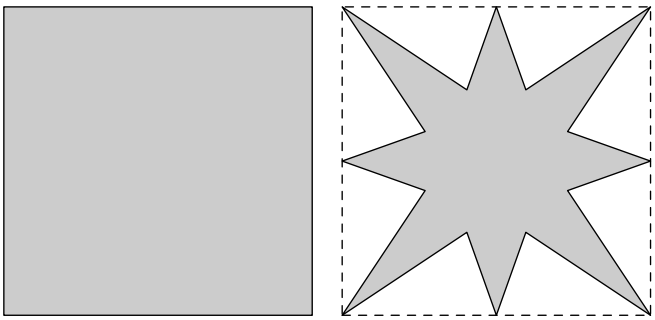
Sixième / Grandeurs : aires

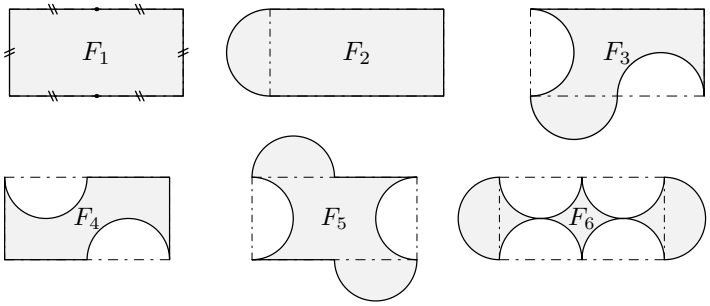
1. Comparaison de la surface

E.1 Des deux figures ci-dessous, laquelle possède la plus grande aire :



2. Différencier le périmètre et l'aire

E.2 Ci-dessous sont représentées six figures construites à partir d'un rectangle dont la longueur mesure le double de la largeur et de demi-disques *(enlever ou ajouter)* dont le diamètre est la largeur du rectangle :



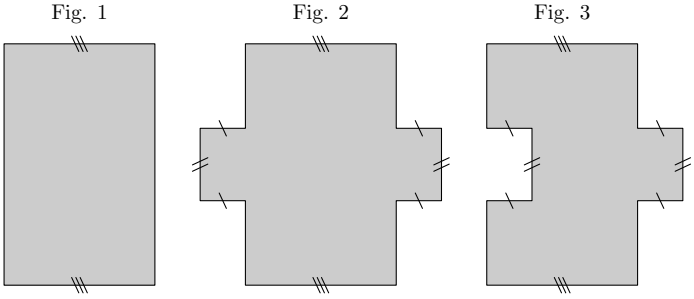
1 a Y a-t-il des figures possédant le même périmètre?

b Quelle est la figure possédant le plus grand périmètre?

2 a Y a-t-il des figures possédant la même aire?

b Quelle est la figure possédant la plus grande aire?

E.3 On considère les trois figures ci-dessous :

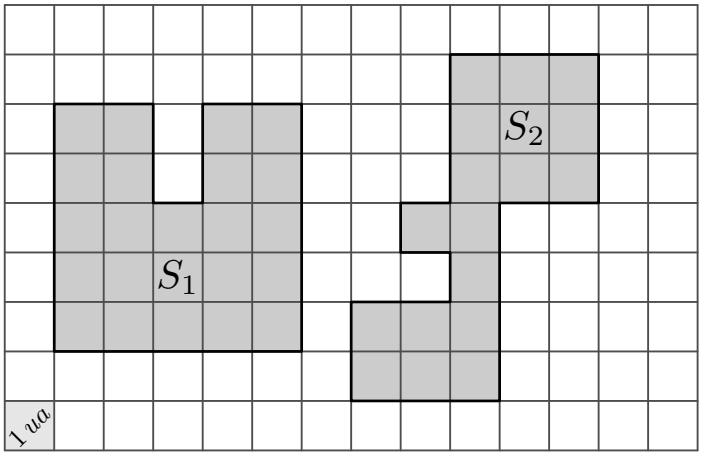


1 Comparer les périmètres de chacune de ces figures.

2 Comparer les aires de chacune de ces figures.

3. Aires par pavage

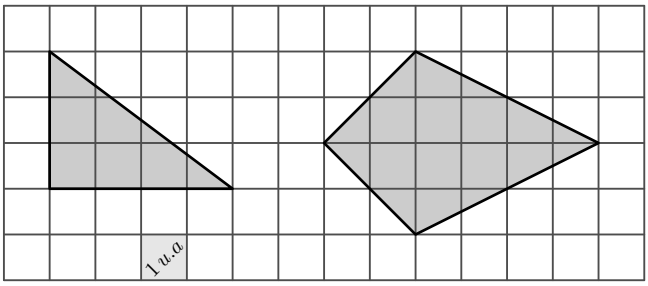
E.4 On considère les deux polygones grisés représentés ci-dessous dans un quadrillage.
On utilisera un petit carreau de ce quadrillage comme unité d'aire *(1 u.a.)*.



1 Mesurer les deux surfaces S_1 et S_2 en unités d'aire.

2 Comparer la surface des deux polygones grisés.

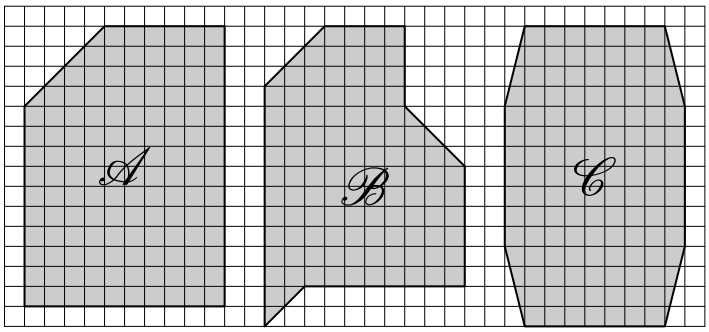
E.5 Dans cet exercice, on mesure les aires à l'aide des carreaux formant le quadrillage de la figure.



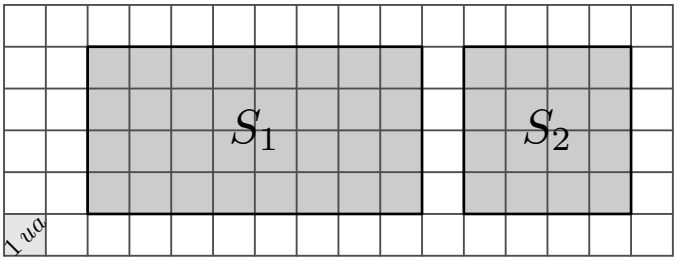
1 Justifier que l'aire du triangle rectangle est de 6 carreaux.

