A = 7,52 \times 10^8 \quad ; \quad B = 7,47 \times 10^9 \quad ; \quad C = 7,407 \times 10^9$$

10. Introduction à la notation scientifique (exposant positif)

E.22 Pour chaque question, déterminer la valeur de l'entier n réalisant l'égalité :

- (a) $0,0045 \times 10^n = 4,5$ (b) $0,0704 \times 10^n = 7,04$
 (c) $0,000\,000\,2 \times 10^n = 2$

E.23 Écrire chacun des nombres ci-dessous sous la forme $a \times 10^6$ où a est un nombre décimal :

- (a) $2,3 \times 10^7$ (b) $547,1 \times 10^4$ (c) 91×10^2 (d) $0,015 \times 10^{10}$

E.24 Parmi les égalités ci-dessous, citer celles qui sont exactes :

- (a) $4,42 \times 10^{15} = 0,442 \times 10^{14}$ (b) $5471 \times 10^7 = 5,471 \times 10^4$
 (c) $0,158 \times 10^6 = 15,8 \times 10^4$

11. Puissance d'exposant négatif

E.25 Écrire sous forme décimale :

- (a) $5,4 \times 10^{-2}$ (b) $6,4 \times 10^3$ (c) $7,1 \times 10^{-3}$

E.26

Définition : • Pour tout nombre a non-nul ($a \neq 0$) et pour tout entier n positif, on note :

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

• $a^0 = 1$; $a^1 = a$

Exemples :

$$\frac{5^3}{5^7} = \frac{1}{5^4} = 5^{-4} \quad ; \quad 7^{-2} \times 7^6 = \frac{1}{7^2} \times 7^6 = \frac{7^6}{7^2} = 7^{6-2} = 7^4$$

1 Simplifier l'écriture des quotients suivant sous la forme a^n où n est un entier positif ou négatif.

- (a) $\frac{5^6}{5^9}$ (b) $\frac{11^3}{11^9}$

2 Simplifier l'écriture des quotients suivant sous la forme a^n où n est un entier positif ou négatif.

- (a) $4^{-3} \times 4^{12}$ (b) $8^5 \times 8^{-10}$

12. Premier usage des puissances de 10 d'exposants négatifs

E.27

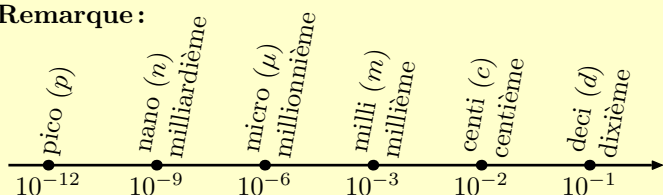
1 Donner les valeurs de chacune de ces expressions écrites sous la forme d'une puissance de 10 :

- (a) 10^{-3} (b) 10^{-6} (c) 10^{-9} (d) 10^{-11}

2 Compléter les pointillés suivant avec les entiers positifs correspondant :

- un millièmè s'écrit 0,001 ou 10^{\dots} ;
- un millionièmè s'écrit 0,000 001 ou 10^{\dots} ;
- un milliardièmè s'écrit 0,000 000 001 ou 10^{\dots} .

Remarque :



E.28 Relier chacun des objets à sa mesure moyenne :

$31 \mu m$ $1 mm$ $0,1 \mu m$ $2 nm$ $75 \mu m$

Epaisseur d'un cheveu
 Diamètre d'un atome d'hélium
 Taille d'un moustique
 Taille d'une cellule humaine
 Diamètre de l'ADN humain

E.29 Sur un câble Ethernet, la vitesse de l'électricité se propage à une vitesse de $5,6 \text{ ns/m}$. Sachant que la distance entre San Francisco et New York est de 4100 km, déterminer le temps de parcours d'un signal partant de San Francisco et atteignant New York.

