Cinquième / Fractions

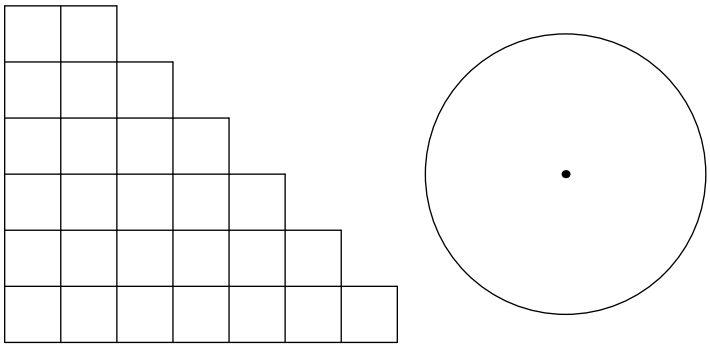
1. Représentation d'une fraction-partage

E.1 Dans une classe de cinquième, 13 élèves sur 26 pratiquent une activité extra-scolaire.

Que peut-on dire de la proportion d'élèves pratiquant une activité extra-scolaire?
Donner une fraction qui exprime cette proportion.

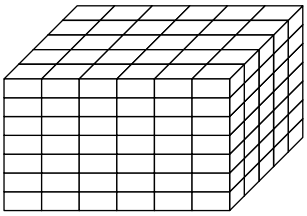
E.2 Dans la figure ci-dessous :

- Colorier les deux tiers de la première figure *(en forme d'escalier)*.
- Colorier les six vingt-quatrièmes du disque.
  (on a représenté par un point le centre du cercle)



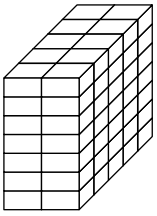
E.3

On considère le pavé droit constitué de plusieurs briques identiques :

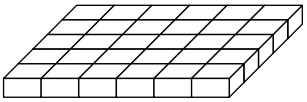


Chaque dessin ci-dessous représente une partie du pavé droit du départ. Déterminer la part du pavé droit initial représenté par chacune de ces parties :

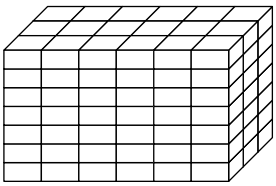
a



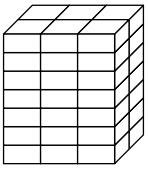
b



c

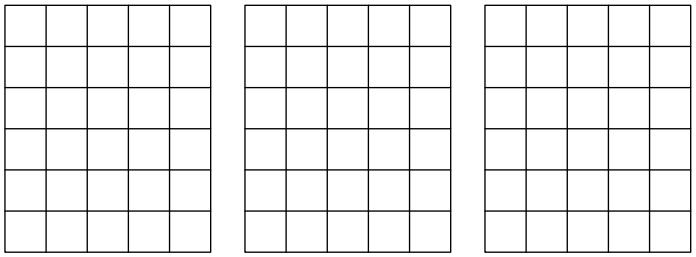


d



2. Introduction aux égalités de fractions

E.4 On considère les deux pavages ci-dessous :



1. À l'aide de la règle graduée, justifier que les deux rectangles ont les mêmes dimensions. Faire de même pour les parties hachurées.
2. Dans les deux cas (a) et (b), quelle est la proportion de carrés hachurés relativement à l'ensemble des carrés composant le rectangle ?
3. Justifier l'égalité : $\dfrac{3\times4}{8\times4} = \dfrac{3}{8}$

E.5 On considère les trois rectangles identiques ci-dessus partagés équitablement en petits carrés :

1. Quelle fraction du rectangle représente un carreau?
2. Utiliser les rectangles ci-dessous pour donner une représentation de chacune des fractions suivantes :

   (a) $\dfrac{1}{2}$ (b) $\dfrac{2}{5}$ (c) $\dfrac{2}{3}$

3. (a) Pour chacun des rectangles, indiquer le nombre de carreaux utilisés pour représenter chacune des fractions.

   (b) Exprimer chacune des fractions de la question (2) à l'aide de fractions ayant 30 au dénominateur.

3. Egalite de fractions

CC BY-NC

E.6

1. Effectuer les calculs suivants : $12\times\frac{6}{12}$; $6\times2\times\frac{1}{2}$
2. Que peut-on dire des deux quotients : $\frac{6}{12}$ et $\frac{1}{2}$?

E.7

1. Effectuer les calculs suivants : $21\times\frac{7}{21}$; $7\times3\times\frac{1}{3}$
2. Que peut-on dire des deux quotients : $\frac{7}{21}$ et $\frac{1}{3}$?