2 Déterminer l'aire du cerf-volant de droite.

E.6 Déterminer les aires des trois figures ci-dessous :



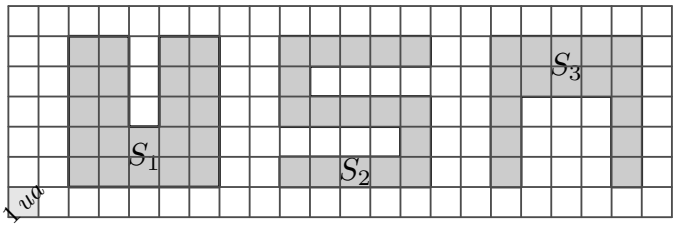
E.7 On considère les deux quadrilatères grisés représentés ci-dessous dans un quadrillage.
On utilisera un petit carreau de ce quadrillage comme unité d'aire *(1 u.a.)*.



1. Mesurer les deux surfaces S_1 et S_2 en unités d'aire.
2. Rappeler les formules pour déterminer les aires des rectangles et des carrés.

E.8 On considère les trois polygones grisés représentés ci-dessous dans un quadrillage.

On utilisera un petit carreau de ce quadrillage comme unité d'aire *(1 u.a.)* et ses côtés représenteront l'unité de longueur.

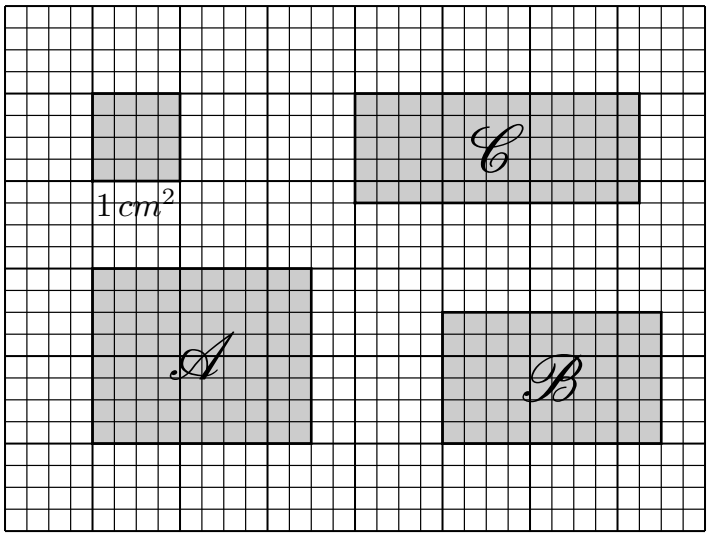


Compléter le tableau ci-dessous :

	$\mathcal{S}_1$	$\mathcal{S}_2$	$\mathcal{S}_3$
Périmètre			
Aire			

4. *Unités d'aires*

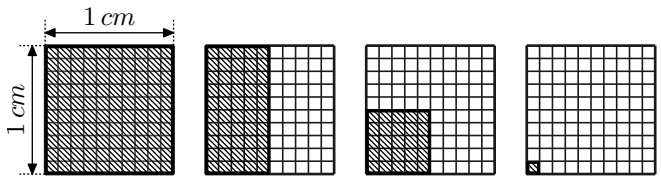
E.9 On représente trois rectangles dans le quadrillage ci-dessous :



Recopier et compléter le tableau ci-dessous

	Longueur *(en cm)*	Largeur *(en cm)*	Périmètre *(en cm)*	Aire *(en cm^2)*
$\mathscr{A}$				
$\mathscr{B}$				
$\mathscr{C}$				

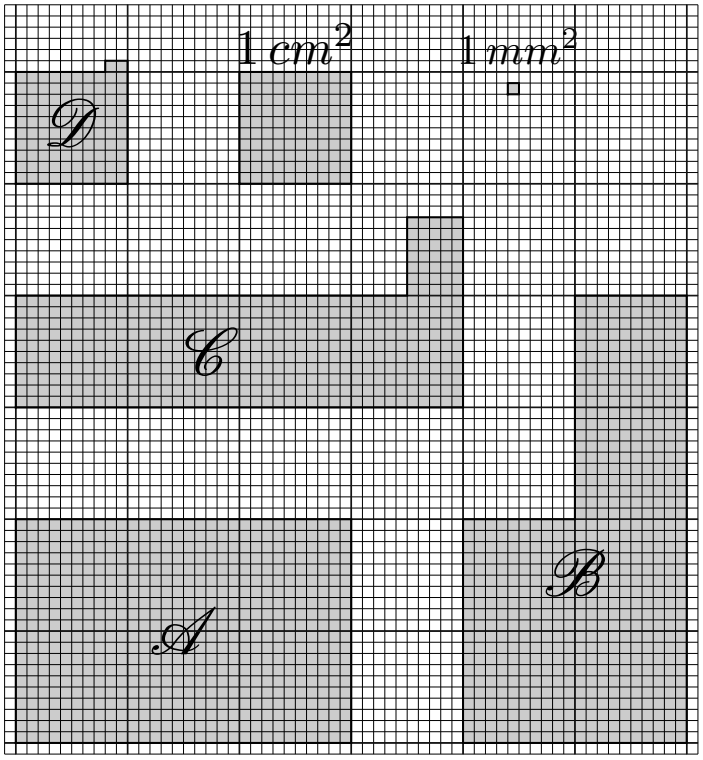
E.10 On considère le quadrillage ci-dessous où sont représentés quatre rectangles hachurés.



1. Pour chaque quadrillage, donner la fraction représentant la partie hachurée relativement au carré de $1\,cm$ de côté.
2. Donner l'écriture décimale de chacune des fractions obtenues à la question précédente.

E.11 La figure ci-dessous indique la surface définit par :

- $1\,cm^2$: c'est l'aire d'un carré d'un centimètre de côté.
- $1\,mm^2$: c'est l'aire d'un carré d'un millimètre de côté.

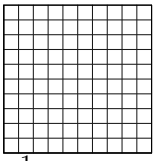


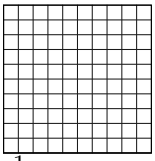
Compléter le tableau ci-dessous en indiquant l'aire des quatre figures indiquées avec les deux unités de mesures :

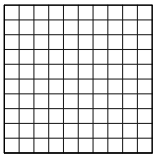
	$\mathscr{A}$	$\mathscr{B}$	$\mathscr{C}$	$\mathscr{D}$
Aire en cm^2				
Aire en mm^2				

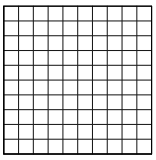
E.12 Chaque dessin ci-dessous représente un carré d'un centimètre de côté. Son aire est donc d'un centimètre carré. Les traits du quadrillage présenté sont écartés d'un millimètre.

