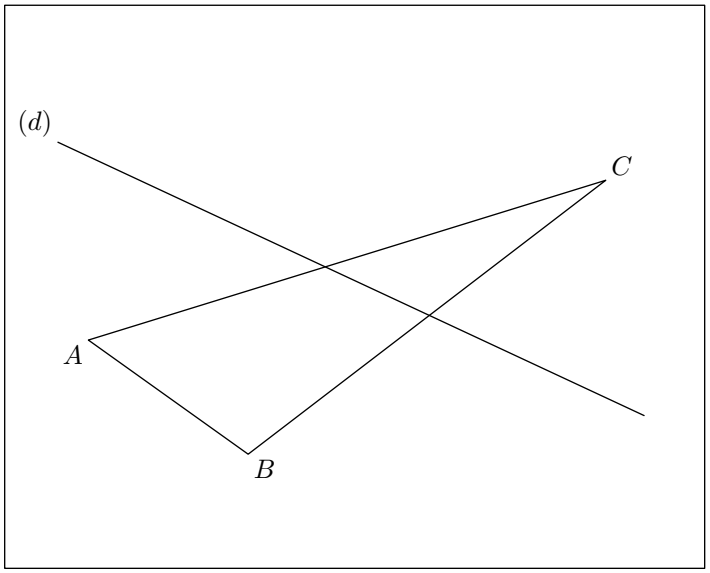
Cinquième / Symétrie axiale et centrale

1. Symétrie axiale : rappels

E.1 On considère dans le cadre ci-dessous le triangle ABC et la droite (d').



1 Placer dans le cadre ci-dessus les points suivants :

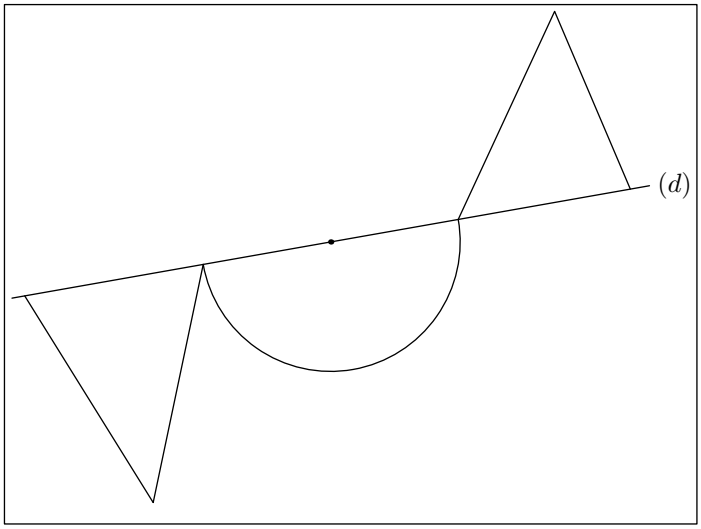
a Le point A' image du point A par la symétrie d'axe (d).

b Le point B' image du point B par la symétrie d'axe (d).

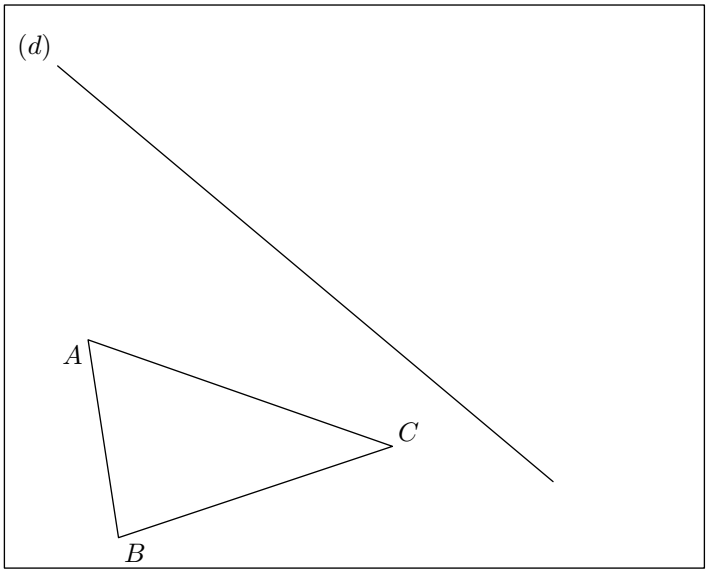
c Le point C' tel que C et C' soient symétriques par rapport à la droite (d).

2 Tracer le triangle $A'B'C'$.

E.2 Compléter la figure ci-dessous afin que celle-ci admette la droite (d) pour axe de symétrie :

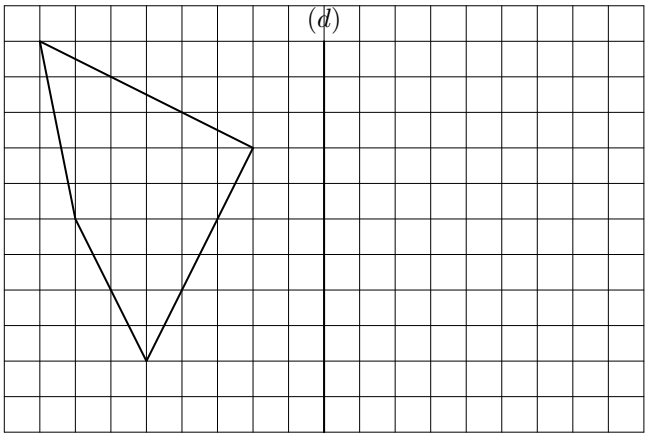


E.3 On considère dans le cadre ci-dessous le triangle ABC et la droite (d).

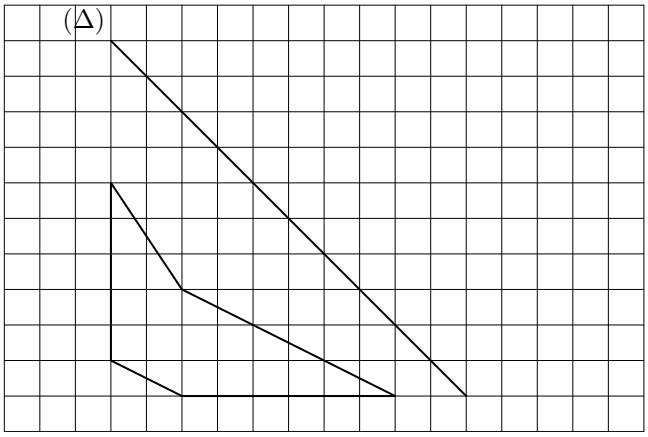


Tracer l'image du triangle ABC par la symétrie d'axe (d).

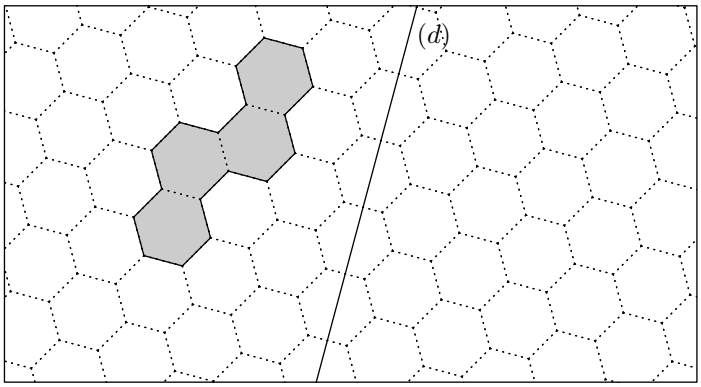
E.4 Effectuer le symétrique des deux polygones ci-dessous relativement à chacun de leurs axes.



E.5 Effectuer le symétrique des deux polygones ci-dessous relativement à chacun de leurs axes.



E.6 Ci-dessous est représenté un polygone grisé :



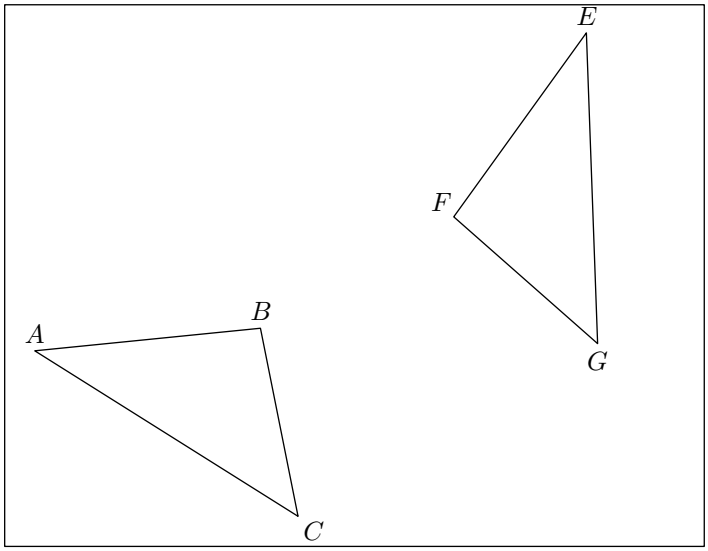
Construire l'image de ce polygone par la symétrie d'axe (d).

E.7

Rappel : on appelle médiatrice d'un segment $[AB]$ l'unique droite (d) vérifiant les deux propriétés suivantes :

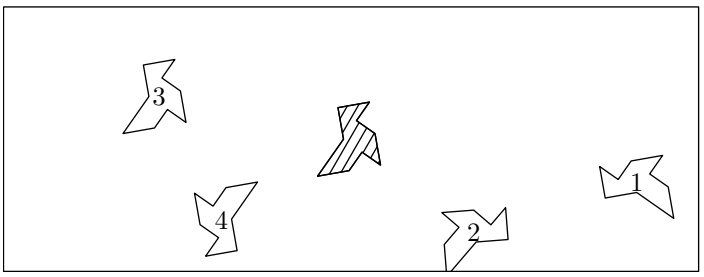
- la droite (d) passe par le milieu du segment $[AB]$.
- la droite (d) est perpendiculaire à la droite (AB).