E.8

1. Justifier que 24 et 56 sont des multiples de 8 en complétant les pointillés ci-dessous :
   $24=\ldots\times8$; $56=\ldots\times8$
2. Justifier l'égalité des deux nombres : $\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$

E.9 Compléter les pointillés du schéma ci-dessous afin de vérifier l'égalité entre les fractions :

$$\frac{3}{2} \overset{\times\ldots}{\underset{\times\ldots}{=}} \frac{18}{12} \overset{\div\ldots}{\underset{\div\ldots}{=}} \frac{6}{4} \overset{\times\ldots}{\underset{\times\ldots}{=}} \frac{54}{36}$$

E.10 Justifier les égalités de fractions ci-dessous :

a. $\frac{3}{5}=\frac{6}{10}$ b. $\frac{21}{6}=\frac{7}{2}$ c. $\frac{18}{30}=\frac{3}{5}$

E.11 Recopier les égalités suivantes en complétant avec l'entier approprié :

a. $\frac{14}{5}=\frac{28}{\ }$ b. $\frac{36}{\ }=\frac{9}{5}$ c. $\frac{24}{12}=\frac{6}{\ }$

E.12 Recopier les égalités suivantes en complétant avec l'entier approprié :

a. $\frac{28}{20}=\frac{\ }{5}$ b. $\frac{35}{\ }=\frac{5}{2}$ c. $\frac{14}{3}=\frac{42}{\ }$

E.13 Recopier les égalités suivantes en complétant avec l'entier approprié :

a. $\frac{35}{28}=\frac{\ }{4}$ b. $\frac{36}{48}=\frac{3}{\ }$ c. $2=\frac{6}{\ }$

E.14 Recopier et compléter par le nombre adéquat réalisant l'égalité des quotients :

a. $\frac{1{,}5}{12}=\frac{\ }{120}$ b. $\frac{32}{\ }=\frac{3{,}2}{15}$ c. $\frac{124}{15}=\frac{1{,}24}{\ }$

4. *Réduction de fractions : utilisation du plus grand diviseur commun*

E.15

Définition : une fraction est dite **réduite** si son numérateur et dénominateur n'ont que l'entier 1 pour diviseur commun

Exemple :
- diviseur de 18 : 1, 2, 3, 6, 9, 18 ;
- diviseur de 27 : 1, 3, 9, 27.

En simplifiant par le plus grand diviseur commun au numérateur et dénominateur, la fraction sera réduite :
$\frac{18}{27}=\frac{18\div9}{27\div9}=\frac{2}{3}$

1. a. Donner l'ensemble des diviseurs de 12.
   b. Donner l'ensemble des diviseurs de 16.
   c. Donner tous les diviseurs communs à 12 et 16.
2. Réduire la fraction $\frac{16}{12}$.

E.16

1. À quelle table de multiplication, autre que celle de 1, appartiennent à la fois 15 et 24?
2. Donner l'expression réduite de la fraction $\frac{15}{24}$.

E.17

1. À quelle table de multiplication, autre que celle de 1, appartiennent à la fois 13 et 39?
2. Donner l'expression réduite de la fraction $\frac{13}{39}$.

E.18

1. À quelle table de multiplication, autre que celle de 1, appartiennent à la fois 12 et 28?
2. Donner l'expression réduite de la fraction $\frac{28}{12}$.

E.19 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

a. $\frac{4}{12}$ b. $\frac{12}{14}$ c. $\frac{24}{56}$

Indication : le facteur commun du numérateur et dénominateur est à chercher parmi 2, 4 ou 8.

E.20 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

a. $\frac{12}{15}$ b. $\frac{15}{36}$ c. $\frac{14}{35}$

Indication : le facteur commun du numérateur et dénominateur est à chercher parmi 3, 7 ou 9.

E.21 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

a. $\frac{15}{20}$ b. $\frac{18}{12}$ c. $\frac{16}{24}$

E.22 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

a. $\frac{20}{12}$ b. $\frac{16}{40}$ c. $\frac{38}{20}$

CC BY-NC

E.23 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

(a) $\frac{42}{27}$ (b) $\frac{35}{49}$ (c) $\frac{27}{36}$

E.24 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

(a) $\frac{27}{36}$ (b) $\frac{36}{30}$ (c) $\frac{30}{54}$ (d) $\frac{30}{120}$

E.25 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire les fractions suivantes :