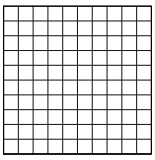
Dans chaque cas, hachurer la partie du centimètre carré :

a 
$\frac{1}{100}\,cm^2$

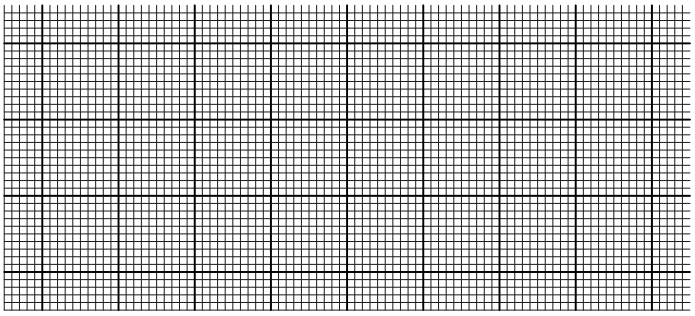
b 
$\frac{1}{10}\,cm^2$

c 
$0{,}24\,cm^2$

d 
$0{,}05\,cm^2$

e 
$0{,}99\,cm^2$

E.13 Utiliser le papier millimètre ci-dessous pour obtenir des figures ayant l'aire demandée :



a La figure $\mathscr{A}$ a pour aire $3{,}04\,cm^2$.

b La figure $\mathscr{B}$ a pour aire $2{,}2\,cm^2$.

c La figure $\mathscr{C}$ a pour aire $2{,}51\,cm^2$.

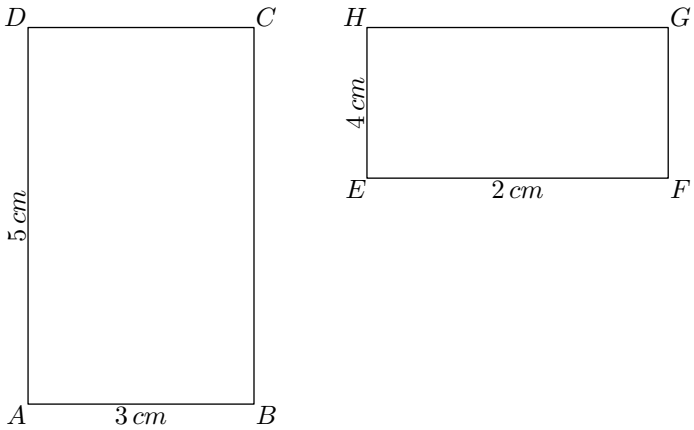
5. *Aires de rectangles*

E.14

Proposition :
Pour un rectangle de longueur L et de largeur ℓ :

- Le périmètre $\mathcal{P}$ du rectangle a pour valeur :
  $\mathcal{P} = 2\times(L+\ell)$ *(ou $\mathcal{P}=2\times L+2\times\ell$).*
- L'aire $\mathcal{A}$ du rectangle a pour valeur :
  $\mathcal{A} = L\times\ell$

On considère les deux rectangles $ABCD$ et $EFGH$ représentés ci-dessous :

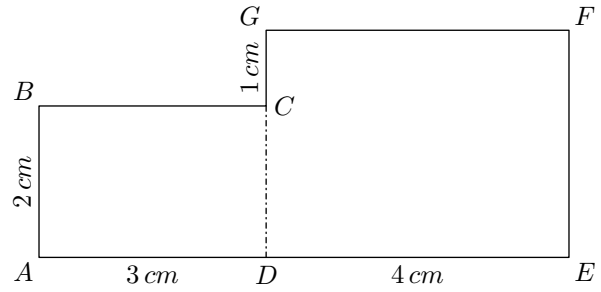


Déterminer les périmètres et les aires de ces deux rectangles.

E.15 Chaque colonne représente des informations sur un rectangle.
Compléter entièrement ce tableau en y marquant également les opérations effectuées.

	Rectangle **1**	Rectangle **2**	Rectangle **3**
Longueur	$40\,m$	$100\,m$	
Largeur	$15\,m$		$20\,m$
Périmètre		$300\,m$	
Aire			$700\,m^2$

E.16 On considère la figure ci-dessous composée de deux rectangles :



1. Justifier que le rectangle $DEFG$ a pour largeur $3\,cm$.
2. a. Déterminer le périmètre de cette figure.
   b. Déterminer l'aire de cette figure.

6. Conversions d'aires

E.17 Ci-dessous, sont présentées des mesures d'aires utilisant plusieurs unités ; additionner ces aires et la convertir avec la mesure demandée.

a. $3\,hm^2 \quad 51\,dam^2 \quad = \quad \ldots\ldots\ km^2$

b. $3\,dam^2 \quad 5\,dm^2 \quad 312\,cm^2 \quad = \quad \ldots\ldots\ m^2$

E.18 Recopier et compléter les pointillés manquants.

a. $15\ m^2 = \ldots\ldots dm^2$
b. $1{,}3001\ dam^2 = \ldots\ldots\ cm^2$
c. $0{,}0057\ m^2 = 57 \ldots\ldots$
d. $27{,}3\ hm^2 = 0{,}273 \ldots\ldots$

E.19 Recopier et effectuer les conversions suivantes :

a. $450\,m^2 = \ldots\ldots dam^2$
b. $35{,}1\,cm^2 = \ldots\ldots dm^2$
c. $6{,}12\,dm^2 = \ldots\ldots dam^2$
d. $6{,}5\,hm^2 = \ldots\ldots m^2$
e. $0{,}003\,5\,km^2 = \ldots\ldots m^2$
f. $354\,dm^2 = \ldots\ldots dam^2$

E.20 Recopier et effectuer les conversions suivantes :

a. $56\,830\,cm^2 = \ldots\ldots\ m^2$
b. $7\,dam^2 = \ldots\ldots\ m^2$
c. $46\,000\,m^2 = \ldots\ldots\ km^2$
d. $3{,}5\,km^2 = \ldots\ldots\ m^2$
e. $3\,m^2 = \ldots\ldots\ cm^2$
f. $0{,}0071\,km^2 = \ldots\ldots\ m^2$
g. $0{,}68\,cm^2 = \ldots\ldots\ mm^2$
h. $1{,}8\,km^2 = \ldots\ldots\ hm^2$