On considère la figure ci-dessous représentant deux triangles :



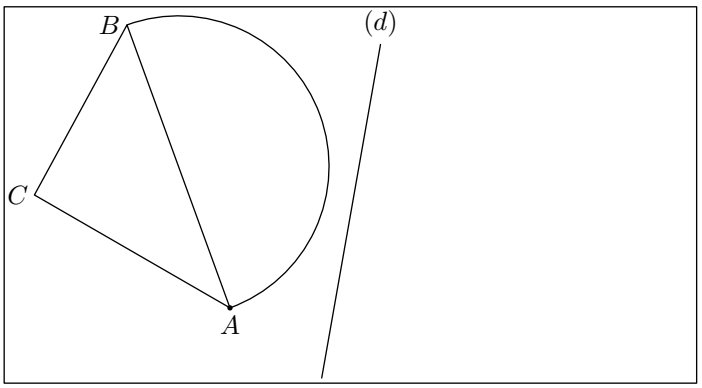
1. Tracer la médiatrice (d) du segment $[AE]$ à l'aide de la règle graduée et l'équerre.
2. Vérifier que la droite (d) est également la médiatrice du segment $[BF]$.
3. Que reste-t-il à vérifier pour affirmer que le triangle EFG est l'image du triangle ABC par la symétrie d'axe (d)?

E.8 On considère les 5 canards ci-dessous :



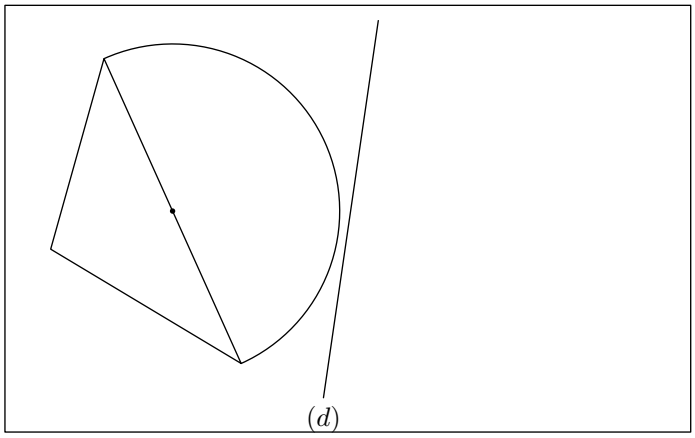
Quel est le canard qui est l'image du canard hachuré par une symétrie axiale?

E.9 On considère de la droite (d) et de la figure ci-dessous composée du triangle ABC, du demi-cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$ et :



Tracer l'image de la figure par la symétrie d'axe (d).

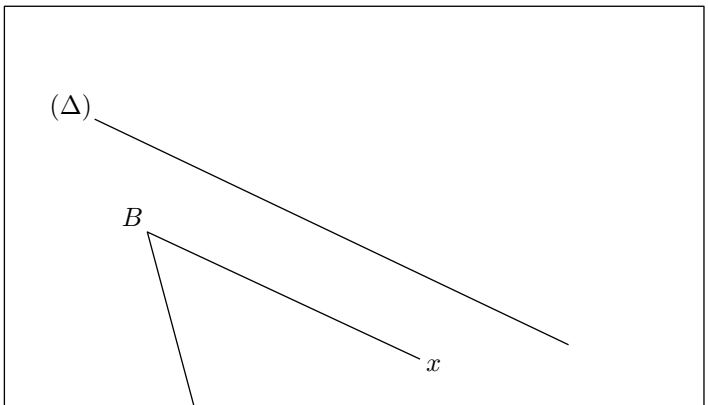
E.10 On considère ci-dessous la droite (d) et une figure composée un triangle et un demi-cercle dont un des diamètres est un côté du triangle :



Tracer le symétrique de la figure par rapport à l'axe (d).

2. *Symétrie axiale : symétrique d'une droite*

E.11 Ci-dessous sont représentés trois droites (d), (d') et (Δ).

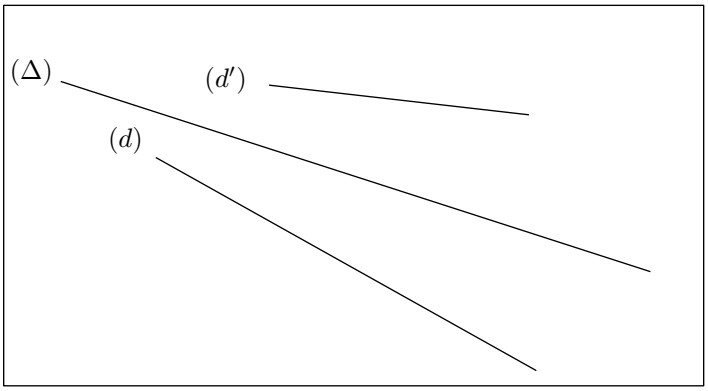


(Vos traits de construction ne doivent pas dépasser le cadre proposé.)

1 Tracer l'image de l'angle $\widehat{xBy}$ par la symétrie d'axe (Δ).

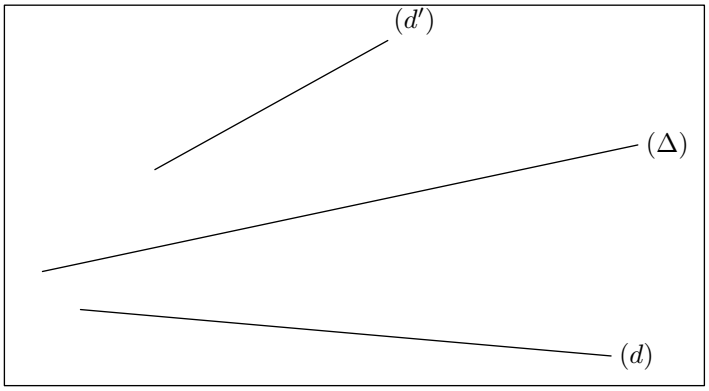
2 Donner les mesures de l'angle $\widehat{xBy}$ et de son image.

E.12 Ci-dessous sont représentés trois droites (d), (d') et (Δ).



À l'aide de tracés de votre choix, justifier que la droite (d) admet pour image la droite (d') par la symétrie axiale d'axe (Δ).

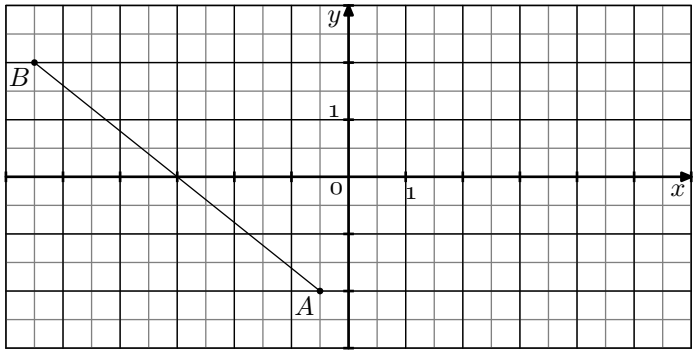
E.13 Ci-dessous, sont représentées trois droites (d), (d') et (Δ) :



La droite (d) est-elle la symétrique de la droite (d') par rapport à la droite (Δ)? Justifier votre réponse.

3. *Symétrie axiale et repère*

E.14 Dans le plan muni d'un repère :

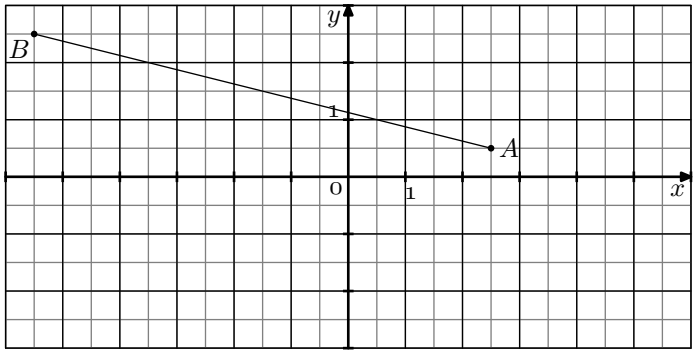


1 Donner les coordonnées des points A et B.

2 a Placer les points A' et B' images des points A et B par la symétrie d'axe des ordonnées. On tracera aussi le segment $[A'B']$.

b Donner les coordonnées des points A' et B'.

E.15 Dans le plan muni d'un repère :

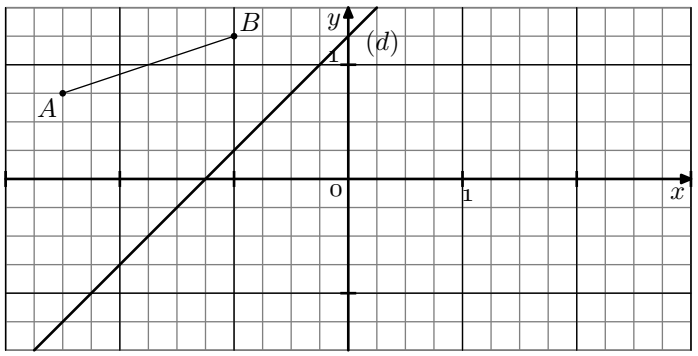


1 Donner les coordonnées des points A et B.

2 a Placer les points A' et B' symétrique par rapport à l'axe des abscisses respectivement des points A et b. On tracera également le segment $[A'B']$.

b Donner les coordonnées des points A' et B'.

E.16 Dans le plan muni d'un repère :

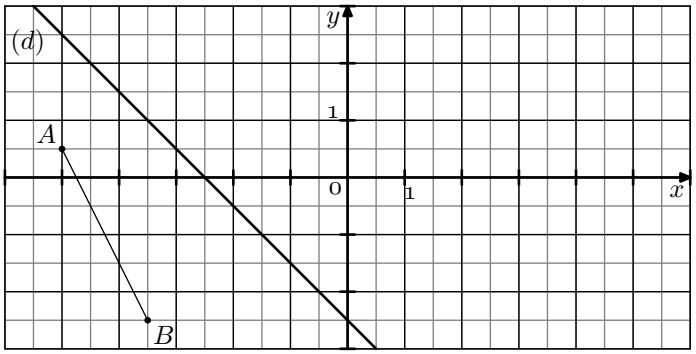


1 Donner les coordonnées des points A et B.

2 a Placer les points A' et B' images des extrémités du segment $[AB]$ par la symétrie d'axe (d).

