

Cinquième / Fractions

1. Représentation d'une fraction-partage

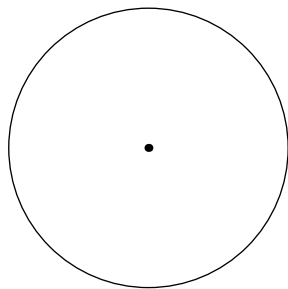
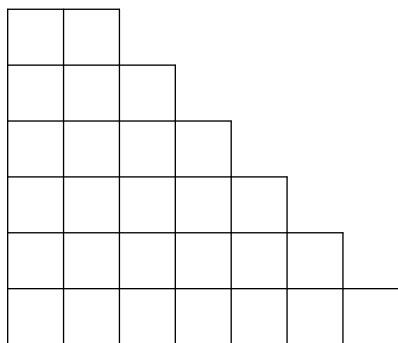
E.1 Dans une classe de cinquième, 13 élèves sur 26 pratiquent une activité extra-scolaire.

Que peut-on dire de la proportion d'élèves pratiquant une activité extra-scolaire?

Donner une fraction qui exprime cette proportion.

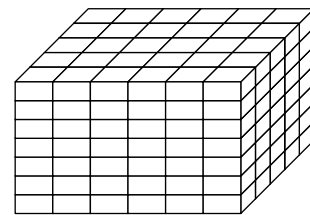
E.2 Dans la figure ci-dessous :

- Colorier les deux tiers de la première figure (en forme d'escalier).
- Colorier les six vingt-quatrièmes du disque. (on a représenté par un point le centre du cercle)



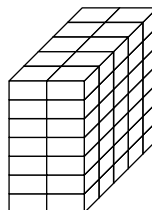
E.3

On considère le pavé droit constitué de plusieurs briques identiques :

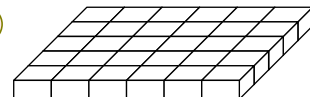


Chaque dessin ci-dessous représente une partie du pavé droit du départ. Déterminer la part du pavé droit initial représenté par chacune de ces parties :

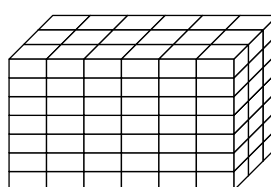
a



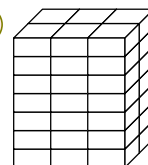
b



c

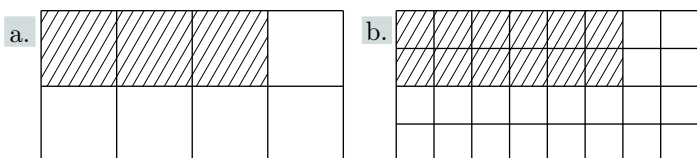


d



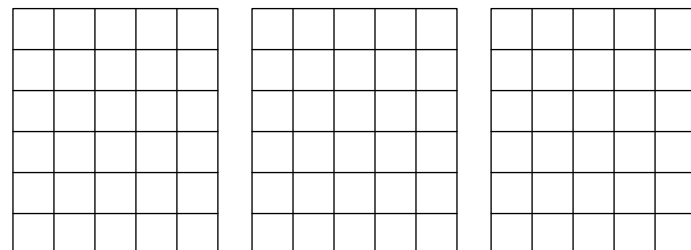
2. Introduction aux égalités de fractions

E.4 On considère les deux pavages ci-dessous :



- À l'aide de la règle graduée, justifier que les deux rectangles ont les mêmes dimensions. Faire de même pour les parties hachurées.
- Dans les deux cas (a) et (b), quelle est la proportion de carrés hachurés relativement à l'ensemble des carrés composant le rectangle ?
- Justifier l'égalité : $\frac{3 \times 4}{8 \times 4} = \frac{3}{8}$

E.5 On considère les trois rectangles identiques ci-dessus partagés équitablement en petits carrés :



- Quelle fraction du rectangle représente un carreau ?
- Utiliser les rectangles ci-dessous pour donner une représentation de chacune des fractions suivantes :
 a $\frac{1}{2}$ b $\frac{2}{5}$ c $\frac{2}{3}$
- a Pour chacun des rectangles, indiquer le nombre de carreaux utilisés pour représenter chacune des fractions.
 b Exprimer chacune des fractions de la question 2 à l'aide de fractions ayant 30 au dénominateur.