E.21 Recopier et effectuer les conversions suivantes :

a. $1\,200\,cm^2 = \ldots\ldots dam^2$
b. $0{,}045\,km^2 = \ldots\ldots dam^2$
c. $2\,dm^2 = \ldots\ldots mm^2$
d. $75{,}2\,dam^2 = \ldots\ldots m^2$
e. $0{,}004\,75\,hm^2 = \ldots\ldots m^2$
f. $35\,dm^2 = \ldots\ldots hm^2$

E.22 Dans le tableau ci-dessous, pour chacune des lignes, récupérer la valeur de l'aire présente à gauche et la convertir avec l'unité présentée à droite :

	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2	
$22\,cm^2$								mm^2
$54{,}7\,m^2$								hm^2
$57\,m^2$								dam^2
$7541\,dam^2$								km^2
$0{,}0451\,km^2$								m^2

E.23 Recopier et compléter les pointillés manquants :

a. $42{,}5cm^2 = \ldots\ dm^2$
b. $0{,}045\,km^2 = \ldots\ dam^2$
c. $0{,}48\,m^2 = \ldots\ cm^2$
d. $450\,mm^2 = \ldots\ m^2$

E.24 Recopier et compléter les pointillés manquants :

a. $0{,}425\,hm^2 = \ldots\ m^2$
b. $145\,m^2 = \ldots\ dam^2$
c. $9{,}7\,cm^2 = \ldots\ dm^2$
d. $4{,}8\,dam^2 = \ldots\ dm^2$

7. Conversions d'aires et mesures en ares

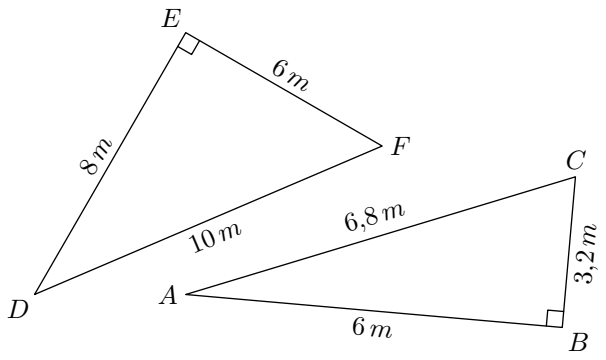
E.25 Recopier et compléter les pointillés manquants.

(a) $5\,a = \ldots\ldots\,m^2$ (b) $450\,m^2 = \ldots\ldots\,a$

(c) $13\ ha = \ldots\ldots\,a$ (d) $25{,}1\ a = \ldots\ldots\,ha$

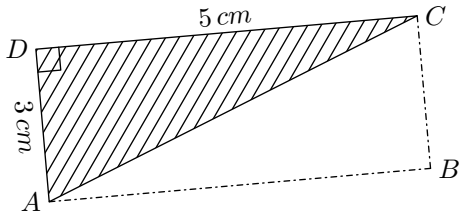
8. *Aires des triangles rectangles*

E.26 On considère les deux triangles ABC et DEF :



Déterminer les aires des triangles ABC et DEF.

E.27 Ci-dessous est représentée le rectangle $ABCD$:



(1) Déterminer l'aire du rectangle $ABCD$.

(2) En déduire l'aire du triangle ACD rectangle en D.

E.28 ***L'exercice n'existe pas.***

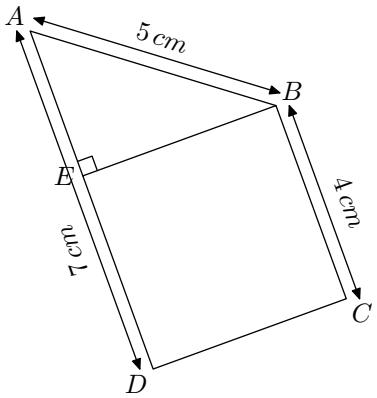
9. *Triangles rectangles et méthodes additives*

E.29

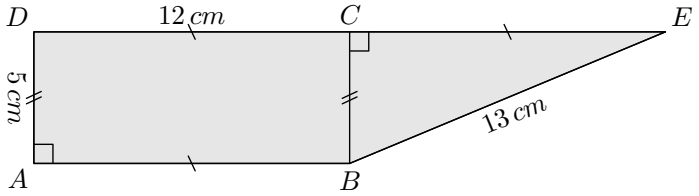
La figure ci-contre est composée du carré $BCDE$ et d'un triangle AEB rectangle en E.

(1) Calculer le périmètre de la figure.

(2) Calculer l'aire de la figure.



E.30 La figure ci-dessous est composée d'un rectangle et d'un triangle rectangle :

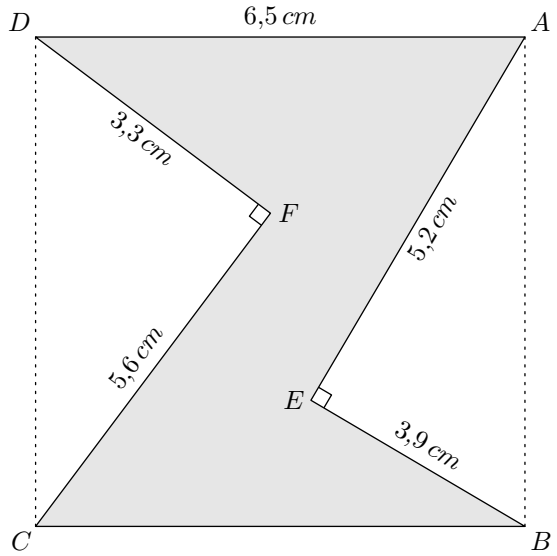


(1) Déterminer le périmètre de la figure grisée.

(2) Déterminer l'aire de la figure grisée.

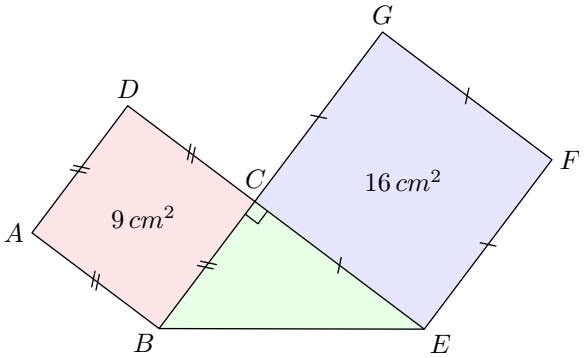
E.31 ***L'exercice n'existe pas.***

E.32 On considère le carré $ABCD$ ci-dessous :



Déterminer l'aire de la partie grisée.