(a) $\frac{9}{12}$ (b) $\frac{55}{33}$ (c) $\frac{16}{36}$ (d) $\frac{25}{45}$

5. *Réduction de fractions : en plusieurs étapes*

E.26

Méthode : pour simplifier au maximum une fraction, il est parfois obligé de simplifier plusieurs fois par un facteur commun au numérateur et au dénominateur comme présenté ci-dessous :

$$\frac{96}{36} \underset{\div 2}{\overset{\div 2}{=}} \frac{48}{18} \underset{\div 2}{\overset{\div 2}{=}} \frac{24}{9} \underset{\div 3}{\overset{\div 3}{=}} \frac{8}{3}$$

Compléter les schémas ci-dessous afin d'obtenir à la fin une fraction simplifiée *(vous n'êtes pas obligé d'utiliser toutes les étapes proposées)* :

(1) $\frac{60}{20} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{=}} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{___}} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{=}} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{___}} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{=}} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{___}}$

(2) $\frac{18}{42} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{=}} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{=}} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{=}}$

E.27 Compléter les schémas ci-dessous afin d'obtenir à la fin une fraction simplifiée *(vous n'êtes pas obligé d'utiliser toutes les étapes proposées)* :

(1) $\frac{60}{36} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{=}} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{=}} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{=}}$

(2) $\frac{48}{60} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{=}} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{=}} \underset{\div\ldots}{\overset{\div\ldots}{=}}$

E.28 En laissant des étapes de vos conduites de calculs, réduire au maximum les fractions ci-dessous :

(a) $\frac{42}{63}$ (b) $\frac{120}{180}$ (c) $\frac{18}{168}$

E.29 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire au maximum les fractions suivantes :

(a) $\frac{100}{80}$ (b) $\frac{70}{14}$ (c) $\frac{66}{110}$

E.30 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire au maximum les fractions suivantes :

(a) $\frac{840}{560}$ (b) $\frac{120}{64}$ (c) $\frac{390}{546}$

E.31 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire au maximum les fractions suivantes :

(a) $\frac{350}{1\,400}$ (b) $\frac{525}{210}$ (c) $\frac{168}{126}$

E.32 En laissant les étapes de votre conduite de calculs, réduire au maximum les fractions suivantes :

(a) $\frac{84}{126}$ (b) $\frac{120}{168}$ (c) $\frac{210}{315}$

6. *Quotient vers fractions simplifiées*

E.33 Donner l'écriture des quotients ci-dessous sous la forme d'une fraction simplifiée :

(a) $\frac{6{,}1}{0{,}05}$ (b) $\frac{17}{0{,}7}$ (c) $\frac{13{,}2}{0{,}5}$

E.34 Donner l'écriture de chacun des quotients ci-dessous sous la forme d'une fraction simplifiée :

(a) $\frac{22}{0{,}1}$ (b) $\frac{2{,}1}{0{,}9}$ (c) $\frac{44}{0{,}12}$

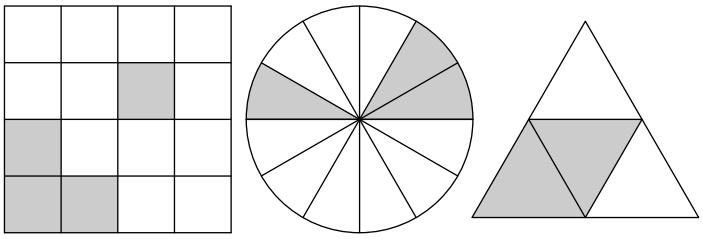
E.35 Donner l'écriture de chacun des quotients ci-dessous sous la forme d'une fraction simplifiée :

(a) $\frac{0{,}3}{12}$ (b) $\frac{0{,}02}{0{,}3}$ (c) $\frac{0{,}9}{3{,}3}$

CC BY-NC

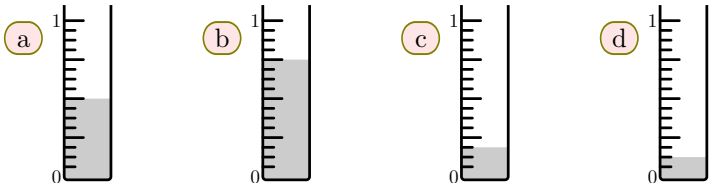
7. Problèmes autour des simplifications

E.36 Ci-dessous, trois figures ont été partagées de manière équitable. Donner, sous forme simplifiée, la fraction représentant la partie grisée relativement à la figure totale :

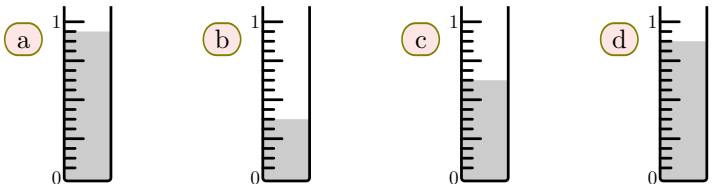


(Présenter les simplifications utilisées)