3. Egalité de fractions

E.6

- Effectuer les calculs suivants : $12 \times \frac{6}{12}$; $6 \times 2 \times \frac{1}{2}$

2) Que peut-on dire des deux quotients : $\frac{6}{12}$ et $\frac{1}{2}$?

E.7

1) Effectuer les calculs suivants : $21 \times \frac{7}{21}$; $7 \times 3 \times \frac{1}{3}$

2) Que peut-on dire des deux quotients : $\frac{7}{21}$ et $\frac{1}{3}$?

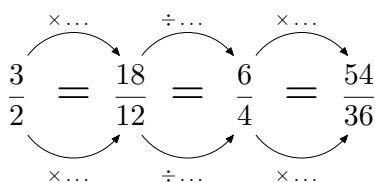
E.8

1) Justifier que 24 et 56 sont des multiples de 8 en complétant les pointillés ci-dessous :

$$24 = \dots \times 8 \quad ; \quad 56 = \dots \times 8$$

2) Justifier l'égalité des deux nombres : $\frac{24}{56} = \frac{3}{7}$

E.9 Compléter les pointillés du schéma ci-dessous afin de vérifier l'égalité entre les fractions :



E.10 Justifier les égalités de fractions ci-dessous :

a) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

b) $\frac{21}{6} = \frac{7}{2}$

c) $\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$

E.11 Recopier les égalités suivantes en complétant avec l'entier approprié :

a) $\frac{14}{5} = \frac{28}{\quad}$

b) $\frac{36}{\quad} = \frac{9}{5}$

c) $\frac{24}{12} = \frac{6}{\quad}$

E.12 Recopier les égalités suivantes en complétant avec l'entier approprié :

a) $\frac{28}{20} = \frac{5}{\quad}$

b) $\frac{35}{\quad} = \frac{5}{2}$

c) $\frac{14}{3} = \frac{42}{\quad}$

E.13 Recopier les égalités suivantes en complétant avec l'entier approprié :

a) $\frac{35}{28} = \frac{\quad}{4}$

b) $\frac{36}{48} = \frac{3}{\quad}$

c) $2 = \frac{6}{\quad}$

E.14 Recopier et compléter par le nombre adéquat réalisant l'égalité des quotients :

a) $\frac{1,5}{12} = \frac{\quad}{120}$

b) $\frac{32}{\quad} = \frac{3,2}{15}$

c) $\frac{124}{15} = \frac{1,24}{\quad}$

4. Réduction de fractions : utilisation du plus grand diviseur commun

E.15

Définition : une fraction est dite **réduite** si son numérateur et dénominateur n'ont que l'entier 1 pour diviseur commun

Exemple :

• diviseur de 18 : 1, 2, 3, 6, 9, 18

• diviseur de 27 : 1, 3, 9, 27

En simplifiant par le plus grand diviseur commun au numérateur et dénominateur, la fraction sera réduite :

$$\frac{18}{27} = \frac{18 \div 9}{27 \div 9} = \frac{2}{3}$$

- 1) a) Donner l'ensemble des diviseurs de 12.
- b) Donner l'ensemble des diviseurs de 16.
- c) Donner tous les diviseurs communs à 12 et 16.

2) Réduire la fraction $\frac{16}{12}$.

E.16

1) À quelle table de multiplication, autre que celle de 1, appartiennent à la fois 15 et 24 ?

2) Donner l'expression réduite de la fraction $\frac{15}{24}$.

E.17

1) À quelle table de multiplication, autre que celle de 1, appartiennent à la fois 13 et 39 ?

2) Donner l'expression réduite de la fraction $\frac{13}{39}$.

E.18

1) À quelle table de multiplication, autre que celle de 1, appartiennent à la fois 12 et 28 ?

2) Donner l'expression réduite de la fraction $\frac{28}{12}$.

E.19 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

a) $\frac{4}{12}$

b) $\frac{12}{14}$

c) $\frac{24}{56}$

Indication : le facteur commun du numérateur et dénominateur est à chercher parmi 2, 4 ou 8.

E.20 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

a) $\frac{12}{15}$

b) $\frac{15}{36}$

c) $\frac{14}{35}$

Indication : le facteur commun du numérateur et dénominateur est à chercher parmi 3, 7 ou 9.