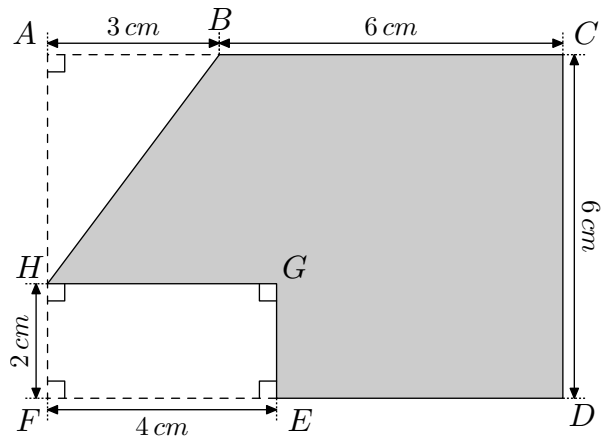
E.33 La figure ci-dessous est composée des deux carrés $ABCD$ et $CEFG$ et du triangle BCE rectangle en E.



Déterminer l'aire totale de la figure.

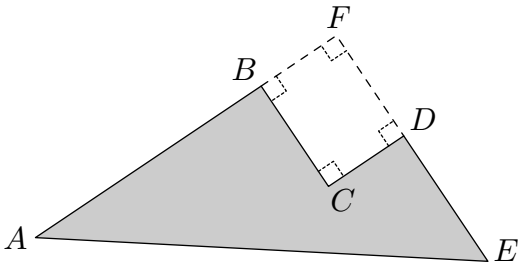
10. *Triangles rectangles et méthodes soustractives*

E.34



1. a. Donner la nature des polygones ABH et $HGEF$.
   b. Donner l'aire de chacun de ces deux polygones.
2. Calculer l'aire du polygone $BCDEGH$.

E.35 La figure représente le triangle AFE rectangle en F. Le point B est un point du segment $[AF]$ et le point D est un point du segment $[FE]$.
Le point C est tel que le quadrilatère $BCDF$ soit un rectangle.



Voici quelques mesures sur cette figure :

- $AB = 4{,}5\,cm$; $AF = 6\,cm$; $FD = 2\,cm$
- $DE = 2{,}5\,cm$; $AE = 7{,}5\,cm$

1. Calculer le périmètre de la figure "grisée".
2. Calculer l'aire de la figure "grisée".

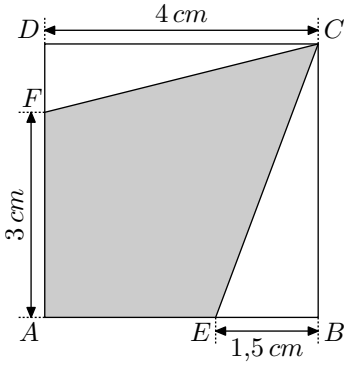
E.36

On considère la figure ci-contre représentant un carré $ABCD$ de $4\,cm$ de côté.

Le point E appartient au segment $[EB]$ et la distance de E à B mesure $1{,}5\,cm$.

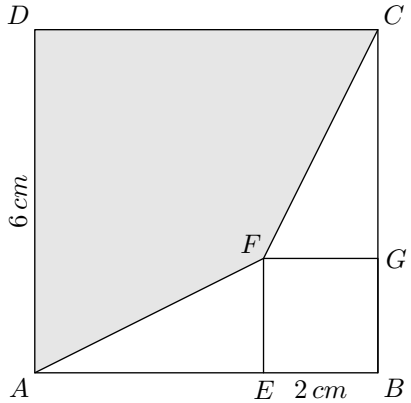
Le point F est un point de la figure vérifiant

$$\begin{cases} F \in [AD] \\ FA = 3\,cm \end{cases}$$



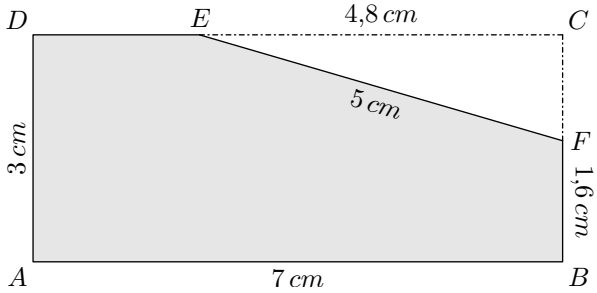
1. Déterminer l'aire du triangle rectangle EBC.
2. Déterminer l'aire du triangle CDF.
3. Déterminer l'aire du polygone $AECF$.

E.37 La figure ci-dessous est composée des deux carrés $ABCD$ et $EFGB$:



Déterminer l'aire de la partie grisée.

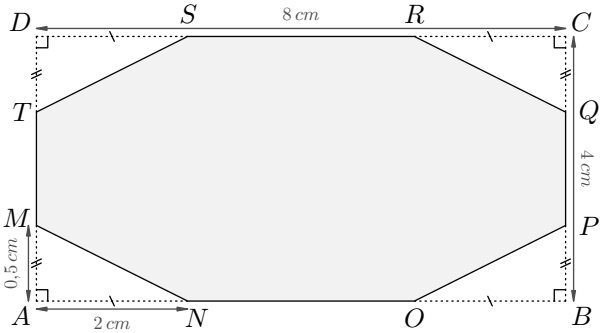
E.38 On considère le pentagone $\mathcal{F}$ grisée ci-dessous :



où le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle, $E \in [CD]$ et $F \in [BC]$.

1. a. Justifier que $ED = 2{,}2\,cm$.
   b. Déterminer le périmètre de la figure $\mathcal{F}$
2. a. Justifier que $CF = 1{,}4\,cm$.
   b. Déterminer l'aire de la figure $\mathcal{F}$.

E.39 On considère le polygône $\mathcal{P}$ $MNOPQRST$ représenté ci-dessous où $ABCD$ est un rectangle et les triangles rectangles AMN, BOP, CQR, DST sont identiques.

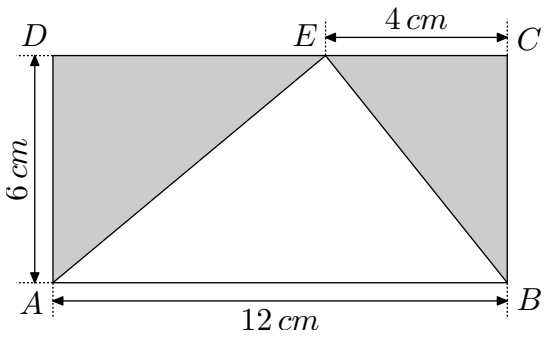


Déterminer l'aire du polygône $\mathcal{P}$.