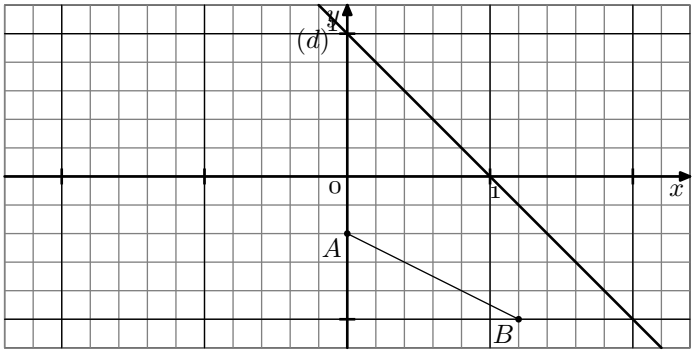
b Donner les coordonnées des points A' et B'.

E.17 Dans le repère ci-dessous, on considère la droite (d) et le segment $[AB]$.



1. Tracer le segment $[A'B']$ image du segment $[AB]$ par la droite (d).
2. Donner les coordonnées des points A' et B'

E.18 Dans le repère ci-dessous, on considère la droite (d) et le segment $[AB]$.



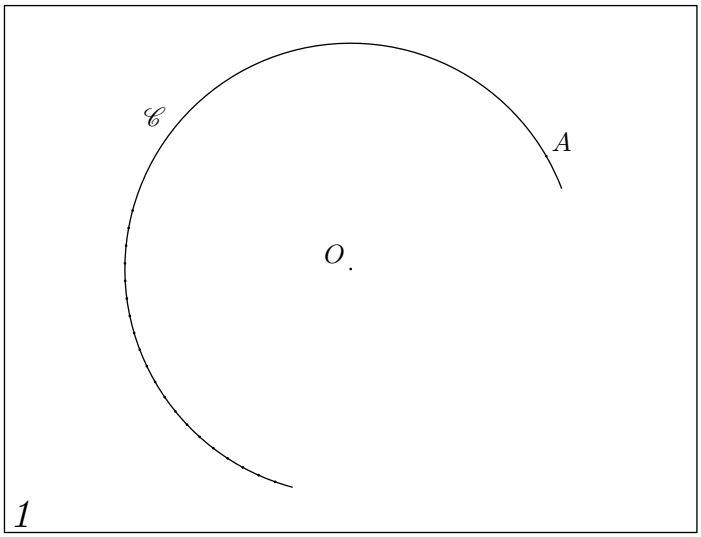
1. Tracer le segment $[A'B']$ image du segment $[AB]$ par la droite (d).
2. Donner les coordonnées des points A' et B'

4. *Symetrique centrale : introduction*

E.19

Définition : on dit que le point A' est l'**image du point A par la symétrie de centre O**, si le point A' est obtenu par la rotation d'un demi-tour (180^o) du point A.

1. *Dans le cadre 1 :*
Ci-dessous est représenté les points A, O et le cercle $\mathscr{C}$ de centre O passant par le point A.

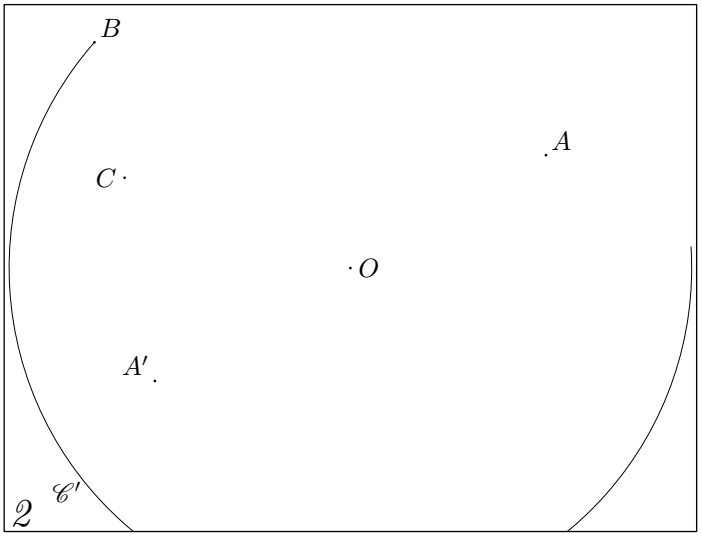


Notons A' l'image du point A par la symétrie de centre O.

Que représente le segment $[AA']$ pour le cercle $\mathscr{C}$? Placer le point A'.

2. *Dans le cadre 2 :*

Ci-dessous sont représentés les cinq points A, A', B, C, O et le cercle $\mathscr{C}'$ de centre O passant par le point B.



a. Que doit-on tracer pour justifier que le point A' est l'image du point A par la symétrie de centre O?

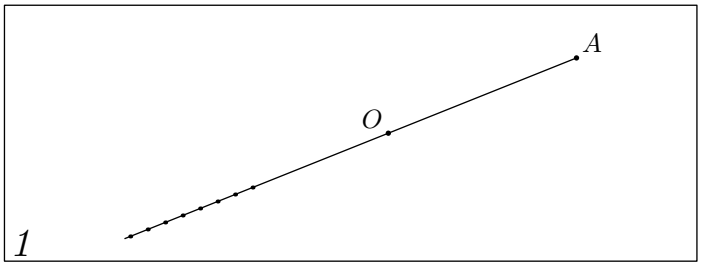
b. Placer sur le cercle $\mathscr{C}'$ le point B' image du point B par la symétrie de centre O.

c. Tracer les triangles ABC et son image $A'B'C'$ par la symétrie du centre O.

E.20

1 *Dans le cadre 1 :*

On considère ci-dessous les deux points A et O ainsi que la demi-droite $[AO)$:



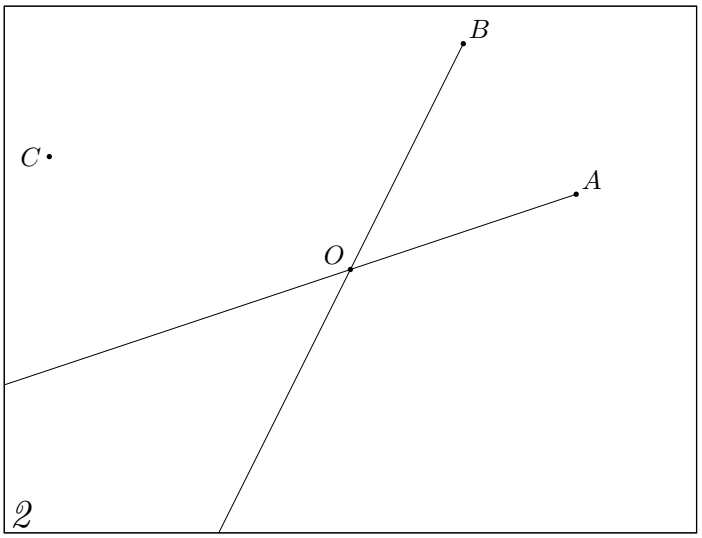
On note A' l'image du point A par la symétrie de centre O.

a Plusieurs points ont été placés sur la demi-droite $[AO)$. À l'aide du compas, placer le point A' dans le plan.

b Que représente le point O pour le segment $[AA']$?

2 *Dans le cadre 2 :*

Dans le cadre ci-dessous, on considère les quatre points A, B, C, O et les deux demi-droites $[AO)$ et $[BO)$:



a À l'aide du compas, placer les points A' et B' images respectives des points A et B par la symétrie de centre O.

b Placer le point C' image du point C par la symétrie de centre O.

c Tracer le triangle ABC et son image $A'B'C'$ par la symétrie de centre O.

Proposition : soit A et O deux points du plan.
L'image A' du point A par la symétrie de centre O est l'unique point du plan tel que le point O est le milieu du segment $[AA']$.

Méthode : pour tracer le point A' image du point A par la symétrie de centre O :

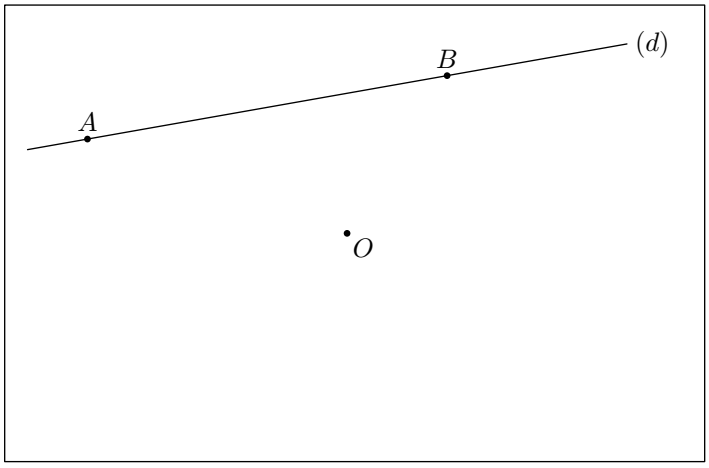
1 Tracer la demi-droite $[AO)$.

2 À l'aide du compas, placer le point A' tel que $AO = OA'$.

Remarque : O devient le milieu du segment $[AA']$.

5. *Symétrie centrale : symétrique de droites et demi-droites*

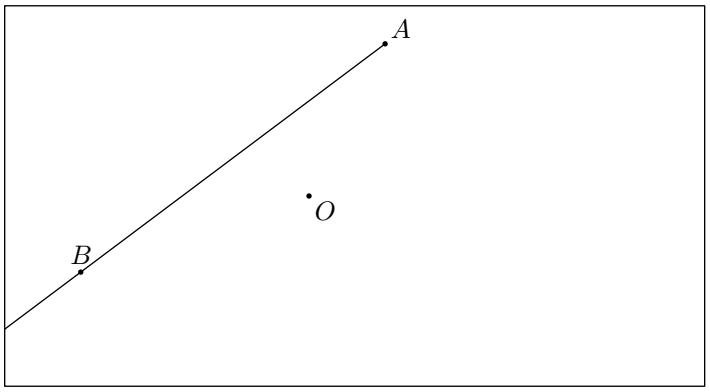
E.21 Ci-dessous sont représentés la droite (d), les points A et B appartenant à (d) et le point O :



1 Tracer les iamges des points A et B par la symétrie de centre O.

2 Tracer la droite (d') iamges de la droite (d) par la symétrie de centre O.

E.22 On considère la figure ci-dessous composée d'une demi-droite $[AB)$ et d'un point O du plan :

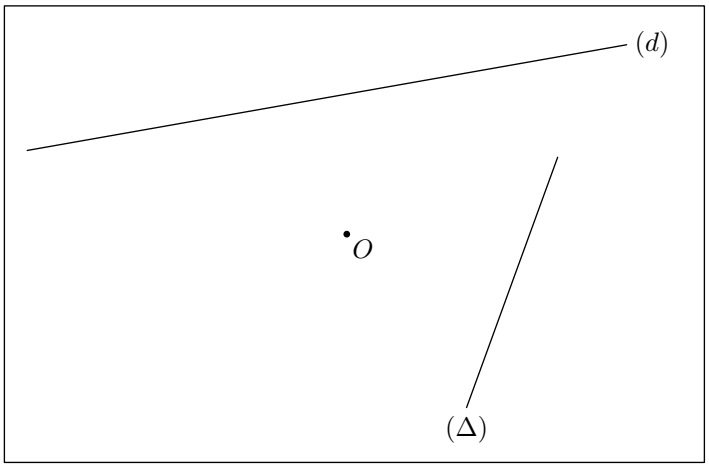


1 a Placer le point A' image du point A par la symétrie centrale de centre O.

b Placer le point B' image du point B par la symétrie centrale de centre O.