E.21 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

a) $\frac{15}{20}$

b) $\frac{18}{12}$

c) $\frac{16}{24}$

E.22 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

a) $\frac{20}{12}$

b) $\frac{16}{40}$

c) $\frac{38}{20}$

E.23 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

a $\frac{42}{27}$ b $\frac{35}{49}$ c $\frac{27}{36}$

E.24 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

a $\frac{27}{36}$ b $\frac{36}{30}$ c $\frac{30}{54}$ d $\frac{30}{120}$

E.25 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

a $\frac{9}{12}$ b $\frac{55}{33}$ c $\frac{16}{36}$ d $\frac{25}{45}$

5. Réduction de fractions : en plusieurs étapes

Méthode : pour simplifier au maximum une fraction, il est parfois obligé de simplifier plusieurs fois par un facteur commun au numérateur et au dénominateur comme présenté ci-dessous :

$$\frac{96}{36} \xrightarrow{\div 2} \frac{48}{18} \xrightarrow{\div 2} \frac{24}{9} \xrightarrow{\div 3} \frac{8}{3}$$

E.28 En laissant des étapes de vos conduites de calculs, réduire au maximum les fractions ci-dessous :

a $\frac{42}{63}$ b $\frac{120}{180}$ c $\frac{18}{168}$

E.26

Compléter les schémas ci-dessous afin d'obtenir à la fin une fraction simplifiée (vous n'êtes pas obligé d'utiliser toutes les étapes proposées) :

1 $\frac{60}{20} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

2 $\frac{18}{42} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

E.27 Compléter les schémas ci-dessous afin d'obtenir à la fin une fraction simplifiée (vous n'êtes pas obligé d'utiliser toutes les étapes proposées) :

1 $\frac{60}{36} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

6. Quotient vers fractions simplifiées

E.33 Donner l'écriture des quotients ci-dessous sous la forme d'une fraction simplifiée :

a $\frac{6,1}{0,05}$ b $\frac{17}{0,7}$ c $\frac{13,2}{0,5}$




E.34 Donner l'écriture de chacun des quotients ci-dessous sous la forme d'une fraction simplifiée :

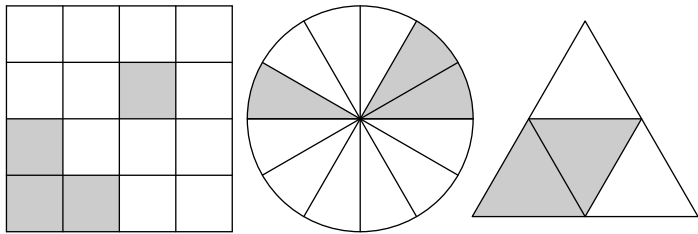
a $\frac{22}{0,1}$ b $\frac{2,1}{0,9}$ c $\frac{44}{0,12}$

E.35 Donner l'écriture de chacun des quotients ci-dessous sous la forme d'une fraction simplifiée :




a $\frac{0,3}{12}$ b $\frac{0,02}{0,3}$ c $\frac{0,9}{3,3}$

7. Problèmes autour des simplifications

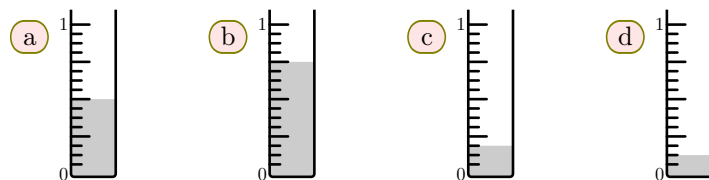
E.36    Ci-dessous, trois figures ont été partagées de manière équitable. Donner, sous forme simplifiée, la fraction représentant la partie grisée relativement à la figure totale :






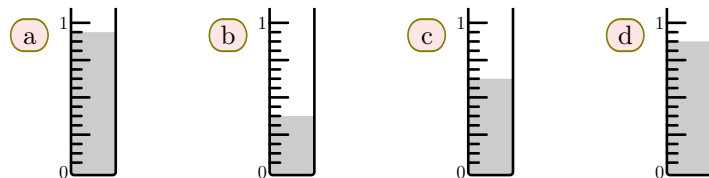
(Présenter les simplifications utilisées)

E.37    Les éprouvettes ci-dessous sont conçues pour contenir une dose d'un médicament. Indiquer, à l'aide d'une fraction simplifiée, la quantité du médicament contenue




dans chacune de ces éprouvettes :