E.37 Les éprouvettes ci-dessous sont conçues pour contenir une dose d'un médicament. Indiquer, à l'aide d'une fraction simplifiée, la quantité du médicament contenue dans chacune de ces éprouvettes :



E.38 Les éprouvettes ci-dessous sont conçues pour contenir une dose d'un médicament. Indiquer, à l'aide d'une fraction simplifiée, la quantité du médicament contenue dans chacune de ces éprouvettes :



8. Comparaisons de fractions avec même dénominateur ou même numérateur

E.39

1. a) Deux gâteaux identiques $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont découpés équitablement : le gâteau $\mathcal{A}$ en 5 parts et le gâteau $\mathcal{B}$ en 7 parts.
   Quel est le gâteau qui a les parts les plus grandes?
   b) Comparer les fractions avec les symboles $<$ ou $>$:
   $\frac{1}{5} \cdots \frac{1}{7}$
2. a) On a deux sachets de bonbons $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$.
   Le sachet $\mathcal{A}$ contient 40 bonbons rouges et le sachet $\mathcal{B}$ contient 60 bonbons bleus.
   On partage équitablement les deux sachets entre 5 personnes. Quelle est la couleur la plus représentée dans chaque part?
   b) Comparer les fractions avec les symboles $<$ ou $>$:
   $\frac{40}{5} \cdots \frac{60}{5}$

E.40 Comparer les fractions suivantes à l'aide des symboles $>$ ou $<$:

a) $\frac{3}{6} \cdots \frac{5}{6}$ b) $\frac{12}{5} \cdots \frac{12}{3}$ c) $\frac{16}{4} \cdots \frac{20}{4}$

d) $\frac{8}{6} \cdots \frac{8}{10}$ e) $\frac{11}{5} \cdots \frac{15}{5}$ f) $\frac{3}{8} \cdots \frac{3}{12}$

9. Comparaison de fractions et égalité de fonctions

E.41 Recopier puis compléter les pointillés pour comparer les fractions suivantes. Justifier.

a) $\frac{5}{3} \cdots \frac{10}{8}$ b) $\frac{12}{11} \cdots 1$ c) $\frac{56}{24} \cdots \frac{7}{5}$

E.42

1. Compléter les pointillés afin d'obtenir deux encadrements à l'unité près :

$$\ldots < \frac{54}{5} < \ldots \quad ; \quad \ldots < \frac{19}{2} < \ldots.$$

2. Comparer les quotients : $\frac{54}{5}$ et $\frac{19}{2}$

E.43 Pour chaque question compléter les pointillés par le signe de comparaison adéquat :

a) $\frac{58}{13} \cdots 5$ b) $\frac{12}{7} \cdots 1$ c) $\frac{0}{3} \cdots \frac{7}{2}$

10. Prendre une fraction de ...

E.44 Traduire chacune des questions ci-dessous par une multiplication de nombres décimaux, puis donner la valeur de la part considérée :

a) La moitié de 14 min.

b) Les trois quarts de 63 kg.

c) Les deux cinquièmes de 34 €.

d) Les sept dixièmes de 51 €.

 CC BY-NC

11. *Fractions et opérateurs*

E.45 Pour chaque question, les trois opérations proposées ont la même valeur.

Pour chaque question, laquelle vous semble la plus facile à calculer?

1 a $6\times\frac{5}{3}$ b $\frac{6\times5}{3}$ c $\frac{6}{3}\times5$

2 a $\frac{56}{7}\times3$ b $\frac{56\times3}{7}$ c $56\times\frac{3}{7}$

3 a $\frac{3}{18}\times12$ b $\frac{3\times12}{18}$ c $3\times\frac{12}{18}$

E.46 Effectuer les calculs ci-dessous en laissant vos étapes de calculs :

a $\frac{18}{3}\times7$ b $6\times\frac{3}{36}$ c $56\times\frac{5}{8}$

E.47 Effectuer les calculs ci-dessous en laissant vos étapes de calculs :

a $14\times\frac{5}{7}$ b $48\times\frac{3}{8}$ c $10\times\frac{3,6}{6}$

E.48 Effectuer les calculs ci-dessous en laissant vos étapes de calculs :

a $8\times\frac{3}{4}$ b $\frac{7}{21}\times3$ c $\frac{1,25}{5}\times4$

E.49 Effectuer les calculs ci-dessous en laissant vos étapes de calculs :

a $2\times\frac{12}{3}$ b $40\times\frac{20}{100}$ c $3\times\frac{15}{9}$

12. *Problèmes*

E.50 Lors d'une traversée du désert, un dromadaire perd $\frac{3}{10}$ de sa masse, essentiellement les réserves d'eau qu'il utilise.