13. Puissances de 10 d'exposants négatifs

E.30   

1 À l'aide de la calculatrice, relier les nombres ayant la même valeur :

$$10^{-1}$$

$$10^{-2}$$

$$10^{-3}$$

$$10^{-4}$$

$$\frac{10^1}{10^5}$$

$$\frac{10^4}{10^5}$$




$$\frac{10^7}{10^{10}}$$

$$\frac{10^4}{10^6}$$

2 Quelle conjecture peut-on faire?

E.31    Simplifier les expressions suivantes :

a $10^5 \times 10^{-7}$ b $10^{-2} \times 10^{-2}$ c $10^{-3} \times 10^5$ d $\frac{10^5}{10^7}$

E.32   

a $\frac{10^5}{10^{-5}}$ b $\frac{10^{-7}}{10^{-7}}$ c $10^4 \times 10^{-2}$ d $\frac{10^3}{10^{-3}}$

E.33    Simplifier l'écriture des expressions

suivantes :

a $\frac{10^5}{10^9}$

b $\frac{10^{12}}{10^9}$

c $\frac{10^{25}}{10^{22}}$

d $\frac{10^{12}}{10^{17}}$

e $\frac{10^5}{10^{-3}}$

f $\frac{10^{-5}}{10^7}$

g $\frac{10^{-2}}{10^5}$

h $\frac{10^3}{10^{-3}}$

E.34    Effectuer les calculs suivants :

a $10^5 \times 10^{-8} \times 10^{-15} \times 10^2$

b $10^2 \times 10^{-1} \times 10^{-2}$

E.35    Effectuer les calculs suivants :

a $\frac{10 \times 10^{-4}}{10^{-8}}$

b $\frac{10^5 \times 10^{-4}}{10^{-3}}$

c $\frac{10^{-12} \times 10^8}{10^4}$

E.36   

a $\frac{10^3}{(10^{-2})^4}$

b $\frac{10^{16}}{(10^2)^8}$

c $\left(\frac{10^5}{10^7}\right)^2$




d $(10^3)^{-2}$

E.37   

a $(10^2 \times 10^{-4})^2 \times 10^{-4}$

b $10^{-3} \times (10^5 \times 10^{-3})^2$

14. Produit et division de puissance

E.38    Simplifier au maximum l'écriture des expressions suivantes. Le résultat sera donné sous forme d'une puissance :

a $6^2 \times 6^3$

b $5^3 \times 5^2 \times 5^{-5}$

c $3^{-4} \times 3^5$

d $\frac{3^2}{3^5}$

e $\frac{5^{-4}}{5^2}$

f $\frac{6^3}{6^3}$

g 6^0

h $5^2 \times 3^2$

i $1,2^3 \times 5^3$

E.39    Simplifier l'écriture des puissances suivantes :

a $5^2 \times 5^5$

b $7^4 \times 7^{-7}$

c 5×5^{-4}

d $3^5 \times 9$

e $8^5 \times 8^{-3} \times 8^{-2}$

f $5^{20} \times 5^{-9}$




15. Ecriture décimale et puissance de 10

E.40    Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

a $596,4 \times 10^{-1}$




b $3,3 \times 10^{-2}$

c $7,45 \times 10^{-4}$

E.41    Pour chaque question, comparer les deux nombres proposés :

a $1,7 \times 10^{-5}$ et $1,27 \times 10^{-5}$

b $2,41 \times 10^{-5}$ et $2,41 \times 10^{-9}$




E.42    Parmi les égalités ci-dessous, dire celles qui sont exactes :

a $32 \times 10^{-7} = 3200 \times 10^{-9}$

b $5471 \times 10^7 = 5,471 \times 10^4$

c $0,00747 \times 10^{12} = 747 \times 10^{17}$

16. Notation scientifique

E.43    Dans chaque cas, déterminer la valeur de n ou de x manquante vérifiant l'égalité :

a $532 \times 10^n = 5,32$

b $67 \times 10^n = 0,00067$

c $x \times 10^3 = 531,8$

d $6,54 \times 10^5 = 654 \times 10^n$

e $6,12 \times 10^{-13} = x \times 10^{-12}$

f $0,561 \times 10^{-7} = 56,1 \times 10^n$

E.44

1 Dans chaque cas, déterminer la valeur de l'entier n vérifiant l'égalité :

- (a) $6794 = 6,794 \times 10^n$ (b) $0,00354 = 3,54 \times 10^n$
 (c) $3124,1 = 3,1241 \times 10^n$ (d) $0,0549 = 5,49 \times 10^n$

2 Utiliser la question précédente pour déterminer la notation scientifique des nombres suivants :

- (a) 6794×10^{-5} (b) $0,00354 \times 10^5$
 (c) $3124,1 \times 10^5$ (d) $0,0549 \times 10^{-3}$