2 Tracer l'image de la demi-droite $[AB)$ par la symétrie centrale de centre O.

E.23 Ci-dessous sont représentés les deux droites (d) et (Δ) ainsi que le point O :

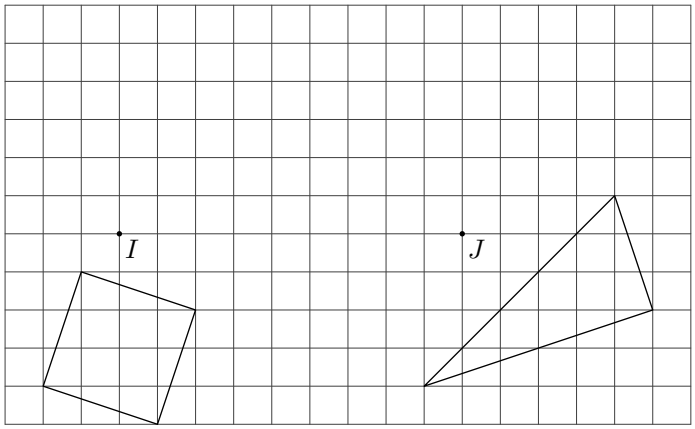


Tracer les droites (d') et (Δ') images respectivement des droites (d) et (Δ) par la symétrie de centre O.

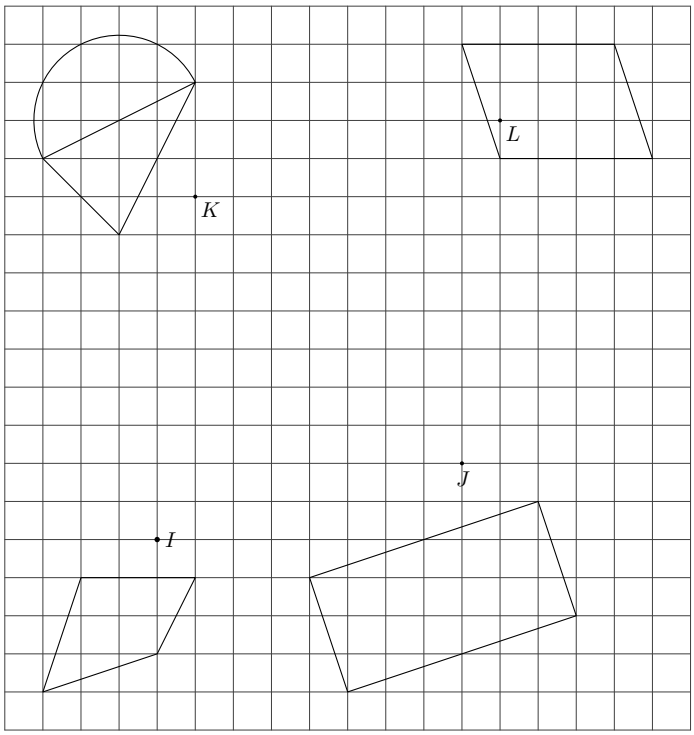
Indication : on pourra utiliser le point d'intersection des droites (d) et (Δ).

6. *Symétrie centrale et quadrillage*

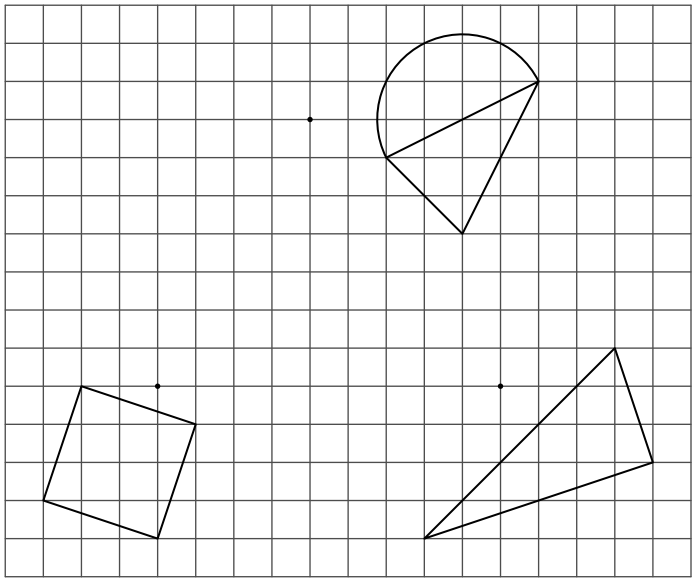
E.24 Tracer les images de ces deux figures par les symétries centrales des points proches de chacune de ces figures. Aidez-vous du quadrillage.



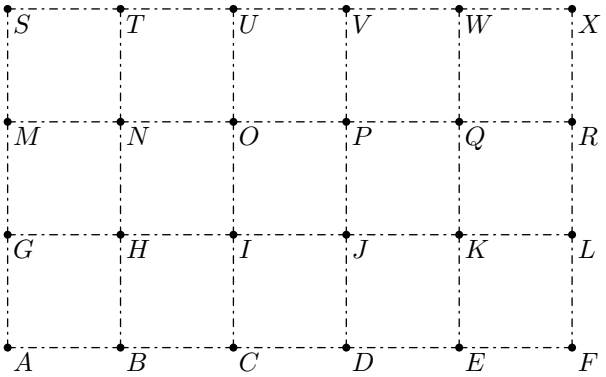
E.25 Tracer les images des figures par rapport aux symétries centrales des centres présents pour chaque figure :



E.26 En vous aidant du quadrillage, tracer l'image de ces trois figures par les symétrie centrales dont les centres sont situés à côté de chacune de ces figures :



E.27 La figure ci-dessous est composée de 15 carrés juxtaposés les uns contre les autres :



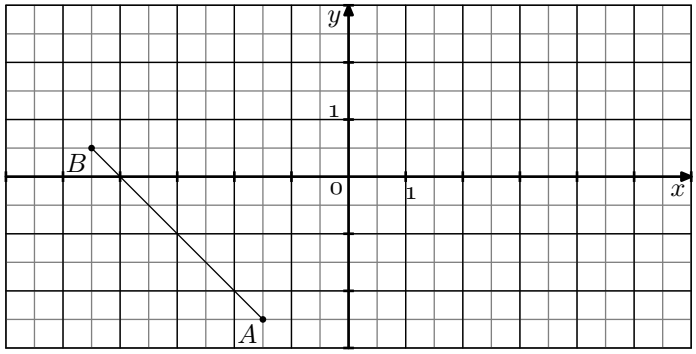
On effectue le programme de déplacements suivant :

- On part du point E.
- On se déplace par la symétrie de centre I.
- Puis, suivant la symétrie d'axe (UI).
- Puis, suivant la symétrie de centre J.
- Puis, suivant la symétrie d'axe (AV).

Sans justification, donner le point d'arrivée après avoir effectué ce programme de déplacements.

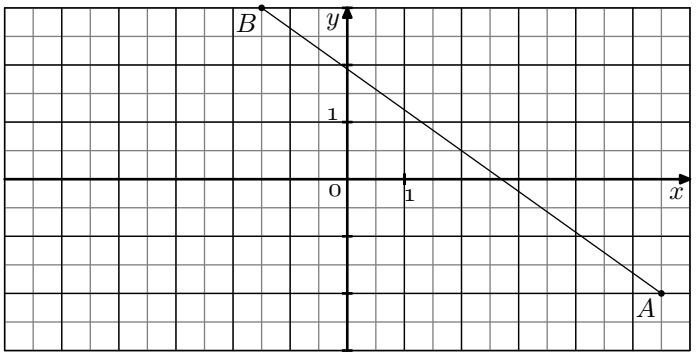
7. *Symétrie centrale et repère*

E.28 Dans le plan muni d'un repère :



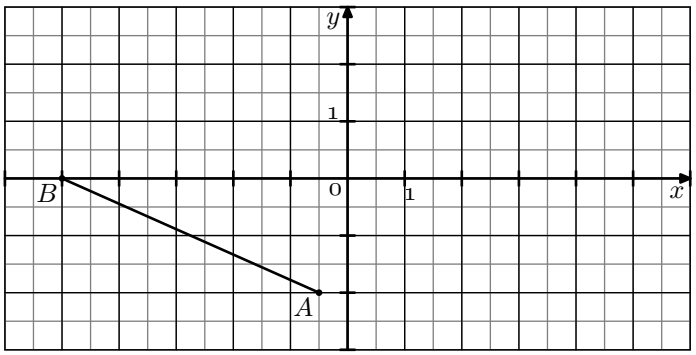
1. Donner les coordonnées des points A et B.
2. a. Tracer le segment $[A'B']$ image du segment $[AB]$ par la symétrie de centre $O(0\,;0)$.
   b. Donner les coordonnées des points A' et B'.