E.38    Les éprouvettes ci-dessous sont conçues pour contenir une dose d'un médicament. Indiquer, à l'aide d'une fraction simplifiée, la quantité du médicament contenue dans chacune de ces éprouvettes :



8. Comparaisons de fractions avec même dénominateur ou même numérateur

E.39   
 1 a Deux gâteaux identiques \mathcal{A} et \mathcal{B} sont découpés équitablement : le gâteau \mathcal{A} en 5 parts et le gâteau \mathcal{B} en 7 parts.
 Quel est le gâteau qui a les parts les plus grandes ?

b Comparer les fractions avec les symboles $<$ ou $>$:
 $\frac{1}{5} \dots \frac{1}{7}$

2 a On a deux sachets de bonbons \mathcal{A} et \mathcal{B} .
 Le sachet \mathcal{A} contient 40 bonbons rouges et le sachet \mathcal{B} contient 60 bonbons bleus.
 On partage équitablement les deux sachets entre 5 per-




sonnes. Quelle est la couleur la plus représentée dans chaque part ?

b Comparer les fractions avec les symboles $<$ ou $>$:
 $\frac{40}{5} \dots \frac{60}{5}$




E.40    Comparer les fractions suivantes à l'aide des symboles $>$ ou $<$:

a $\frac{3}{6} \dots \frac{5}{6}$ b $\frac{12}{5} \dots \frac{12}{3}$ c $\frac{16}{4} \dots \frac{20}{4}$
 d $\frac{8}{6} \dots \frac{8}{10}$ e $\frac{11}{5} \dots \frac{15}{5}$ f $\frac{3}{8} \dots \frac{3}{12}$

9. Comparaison de fractions et égalité de fonctions




E.41    Recopier puis compléter les pointillés pour comparer les fractions suivantes. Justifier.

a $\frac{5}{3} \dots \frac{10}{8}$ b $\frac{12}{11} \dots 1$ c $\frac{56}{24} \dots \frac{7}{5}$

E.42   
 1 Compléter les pointillés afin d'obtenir deux encadrements à l'unité près :




$\dots < \frac{54}{5} < \dots$; $\dots < \frac{19}{2} < \dots$

2 Comparer les quotients : $\frac{54}{5}$ et $\frac{19}{2}$

E.43    Pour chaque question compléter les pointillés par le signe de comparaison adéquat :

a $\frac{58}{13} \dots 5$ b $\frac{12}{7} \dots 1$ c $\frac{0}{3} \dots \frac{7}{2}$

10. Prendre une fraction de ...

E.44    Traduire chacune des questions ci-dessous par une multiplication de nombres décimaux, puis donner la valeur de la part considérée :




a La moitié de 14 min.

b Les trois quarts de 63 kg.

c Les deux cinquièmes de 34 €.

d Les sept dixièmes de 51 €.

11. Fractions et opérateurs




E.45    Pour chaque question, les trois opérations proposées ont la même valeur.

Pour chaque question, laquelle vous semble la plus facile à calculer?




1 a $6 \times \frac{5}{3}$ b $\frac{6 \times 5}{3}$ c $\frac{6}{3} \times 5$

2 a $\frac{56}{7} \times 3$ b $\frac{56 \times 3}{7}$ c $56 \times \frac{3}{7}$




3 a $\frac{3}{18} \times 12$ b $\frac{3 \times 12}{18}$ c $3 \times \frac{12}{18}$

E.46    Effectuer les calculs ci-dessous en laissant vos étapes de calculs :




a $\frac{18}{3} \times 7$ b $6 \times \frac{3}{36}$ c $56 \times \frac{5}{8}$

E.47    Effectuer les calculs ci-dessous en laissant vos étapes de calculs :

a $14 \times \frac{5}{7}$ b $48 \times \frac{3}{8}$ c $10 \times \frac{3,6}{6}$




E.48    Effectuer les calculs ci-dessous en laissant vos étapes de calculs :

a $8 \times \frac{3}{4}$ b $\frac{7}{21} \times 3$ c $\frac{1,25}{5} \times 4$




E.49    Effectuer les calculs ci-dessous en laissant vos étapes de calculs :

a $2 \times \frac{12}{3}$ b $40 \times \frac{20}{100}$ c $3 \times \frac{15}{9}$

12. Problèmes

E.50    Lors d'une traversée du désert, un dromadaire perd $\frac{3}{10}$ de sa masse, essentiellement les réserves d'eau qu'il utilise.