Indication : pensez à rédiger les étapes de votre raisonnement.

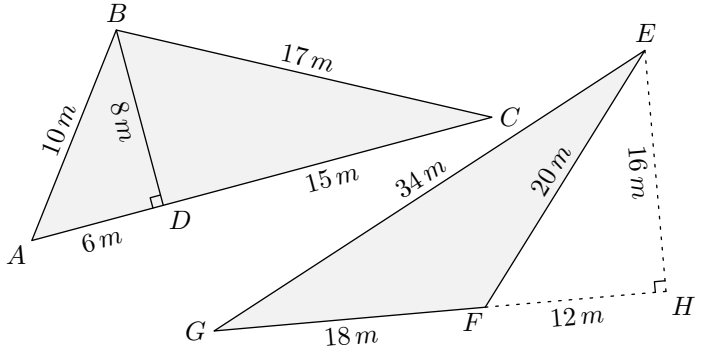
11. *Introduction à l'aire de triangles quelconques*

E.40 On se propose de calculer l'aire du triangle en blanc. Pour cela, on va suivre les étapes suivantes :



1. a. Calculer l'aire du rectangle
   b. Calculer l'aire des deux triangles "grisés" ADE et BEC.
   c. En déduire l'aire du triangle "blanc".
2. Par quel calcul, peut-on facilement obtenir l'aire du triangle ABE à l'aide des nombres 6 et 12.

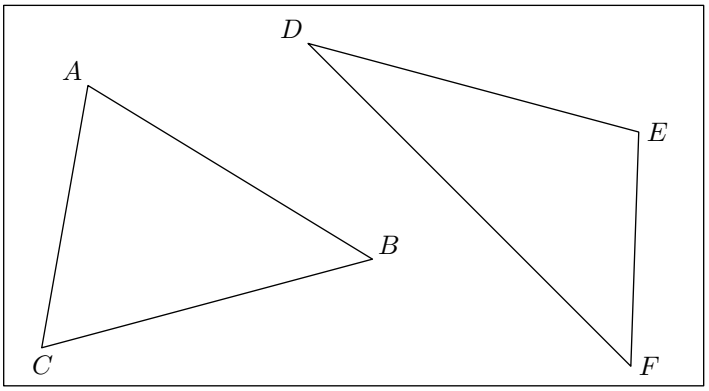
E.41 On considère les deux triangle ABC et EFG ci-dessous :



1. a. Déterminer l'aire du triangle ABD.
   b. Déterminer l'aire du triangle BCD.
   c. En déduire l'aire du triangle ABC.
2. a. Déterminer l'aire du triangle EFH.
   b. Déterminer l'aire du triangle EGH.
   c. En déduire l'aire du triangle EFG.

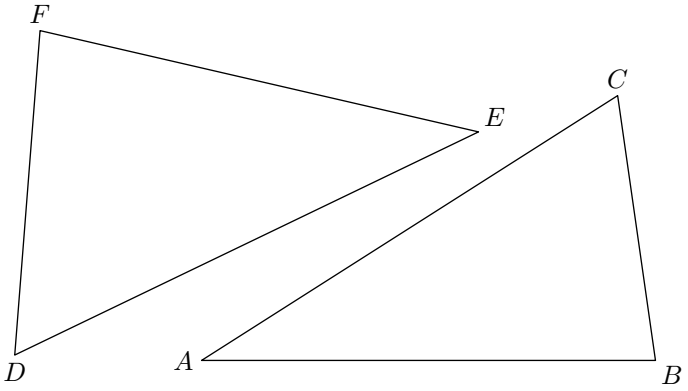
12. *Hauteur et côté opposé*

E.42 On considère les deux triangles ABC et CDE représentés ci-dessous :



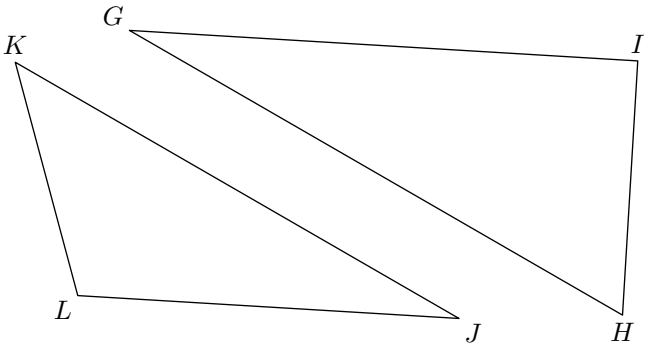
1. Dans le triangle ABC, tracer la hauteur issue du sommet B.
2. Dans le triangle DEF, tracer la hauteur issue du sommet D.

E.43 On considère les deux triangles ci-dessous :



1. Dans le triangle ABC :
   a. Nommer le côté opposé au sommet A.
   b. Tracer la hauteur issue du sommet A. Nommer M le pied de cette hauteur.
2. Dans le triangle DEF :
   a. Nommer le côté opposé au sommet E.
   b. Tracer la hauteur issue du sommet E. Nommer N le pied de cette hauteur.

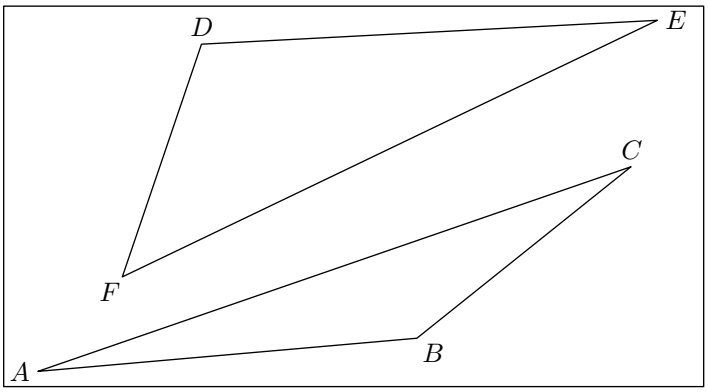
E.44 On considère les deux triangles ci-dessous :



1. Dans le triangle JKL :
   a. Nommer le côté opposé au sommet J.
   b. Tracer la hauteur issue du sommet J et nommer M le pied de cette hauteur.
2. Dans le triangle GHI :
   a. Nommer le côté opposé au sommet G.
   b. Tracer la hauteur issue du sommet G et nommer N le pied de cette hauteur.