E.29 Dans le plan muni d'un repère :



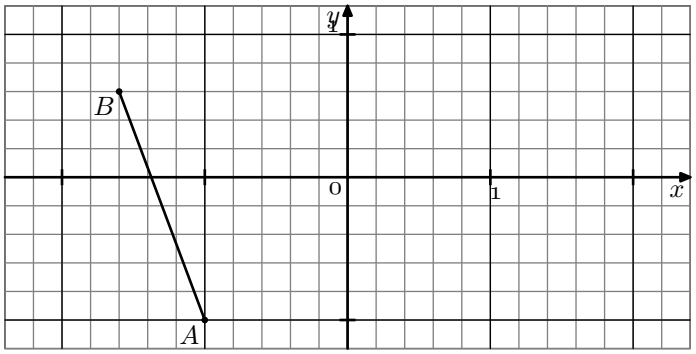
1. Donner les coordonnées des points A et B.
2. a. Tracer le segment $[A'B']$ image du segment $[AB]$ par rapport à la symétrie de centre $O(0\,;0)$.
   b. Donner les coordonnées des points A' et B'.

E.30 Dans le plan muni d'un repère, on considère le segment $[AB]$ représenté ci-dessous :



1. Donner les coordonnées des points A et B.
2. a. Tracer l'image du segment $[AB]$ par la symétrie de centre $O(0\,;0)$.
   b. Donner les coordonnées des points A' et B'.

E.31 Dans le plan muni d'un repère, on considère le segment $[AB]$ représenté ci-dessous :

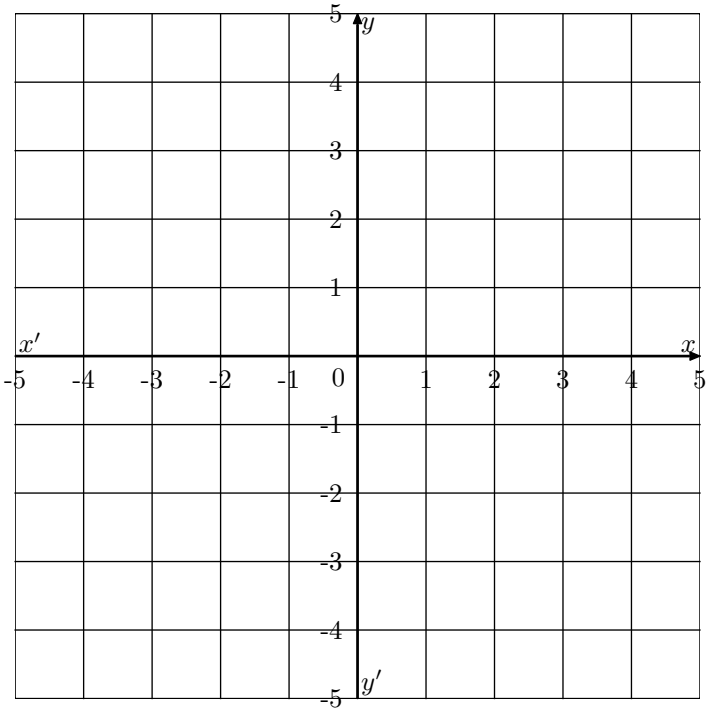


1. Donner les coordonnées des points A et B.
2. a. Tracer le segment $[A'B']$ image du segment $[AB]$ par la symétrie de centre $O(0\,;0)$.
   b. Donner les coordonnées des points A' et B'.

E.32

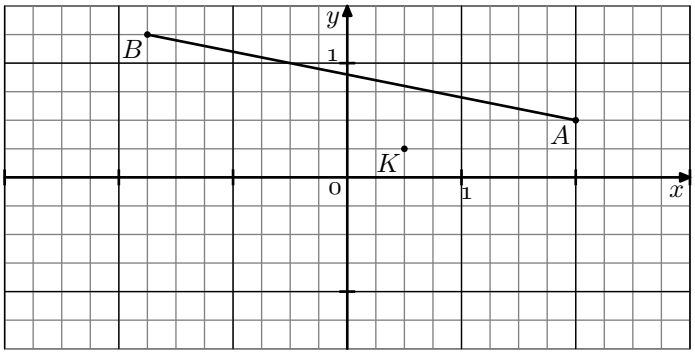
1. Placer dans le repère ci-dessous les points suivants :
   $A(2\,;1)$; $B(4\,;3)$; $C(-1\,;4)$

   Tracer le triangle ABC en bleu.



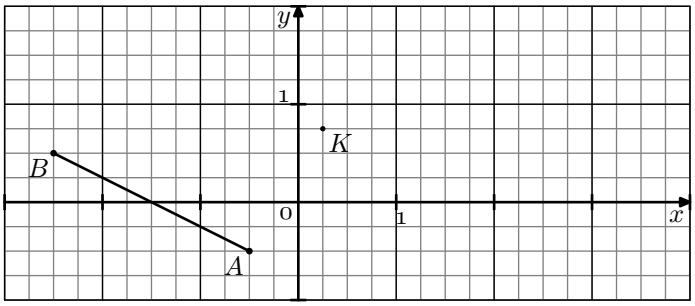
2. a. Tracer le symétrique A' du point A relativement à la droite (xx').
   Quelles sont les coordonnées du point A'?.
   b. Tracer, en rouge, le symétrique du triangle ABC par rapport à (xx').
3. a. Tracer le symétrique A'' du point A par rapport à l'origine du repère.
   Quelles sont les coordonnées du point A''?.
   b. Tracer, en vert, le symétrique du triangle ABC par rapport à l'origine du repère.

E.33 Dans le repère ci-dessous, on considère le segment $[AB]$ et le point O.



1. Donner les coordonnées des trois points A, B, K.
2. a. Tracer $[A'B']$ l'image du segment $[AB]$ par la symétrie de centre K.
   b. Donner les coordonnées des points A' et B'.

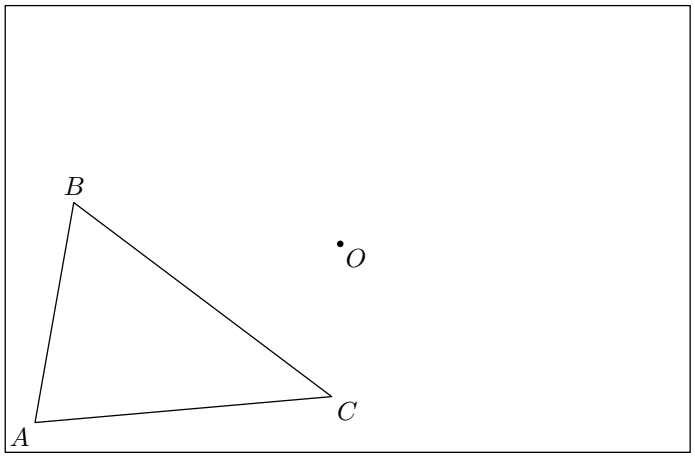
E.34 Dans le repère ci-dessous, on considère le segment $[AB]$ et le point O.



1. Donner les coordonnées des trois points A, B, K.
2. a. Tracer $[A'B']$ l'image du segment $[AB]$ par la symétrie de centre K.
   b. Donner les coordonnées des points A' et B'.

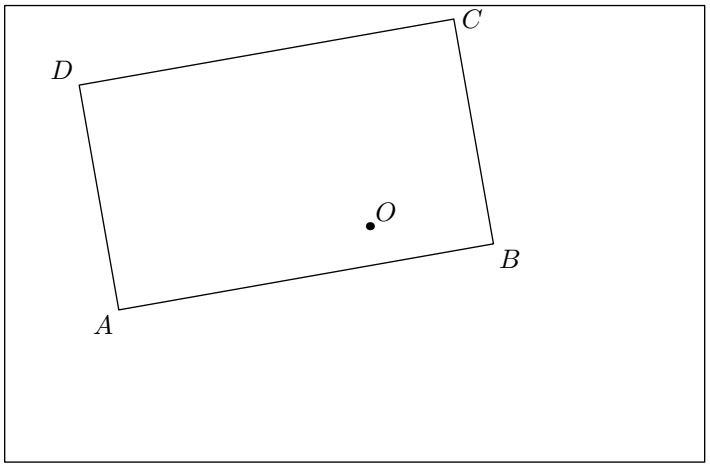
8. *Symetrique centrale et papier blanc*

E.35 Ci-dessous, sont représentés le triangle ABC et le point O.



Tracer le triangle $A'B'C'$ image du triangle ABC par la symétrie de centre O.

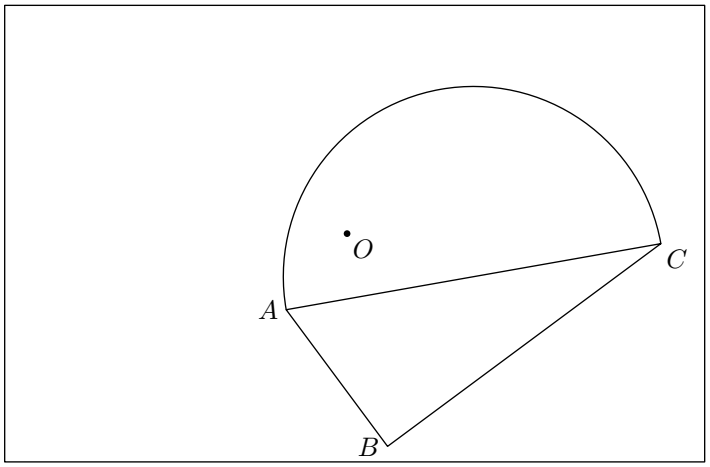
E.36 Tracer l'image du rectangle $ABCD$ par rapport à la symétrie de centre O :



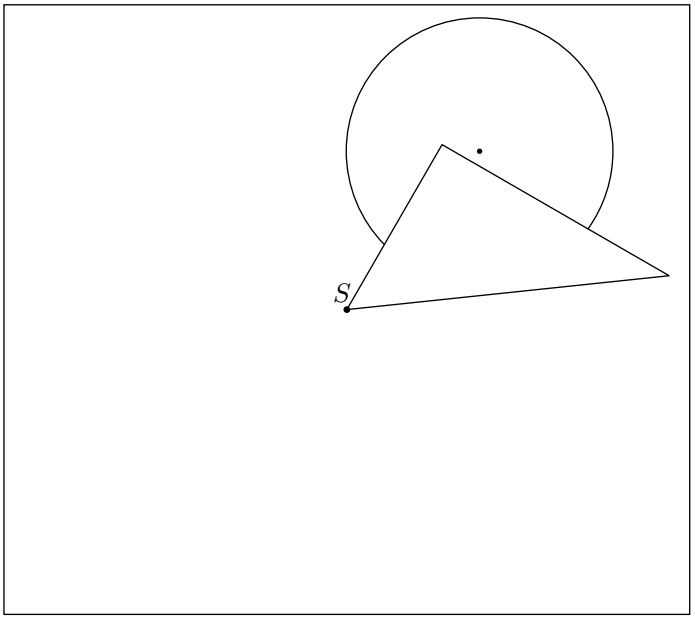
E.37

1. Tracer le triangle ABC tel que :
   $AB = 6\,cm$; $\widehat{CAB} = 40^o$; $AC = 4\,cm$
2. Placer un point O extérieur au triangle ABC ; tracer le symétrique du triangle ABC par rapport à O.