Au départ de la traversée, un dromadaire pesé $700\,kg$, quel sera son poids à son arrivée?

E.51 Chez les orfèvres, l "*or à 24 carats*" représente l'or pur tandis que l "*or à 18 carats*" est un mélange ne contenant que $\frac{18}{24}$ d'or pur.

1 Simplifier au maximum la fraction $\frac{18}{24}$. Quelle part d'or pur contient un alliage "*en or de 18 carats*"?

2 Calculer la quantité d'or pur contenue dans un bijou "*en or de 18 carats*" pesant 100 grammes?

E.52 La superficie du globe est de $510\,101\,000\,km^2$. On sait que les mers et les océans recouvrent les $\frac{7}{10}$ du globe :

1 Quelle est la superficie recouverte par les mers et les océans?

2 Quelle est la superficie des terres émergées?

E.53 Un sondage a été réalisé auprès des 96 élèves de sixième d'un collège sur leur pratique de sports :

- $\frac{4}{12}$ des élèves pratiquent un sport hebdomadairement ;
- $\frac{1}{6}$ des élèves pratiquent plus d'un sport par semaine ;

Déterminer le nombre d'élèves :

1 pratiquant un seul sport par semaine ;

2 pratiquant plus d'un sport par semaine ;

3 ne pratiquant aucun sport par semaine.

13. *Us-math : mixed fractions*

E.54

Avec les notations américaines : il y a deux façons de nommer les fractions :

- les "*proper fractions*" : si le numérateur est inférieur au numérateur comme $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{3}$
- les "*improper fractions*" : si le numérateur est supérieur au numérateur comme $\frac{7}{2}$, $\frac{11}{7}$

Pour les "*improper fractions*", la notation "*mixed fraction*" permet d'écrire ce nombre sous la forme d'un entier et d'une "*proper fractions*" :

$$\frac{7}{2}=\frac{6+1}{2}=\frac{6}{2}+\frac{1}{2}=3+\frac{1}{2}=3\frac{1}{2}$$

Écrire chacune des fractions sous la forme de "*mixed fractions*" où la "*proper fractions*" est donnée sous sa forme simplifiée.

a $\frac{30}{9}$ b $3\frac{3}{12}$ c $5\frac{17}{15}$ d $1\frac{22}{12}$ e $3\frac{1}{3}$

E.55 Comparer les fractions suivantes :

a $\frac{43}{12}$ et $3\frac{5}{12}$ a $7\frac{5}{7}$ et $7\frac{2}{7}$ a $3\frac{2}{5}$ et $\frac{28}{3}$

E.56 Comparer les fractions suivantes :

a $3\frac{2}{7}$ et $3\frac{5}{7}$ b $2\frac{3}{7}$ et $2\frac{3}{8}$ c $4\frac{3}{4}$ et $4\frac{7}{12}$

 CC BY-NC

14. *Us-math : GCF*

E.57

Avec les notations américaines : le "*greatest common factor*" *(GCF)* de deux entiers est le plus grand diviseur commun. Par exemple, :

- les diviseurs de 18 sont : 1, 2, 3, 6, 9 et 18.
- les diviseurs de 24 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24.

Ainsi, le GCF de 18 et 24 est 6.

Pour chacune des questions, compléter les pointillés :

1 $\frac{9}{51} = \frac{9 \div \dots}{51 \div \dots} = \frac{\dots}{\dots}$ GCF

2 $\frac{72}{15} = \frac{72 \div \dots}{15 \div \dots} = \frac{\dots}{\dots}$ GCF

3 $\frac{56}{12} = \frac{56 \div \dots}{12 \div \dots} = \frac{\dots}{\dots}$ GCF

4 $\frac{15}{80} = \frac{15 \div \dots}{80 \div \dots} = \frac{\dots}{\dots}$ GCF

15. *Exercices non-classés*

E.58 Écrire chacun des nombres décimaux ci-dessous sous la forme d'une fraction simplifiée :

(a) 0,54 (b) 0,08 (c) 0,125

E.59 Compléter les trous par la fraction *simplifiée* adéquate :

(a) $12 \times \square = 3$ (b) $25 \times \square = 15$ (c) $9 \times \square = 21$

(d) $3 \times \square = 7$ (e) $10 \times \square = 4$ (f) $22 \times \square = 55$

CC BY-NC