13. *Aires de triangles quelconques*

E.45 On considère les deux triangles ABC et DEF représentés ci-dessous :



1 a Tracer la hauteur du triangle ABC issue de C. Nommer H le pied de la hauteur.

b Mesurer les longueurs suivantes :
$AB = \ldots$; $CH = \ldots$

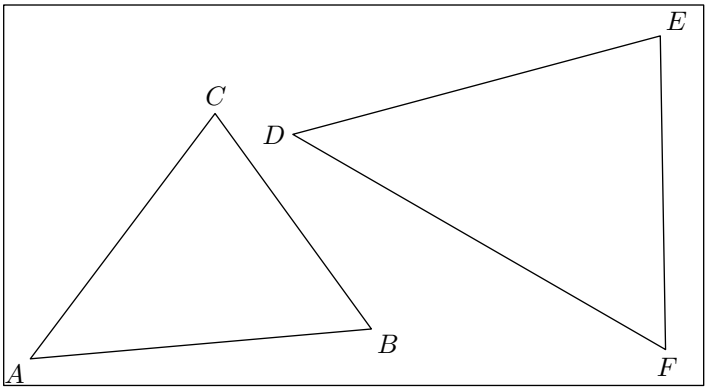
c Déterminer l'aire du triangle ABC.

2 a Tracer la hauteur du triangle DEF issue du sommet F. Nommer I le pied de cette hauteur.

b Mesurer les longueurs suivantes :
$DE = \ldots$; $FI = \ldots$

c Déterminer l'aire du triangle DEF.

E.46 On considère les deux triangles ABC et DEF représentés ci-dessous :



1 a Tracer la hauteur du triangle ABC issue de C. Nommer H le pied de la hauteur.

b Mesurer les longueurs suivantes :
$AB = \ldots$; $CH = \ldots$

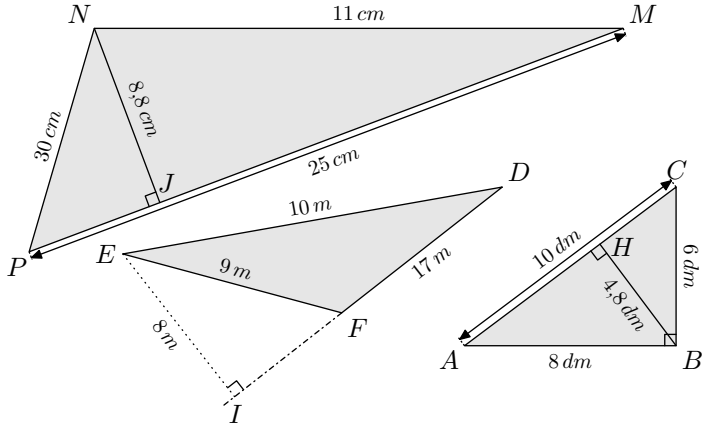
c Déterminer l'aire du triangle ABC.

2 a Tracer la hauteur du triangle DEF issue du sommet F. Nommer I le pied de cette hauteur.

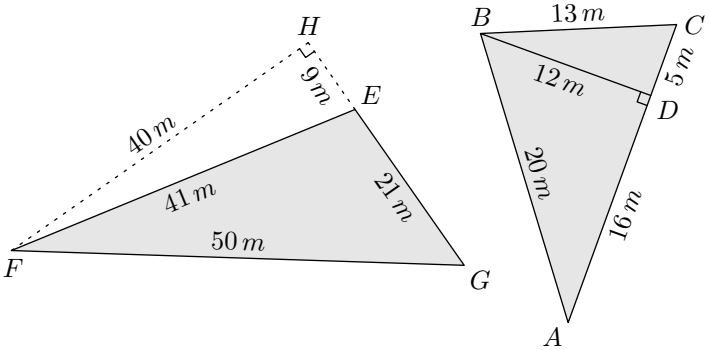
b Mesurer les longueurs suivantes :
$DE = \ldots$; $FI = \ldots$

c Déterminer l'aire du triangle DEF.

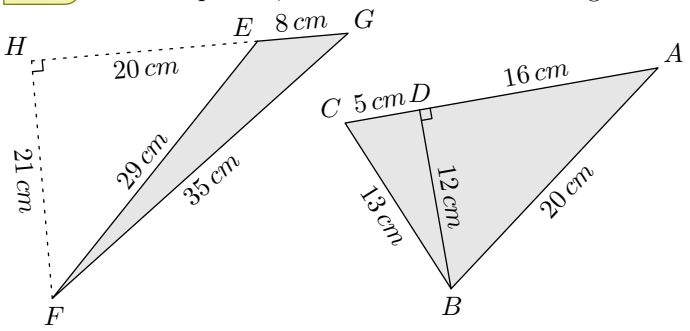
E.47 Déterminer l'aire définie par chacun des triangles grisés ci-dessous :



E.48 Dans chaque cas, déterminer les aires des triangles ABC et EFG :

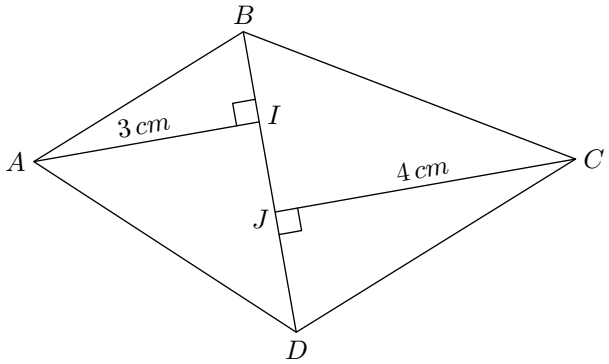


E.49 Dans chaque cas, déterminer l'aire du triangle ABC :



14. *Aires de triangles : propriété additive de l'aire*

E.50 On considère le quadrilatère $ABCD$ représenté ci-dessous :



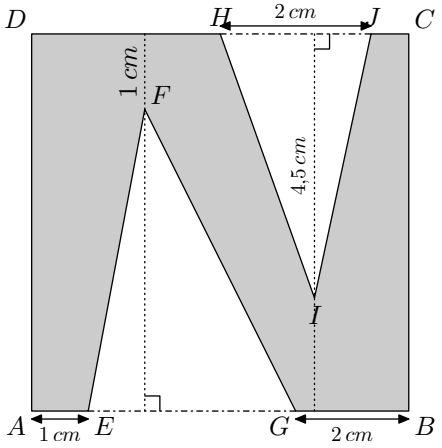
I est le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABD.
J est le pied de la hauteur issue de C dans le triangle BCD.
On a les mesures suivantes :

$$BD = 4\,cm \quad ; \quad AI = 3\,cm \quad ; \quad CJ = 4\,cm$$

Déterminer l'aire du quadrilatère $ABCD$.