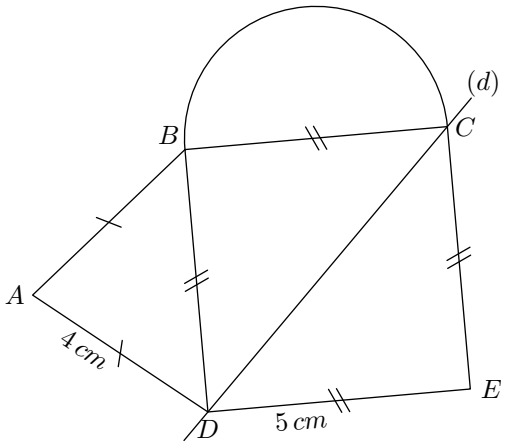
E.38 Tracer l'image de la figure ci-dessous par la symétrie de centre O :



E.39 Tracer l'image de la figure ci-dessous par la symétrie de centre S.

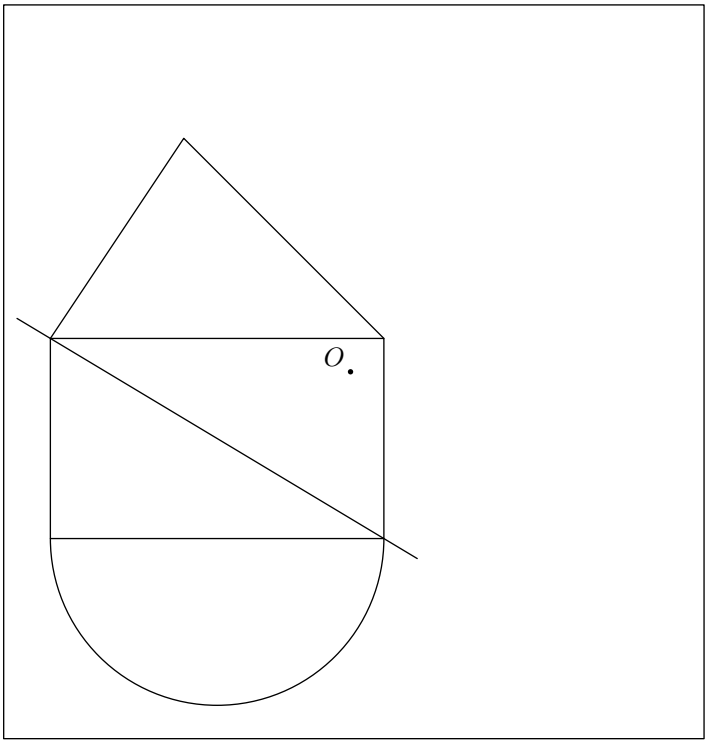


E.40 La figure ci-dessous est composée d'un carré, d'un triangle isocèle, d'un demi-cercle ayant pour diamètre un des côtés du carré et d'une droite (d) prolongeant une diagonale du carré :

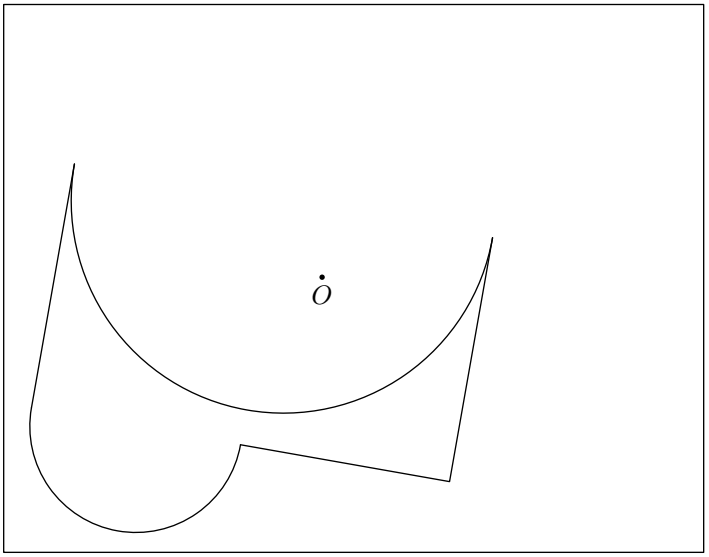


Reproduire cette figure, puis tracer l'image de cette figure par la symétrie de centre E.

E.41 Tracer l'image de la figure ci-dessous par la symétrie de centre O. *(laisser les traces de vos constructions)*



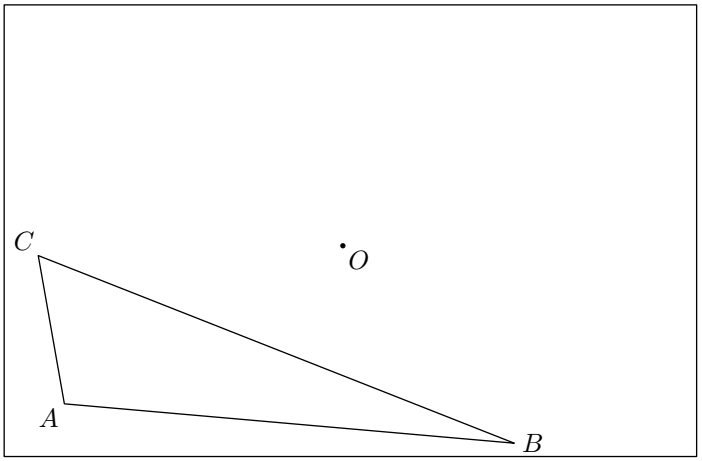
E.42 Sur la figure ci-dessous toutes les parties arrondies sont des demi-cercles, tracer l'image de cette figure par la symétrie de centre O :



E.43

1. Tracer le triangle ABC tel que :
   $AB = 6\,cm$; $\widehat{CAB} = 40^o$; $AC = 4\,cm$
2. Tracer à l'aide du compas et de la règle, le centre I du cercle circonscrit au triangle ABC.
3. Placer un point O extérieur au triangle ABC ; tracer l'image du triangle ABC par la symétrie de centre O.
4. Tracer le cercle circonscrit au triangle $A'B'C'$.

E.44 On considère le triangle ABC ci-dessous :



Construire le triangle $A'B'C'$ image du triangle ABC par la symétrie centrale de centre O.

9. *Symétrie centrale : propriétés*

E.45

1. Tracer le triangle ABC tel que :
   $AB = AC = 7\,cm$; $\widehat{BAC} = 115^o$
2. Construire le point A' image du point A par rapport à la symétrie d'axe (BC).
3. Construire le point B' image du point B par rapport à la symétrie de centre A.
4. Construire le point C' image du point C par rapport à la symétrie de centre A.
5. Que peut-on dire de la position relative des droites (BC) et $(B'C')$? Justifier.
6. Quelle est la nature du triangle $AB'C'$? Justifier votre réponse.
7. Tracer la hauteur du triangle ABC issue de B.

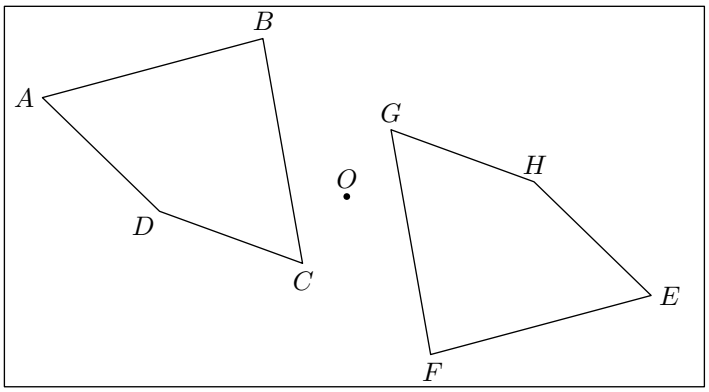
E.46

1. Tracer le triangle ABC tel que :
   $AB = 4cm$; $BC = 5cm$; $AC = 6cm$
2. Placer un point O tel que le segment $[AO]$ mesure les trois-quart de $[AC]$.
3. Tracer l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par rapport à la symétrie de centre O.
4. Que peut-on dire des segments $[AB]$ et $[A'B']$?

Question subsidiaire :

5. Justifier que le point C' est le milieu du segment $[AC]$.

E.47 On considère les deux quadrilatères $ABCD$ et $EFGH$ symétriques par rapport au point O :

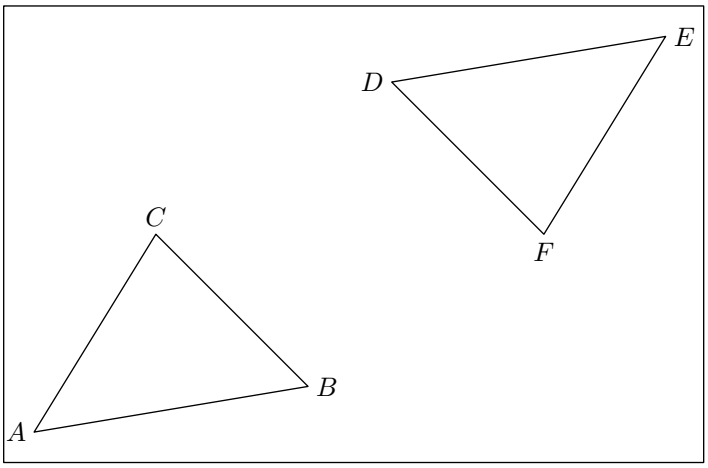


Recopier et compléter les phrases suivantes :

1. Les points A et ... sont deux points symétriques.
2. Le segment $[DC]$ admet le segment ... pour image.
3. Les segments $[AB]$ et ... ont la même ....
4. Les angles $\widehat{GFE}$ et $\widehat{ABC}$ ont la même ....
5. Les polygones $ABCD$ et $EFGH$ ont la même ....
6. Les droites (BD) et ... sont ....