Au départ de la traversée, un dromadaire pesé 700 kg, quel sera son poids à son arrivée?

E.51    Chez les orfèvres, l "or à 24 carats" représente l'or pur tandis que l "or à 18 carats" est un mélange ne contenant que $\frac{18}{24}$ d'or pur.

1 Simplifier au maximum la fraction $\frac{18}{24}$. Quelle part d'or pur contient un alliage "en or de 18 carats"?




2 Calculer la quantité d'or pur contenue dans un bijou "en or de 18 carats" pesant 100 grammes?

E.52    La superficie du globe est de 510 101 000

km². On sait que les mers et les océans recouvrent les $\frac{7}{10}$ du globe :

1 Quelle est la superficie recouverte par les mers et les océans?

2 Quelle est la superficie des terres émergées?

E.53    Un sondage a été réalisé auprès des 96 élèves de sixième d'un collège sur leur pratique de sports :

- $\frac{4}{12}$ des élèves pratiquent un sport hebdomadairement ;
- $\frac{1}{6}$ des élèves pratiquent plus d'un sport par semaine ;

Déterminer le nombre d'élèves :

- 1 pratiquant un seul sport par semaine ;
- 2 pratiquant plus d'un sport par semaine ;
- 3 ne pratiquant aucun sport par semaine.

13. Us-math: mixed fractions

E.54    

Avec les notations américaines : il y a deux façons de nommer les fractions :

- les "proper fractions" : si le numérateur est inférieur au numérateur comme $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{3}$
- les "improper fractions" : si le numérateur est supérieur au numérateur comme $\frac{7}{2}$, $\frac{11}{7}$

Pour les "improper fractions", la notation "mixed fraction" permet d'écrire ce nombre sous la forme d'un entier et d'une "proper fractions" :

$$\frac{7}{2} = \frac{6+1}{2} = \frac{6}{2} + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$$

Écrire chacune des fractions sous la forme de "mixed fractions" où la "proper fractions" est donnée sous sa forme simplifiée.

a $\frac{30}{9}$ b $3\frac{3}{12}$ c $5\frac{17}{15}$ d $1\frac{22}{12}$ e $3\frac{1}{3}$

E.55     Comparer les fractions suivantes :

a $\frac{43}{12}$ et $3\frac{5}{12}$ a $7\frac{5}{7}$ et $7\frac{2}{7}$ a $3\frac{2}{5}$ et $\frac{28}{3}$

E.56     Comparer les fractions suivantes :

a $3\frac{2}{7}$ et $3\frac{5}{7}$ b $2\frac{3}{7}$ et $2\frac{3}{8}$ c $4\frac{3}{4}$ et $4\frac{7}{12}$

14. *Us-math: GCF*

E.57



Avec les notations américaines: le “*greatest common factor*” (*GCF*) de deux entiers est le plus grand diviseurs commun. Par exemple, :

- les diviseurs de 18 sont : 1, 2, 3, 6, 9 et 18
- les diviseurs de 24 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24

Ainsi, le GCF de 18 et 24 est 6.

Pour chacune des questions, compléter les pointillés :

$$\begin{array}{lcl}
 1. \quad \frac{9}{51} & = & \frac{9 \div \dots}{51 \div \dots} = \frac{\dots}{\dots} \\
 & \text{GCF} & \\
 2. \quad \frac{72}{15} & = & \frac{72 \div \dots}{15 \div \dots} = \frac{\dots}{\dots} \\
 & \text{GCF} & \\
 3. \quad \frac{56}{12} & = & \frac{56 \div \dots}{12 \div \dots} = \frac{\dots}{\dots} \\
 & \text{GCF} & \\
 4. \quad \frac{15}{80} & = & \frac{15 \div \dots}{80 \div \dots} = \frac{\dots}{\dots} \\
 & \text{GCF} &
 \end{array}$$

15. *Exercices non-classés*

E.58



Écrire chacun des nombres décimaux ci-dessous sous la forme d'une fraction simplifiée :

- a) 0,54 b) 0,08 c) 0,125

E.59



Compléter les trous par la fraction simplifiée adéquate :

- a) $12 \times \square = 3$ b) $25 \times \square = 15$ c) $9 \times \square = 21$
d) $3 \times \square = 7$ e) $10 \times \square = 4$ f) $22 \times \square = 55$