E.45 Donner la notation scientifique des nombres suivants :

- (a) 0,00176 (b) 31 970 000 (c) 0,000 002 127

17. Problèmes

E.49

1 Ranger dans l'ordre croissant les entiers suivants :
 2 ; 2^2 ; 2^3 ; 2^4

2 Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants :
 $\frac{1}{2}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

E.50 $ABCD$ est un rectangle qui a pour aire

E.46 Donner la notation scientifique des nombres suivants :

- (a) $3\,512 \times 10^5$ (b) $0,00173 \times 10^{-6}$ (c) $0,004\,5 \times 10^{42}$

E.47 Écrire les nombres suivants en écritures scientifiques :

- (a) 312×10^5 (b) $0,00219 \times 10^6$ (c) $3\,542 \times 10^{11}$

E.48 Écrire les nombres suivants à l'aide de l'écriture scientifique :

- (a) $56,8 \times 10^2$ (b) $0,0023 \times 10^{-7}$
 (c) $123,45 \times 10^{-4}$ (d) $0,091 \times 10^2$

2^{11} cm^2 et tel que :

$$AB = 2^5 \text{ cm}.$$

1 Calculer AD en cm . On donnera le résultat sous forme d'une puissance de 2.

2 Calculer le périmètre de $ABCD$ en cm . On donnera la réponse sous forme $a \times 2^6$ où a est un entier.

18. Additions de puissances de 10

E.51 Effectuer les opérations suivantes :
 (indication : transformer les nombres à une même puissance de 10)

- (a) $3 \times 10^7 + 5 \times 10^8$ (b) $8 \times 10^5 + 24 \times 10^4$
 (c) $52,1 \times 10^{-4} + 18 \times 10^{-6}$ (d) $22,4 \times 10^{15} - 2240 \times 10^{13}$
 (e) $30,9 \times 10^{-6} + 0,09 \times 10^{-4}$ (f) $10^{-10} + 10^{-11}$

E.52 Effectuer les opérations suivantes :

- (a) $3 \times 10^{-3} + 2,5 \times 10^{-2}$ (b) $254 \times 10^{30} + 78 \times 10^{33}$
 (c) $94,1 \times 10^{-13} - 0,012 \times 10^{-10}$

E.53 Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

- (a) $3 \times 10^2 + 2 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$ (b) $2 \times 10^{-2} + 31 \times 10^{-3}$
 (c) $35 \times 10^7 + 54 \times 10^9$ (d) $6 \times 10^{-8} - 57 \times 10^{-9}$

19. Usmath

E.54

Avec les notations américaines : pour calculer la puissance d'une "mixed fractions", nous passons par une "improper fractions" avant d'exprimer le résultat sous la forme d'une "mixed fractions".

Exemple :



$$\left(1\frac{1}{5}\right)^3 = \left(1 + \frac{1}{5}\right)^3 = \left(\frac{5}{5} + \frac{1}{5}\right)^3 = \left(\frac{5+1}{5}\right)^3 = \left(\frac{6}{5}\right)^3$$

$$= \frac{216}{125} = \frac{125+91}{125} = \frac{125}{125} + \frac{91}{125} = 1 + \frac{91}{125} = 1\frac{91}{125}$$

Exprimer les puissances ci-dessous sous la forme de "mixed fractions" :

- (a) $\left(5\frac{1}{3}\right)^2$ (b) $\left(3\frac{1}{7}\right)^2$ (c) $\left(3\frac{1}{2}\right)^3$ (d) $\left(1\frac{1}{3}\right)^3$

20. *Partage*

E.55   Simplifier les calculs ci-dessous pour donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10 :

a $10^7 \times 10^{-9}$ b $\frac{10^{-7}}{10^7}$ c $\frac{10^8 \times 10^{-3}}{10^{-5}}$ d $\frac{10^5}{10 \times 10^9}$

21. *Exercices non-classés*

E.56   Simplifier les expressions suivantes :

a $2^4 \times 2^3$ b $\frac{5^8}{5^3}$ c $(3^2)^4$
d $3^4 \times 9^3$ e $\frac{4^9}{2^5}$ f $2^5 - 2^4$