10. *Symétrie centrale : recherche du centre de symétrie*

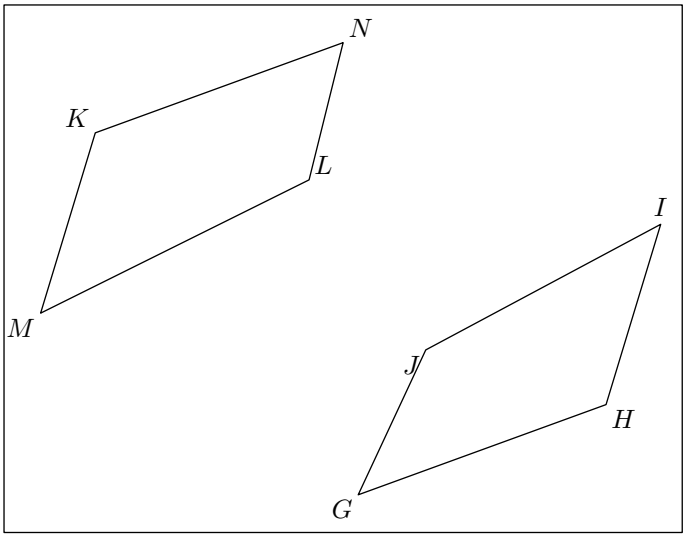
E.48 Le triangle DEF est l'image du triangle ABC par une symétrie centrale : le but de cette question est de retrouver le centre de cette symétrie :



1. Sachant que le triangle DEF est l'image du triangle ABC par une symétrie centrale, compléter les phrases suivantes :
   - L'image du point A est le point .....
   - L'image du point B est le point .....
   - L'image du point C est le point .....
2. Tracer les segments $[AE]$, $[BD]$ et $[CF]$.
   Que remarquez-vous?
3. Nommer O le point de concours de ces segments.
   Quelle propriété doit-on vérifier pour montrer que les points A et E sont l'image l'un de l'autre par la symétrie centrale du point O?
4. Vérifier également que les couples de points suivants admettent le point O pour centre de symétrie :
   B ; D et C ; E

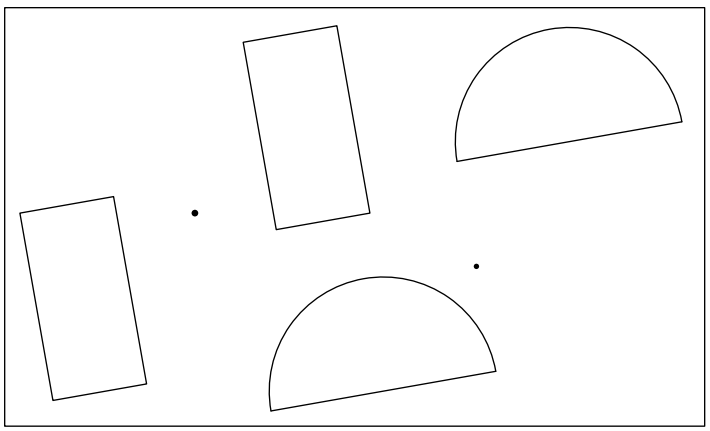
E.49 On considère la figure ci-dessous :

Dans cette question, nous allons montrer que le quadrilatère $KNLM$ ne peut pas être l'image du quadrilatère $IJGH$ par une symétrie centrale :

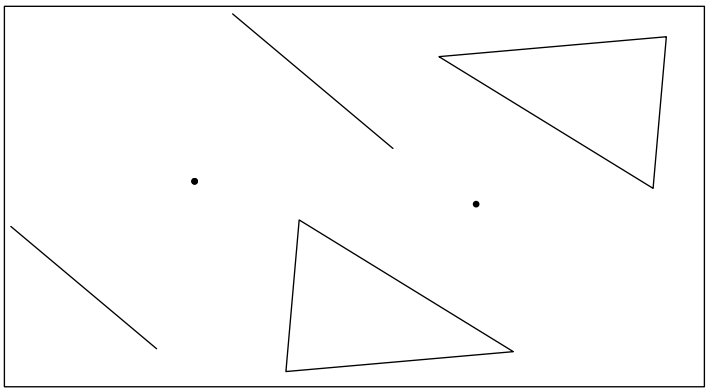


1. Si le quadrilatère $IJGH$ était l'image du quadrilatère $KNLM$ par une symétrie centrale, compléter les phrases :
   - L'image du point I est le point ……
   - L'image du point J est le point ……
   - L'image du point G est le point ……
   - L'image du point H est le point ……
2. Tracer chacun des segments reliant un point du quadrilatère $IJGH$ au point supposé symétrique.
3. Que remarquez-vous? Conclure.

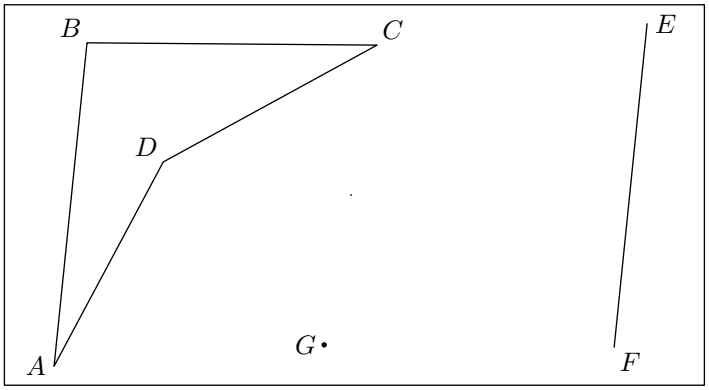
E.50 Dans chaque cas, déterminer si le point donné est centre de symétrie ou trouver le cas échéant :



E.51 Dans chaque cas, déterminer si le point donné est centre de symétrie ou trouver le cas échéant :

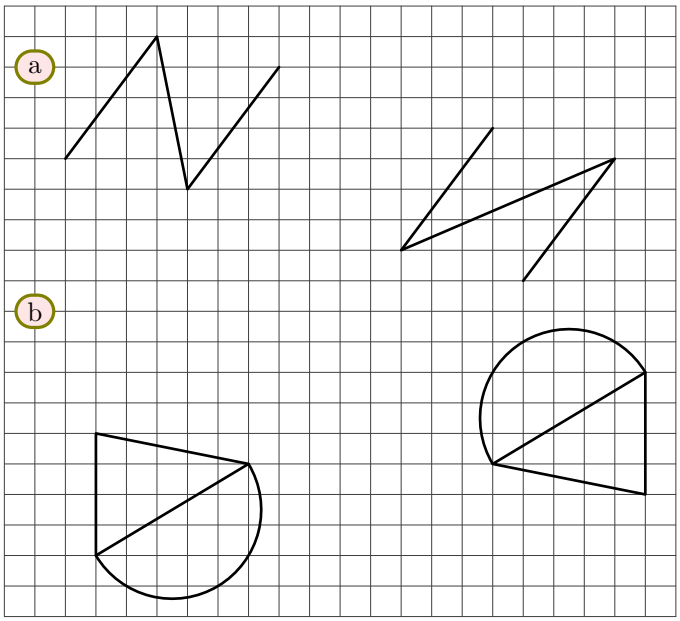


E.52 On considère ci-dessous le polygone $ABCD$, le segment $[EF]$ et le point G ci-dessous

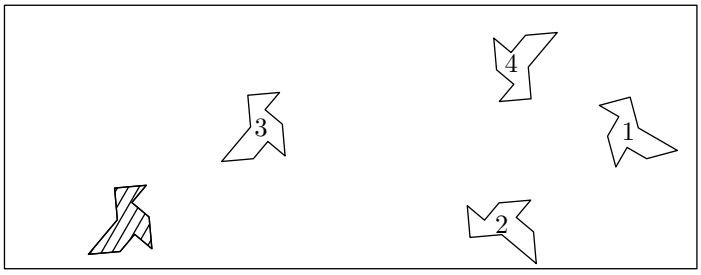


1. Justifier que les segments $[AB]$ et $[EF]$ sont images l'un de l'autre par une symétrie centrale. Placer le point O centre de cette symétrie.
2. Justifier que le point G est l'image du point C par la symétrie de centre O.
3. Tracer le polygone $EFGH$ image du polygone $ABCD$ par la symétrie de centre O.

E.53 Étudier les deux figures suivantes afin de déterminer ou non la présence d'un centre de symétrie :

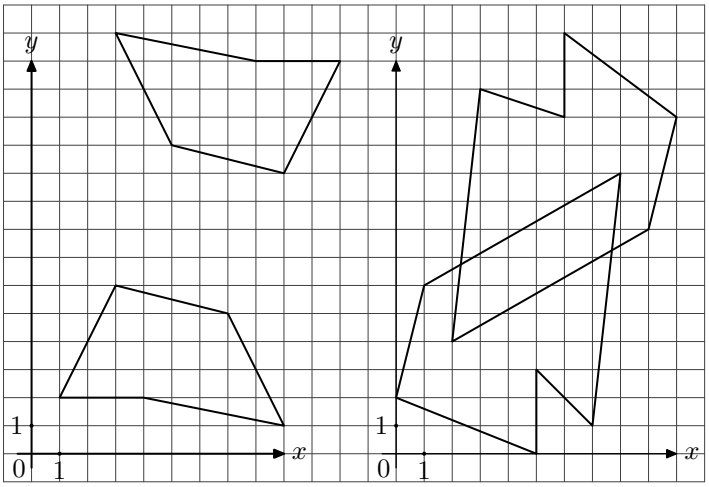


E.54 On considère les cinq canards ci-dessous :



Quel est le canard qui est l'image du canard hachuré par une symétrie centrale.