15. *Aires de triangles : figures composées par différences*

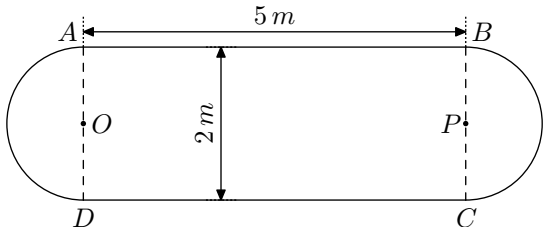
E.51 On considère la figure grisée ci-dessous qui est incluse dans le carré $ABCD$ de côté $6\,cm$:



1. Déterminer l'aire du triangle HIJ.
2. a. Sans justification et dans le triangle EFG, donner la longueur de la hauteur issue du somment F et la longueur du côté opposé au sommet F.
   b. Déterminer l'aire du triangle EFG.
3. Déterminer l'aire de la figure grisée.

16. *Aire d'un disque*

E.52 Le schéma ci-dessous représente une table comportant une partie rectangulaire et deux rallonges semi-circulaires.

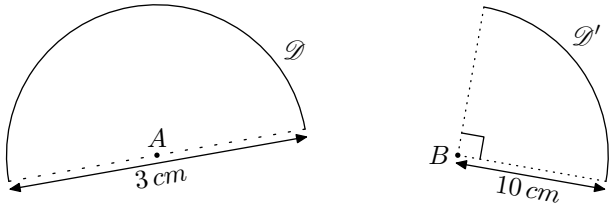


1. Déterminer le périmètre de cette table arrondie au décimètre près.
2. Déterminer l'aire de cette table arrondie au mètre carré près.

Indication : on utilisera $\pi \approx 3{,}14$

E.53 Ci-dessous, sont représentés :

- le demi-disque $\mathscr{D}$ de centre A et de diamètre $3\,cm$
- le quart de disque $\mathscr{D}'$ de centre B et de rayon $10\,m$



Déterminer l'aire de chacune de ces figures arrondie au dixième de centimètre carré près.

Indication : on utilisera : $\pi \approx 3{,}1416$

17. *Problèmes*

E.54 Une personne achète un terrain de $600\,m^2$.
Elle veut construire une maison rectangulaire de $12\,m$ sur $7{,}8\,m$, mais pour avoir le droit de construire, la surface de la maison ne doit pas dépasser les $\frac{2}{10}$ de la surface du terrain.

1. Quelle est l'aire de la maison?
2. Cette personne a-t-elle le droit de construire sa maison?

E.55 Un habitant de Douala au Cameroun vient d'acheter une villa dont le jardin à la forme d'un rectangle de $35\,m$ de longueur et $20\,m$ de largeur. Il compte construire une petite piscine dont les dimensions sont $12\,m$ de longueur et $8\,m$ de largeur ; de la pelouse sera posée sur le reste du jardin.

1. Déterminer l'aire de la piscine.
2. Déterminer l'aire occupée par la pelouse.

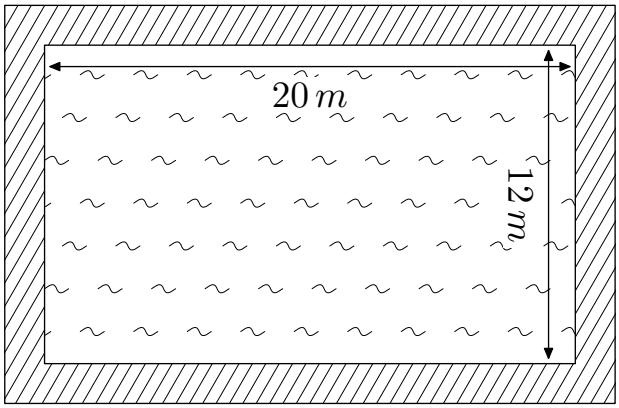
18. *Problèmes ouvert*

E.56 On dispose d'un bijou de forme triangulaire *(représenté ci-dessous par le triangle hachuré)* et d'une feuille d'or rectangulaire *(représenté par le rectangle grisé ci-dessous)* :

Combien de bijoux peut-on recouvrir avec cette feuille d'or?

Indication : plusieurs bouts de la feuille d'or peuvent être utilisés pour recouvrir le même bijou

E.57 Une piscine a pour longueur $20\,m$ et pour largeur $12\,m$. On dispose sur le pourtour de la piscine une allée en bois de $2\,m$ de largeur comme présenté dans le croquis ci-dessous :



Déterminer l'aire en m^2 de cette allée.

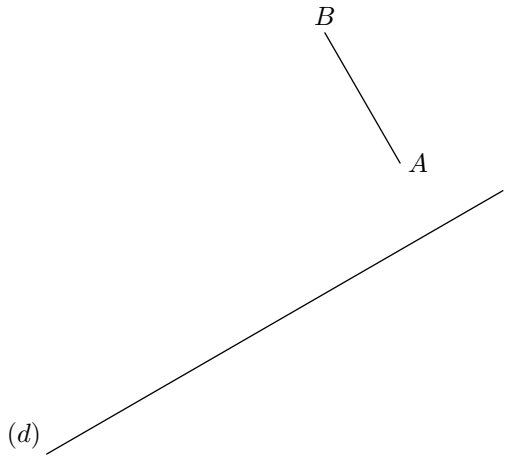
19. *Exercices non-classés*

E.58 Effectuer les tracés ci-dessous en laissant les traces de vos constructions :

1. Tracer un triangle EDF tel que :
   $ED = 8{,}5cm$; $\widehat{FED} = 60^o$; $\widehat{FDE} = 30^o$
2. Tracer la hauteur issue de F.
3. Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{FED}$ à l'aide de votre règle et de votre compas.

E.59 Soient (d) une droite et un segment $[AB]$ perpendiculaire à (d) mais ne coupant pas la droite (d).

1. Reproduire une figure analogue sur votre copie
2. Placer un point C tel que ABC ait (d) pour hauteur issue de C.



E.60

1. Tracer le triangle ABC tel que :
   $AB = 8cm$; $\widehat{BAC} = 30^o$; $\widehat{ABC} = 50^o$
2. Tracer la médiatrice du segment $[AC]$.
3. Tracer la hauteur issue de C.