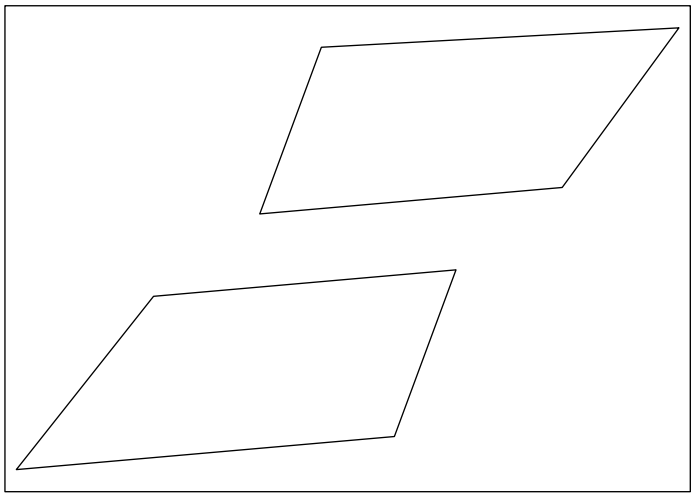
E.55 Étudier chacune des deux figures ci-dessous afin de déterminer si elle possède, oui ou non, un centre de symétrie :



- Si la figure possède un centre de symétrie, donner les coordonnées du centre de symétrie.
- Si la figure ne possède pas de centre de symétrie, justifier votre affirmation.

(*On pourra nommer les points si nécessaire*)

E.56 On considère les deux quadrilatères ci-dessous :



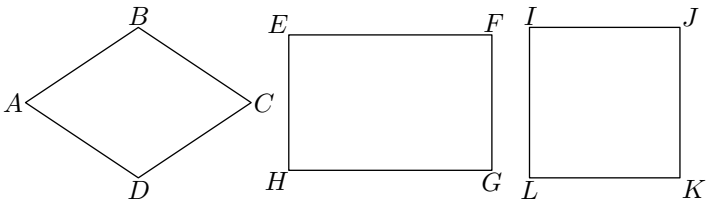
Justifier que ces deux quadrilatères ne sont pas images l'un de l'autre par une symétrie centrale.

Indication : vous devez utiliser les points en les nommant, laisser vos tracés de construction et justifier par des phrases vos constructions et vos raisonnements.

11. *Axe et centre de symétrie*

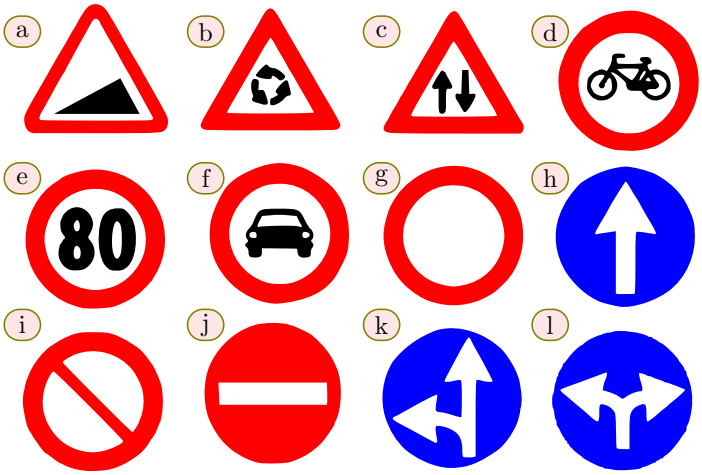
E.57 Ci-dessous sont représentés trois quadrilatères :

- $ABCD$ est un losange ;
- $EFGH$ est un rectangle ;
- $IJKL$ est un carré.



Tracer et préciser les centres et les axes de symétries de chacun de ces quadrilatères.

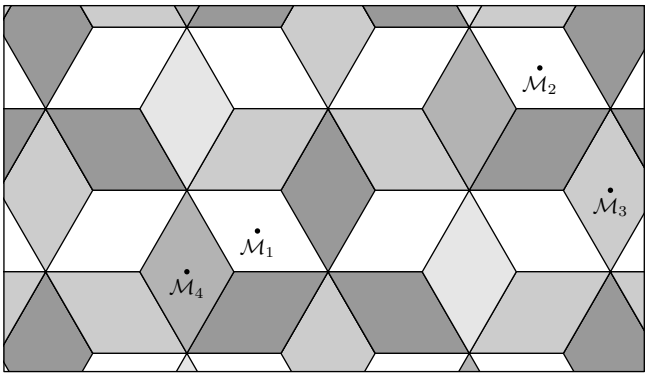
E.58 Parmi les panneaux de signalisation ci-dessous, lesquels présentent un ou des axes de symétries :



Pour chaque panneau, donner le nombre d'axes de symétrie qu'il admet.

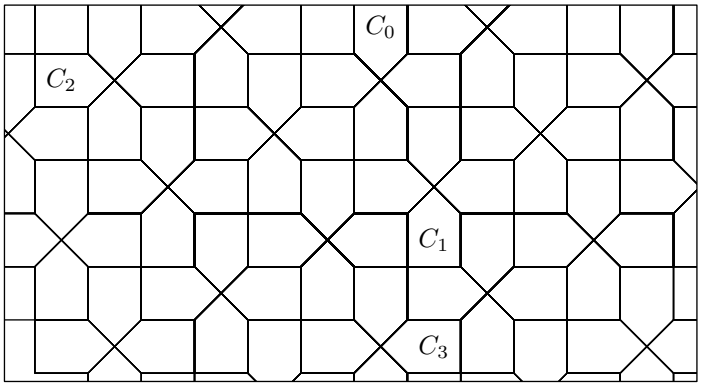
12. *Symétrie centrale et pavage du plan*

E.59 On considère le pavage ci-dessous :



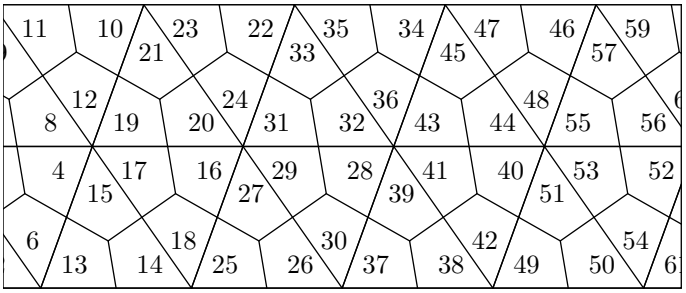
1. Placer le centre de la symétrie centrale qui transforme le losange M_1 en le losange M_2.
2. Placer le centre de la symétrie centrale qui transforme le losange M_3 en le losange M_4.

E.60 Ci-dessous est représenté un pavage du plan :



1. Déterminer le centre de la symétrie centrale qui transforme le motif C_0 en le motif C_1.
2. Déterminer le centre de la symétrie centrale qui transforme le motif C_2 en le motif C_3.

E.61 On considère la frise ci-dessous :

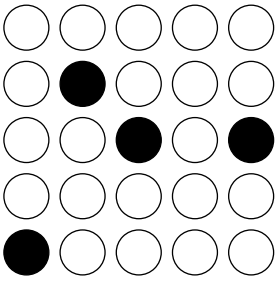


1. Déterminer le centre de la symétrie transformant le motif `16` avec le motif `55`.
2. Déterminer le centre de la symétrie transformant le motif `21` avec le `motif 48`.

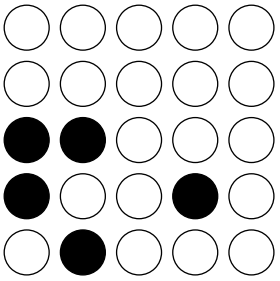
13. *Compléter le symétrique d'une figure*

E.62 Pour chacune des figures ci-dessous, colorier le minimum de disque afin que chacune d'elle possède un centre de symétrie.

a)



b)

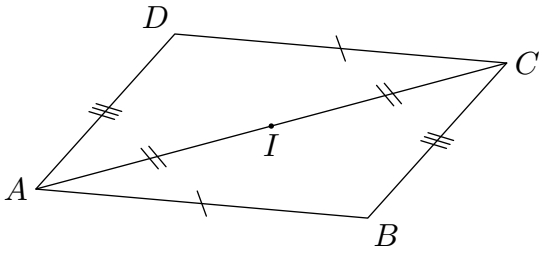


14. *Exercices non-classés*

E.63 On considère un quadrilatère non-croisé $ABCD$ ayant les propriétés suivantes :

- $AD = BC$
- $AB = CD$

On note I le milieu du segment $[AC]$.



Le chaînon déductif suivant démontre que : ***Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur alors l'intersection de ses diagonales est son centre de***

symétrie.

Je sais	
J'utilise	Si deux cercles ont même rayon et si leurs centres sont symétriques alors ces cercles sont symétriques
J'en déduis	Les cercles de rayon AD et de centres respectifs A et C sont symétriques

Je sais	Le point A est l'image du point C par la symétrie de centre I ; $CD = AB$.
J'utilise	
J'en déduis	Les cercles de rayon DC et de centres respectifs A et C sont symétriques.

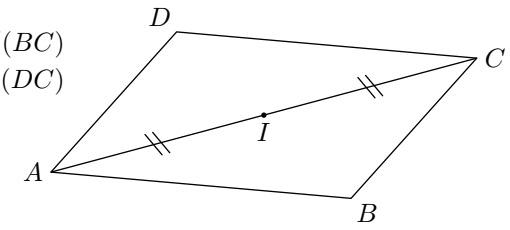
Je sais	D et B sont les intersections des deux cercles de centres A et C et de rayons respectifs AD et CD.
J'utilise	L'image d'une intersection par une symétrie centrale est l'intersection des images.
J'en déduis	Le point D a pour symétrique le point B

E.64 On considère un quadrilatère non-croisé $ABCD$ ayant les propriétés suivantes :

➪ $(AD)/\!/(BC)$ ➪ $(AB)/\!/(CD)$

On note I le milieu du segment $[AC]$.

$(AD)//(BC)$
$(AB)//(DC)$



Nous allons montrer à l'aide du chaînon déductif ci-dessous que le symétrique du point D n'est autre que le point B ; ainsi, $ABCD$ admette un centre de symétrie : $ABCD$ est un parallélogramme.

Je sais	~~L'image de A par la symétrie de centre I est C.~~ $(AD)/\!/(BC)$
J'utilise	L'image d'une droite, par une symétrie centrale, est une droite parallèle
J'en déduis	L'image de la droite (AD) est .....

Je sais	
J'utilise	
J'en déduis	L'image de la droite (CD) est la droite (AB)

Je sais	D est l'intersection des droites (AD) et (DC). Les droites (AD) et (CD) ont pour images respectives les droites (CB) et (AB)
J'utilise	L'image d'un point d'intersection est l'intersection des images.
J'en déduis	L'image du point D est le point .....