# Sixième / Opérations élémentaires: division euclidienne

#### Calculs mentaux

E.1 À l'aide du calcul mental, compléter les pointillés

$$6 \times \ldots = 54$$

(b) 
$$27 \div 3 = ...$$

(b) 
$$27 \div 3 = \dots$$
 (c)  $42 \div \dots = 7$ 

d 
$$20 \div ... = 4$$
 e  $3 \times ... = 39$  f  $15 \div 3 = ...$ 

f 
$$15 \div 3 = ...$$

E.2 \(\beta\) \(\hat{A}\) l'aide du calcul mental, compléter les pointillés ci-dessous:

(a) 
$$4 \times ... = 44$$
 (b)  $20 \div 4 = ...$  (c)  $35 \div ... = 7$ 

$$(b) 20 \div 4 = ...$$

$$\bigcirc$$
 35 $\div$  ... =

(d) 
$$42 \div ... = 6$$
 (e)  $4 \times ... = 36$  (f)  $24 \div 8 = ...$ 

$$(e)$$
  $4 \times \ldots = 3$ 

f 
$$24 \div 8 = ...$$

E.3 & l'aide du calcul mental, compléter les pointillés

$$\stackrel{\text{\tiny (a)}}{\text{\tiny (a)}} 3 \div \ldots = 3$$

**b** 
$$5 \times ... = 65$$

$$(c)$$
 18÷3 = ...

(d) 
$$10 \div ... = 2$$
 (e)  $20 \times ... = 120$  (f)  $63 \div 3 = ...$ 

$$(f) 63 \div 3 = \dots$$

### Table de multiplications et calcul de quotient

## E.4)

1 Compléter la table de multiplications suivante:

	$\times 3$							
41		46		51				
42		47		52				
43		48		53				
44		49		54				
45		50		55				

- (2) En vous servant des tables de multiplications précédentes, répondre aux questions suivantes:
  - (a) Donner le plus grand multiple de 3, inférieur à 160?
  - (b) Combien de fois l'entier 3 rentre-t-il au maximum dans
  - Après avoir partagé 164 en un maximum de parts de 3, combien reste-t-il?

## E.5

	×13							
0		5		10				
1		6		11				
2		7		12				
3		8		13				
4		9		14				

Combien de fois 13:

(a) rentre dans 81 (b) rentre dans 122 (c) rentre dans 169

1 Compléter les tables de multiplications suivantes:

	×16							
1		6		11				
2		7		12				
3		8		13				
4		9		14				
5		10		15				

- 2 En vous servant des tables de multiplications précédentes, répondre aux questions suivantes:
  - (a) Donner le plus grand multiple de 16 inférieur à 78?
  - (b) Combien de fois l'entier 16 rentre-t-il au maximum dans 174?
  - Après avoir regroupé 200 en plusieurs parts de 16, combien reste-t-il?

E.7

1 Compléter la table de multiplications suivante:

	$\times 3$							
791	796	801						
792	797	802						
793	798	803						
794	799	804						
795	800	805						

- 2 En vous servant des tables de multiplications précédentes, répondre aux questions suivantes:
  - a Donner le plus grand multiple de 3 inférieurs à 2411?
  - (b) Combien de fois l'entier 3 rentre-t-il au maximum dans 2380?
  - c Après avoir partagé 2399 en plusieurs parts de 3, combien reste-t-il?

#### 3. Critères de divisibilité

E.8 Compléter le tableau par des croix pour indiquer si les entiers présentés sont divisibles par 2, 5, 10.

Entiers	214	140	35	107
Divisible par 2				
Divisible par 5				
Divisible par 10				

E.9

- 1 Énoncer le critère de divisibilité par 3.
- 2 Lesquels des entiers ci-dessous sont divisibles par 3:

(a) 1 251

- b) 3 456
- (c) 971
- d) 94 378
- e 555 555

E.10 Compléter le tableau par des croix pour indiquer si les entiers présentés sont divisibles par 2, 3, 5, 9.

Entiers	123	504	205	1433	2430
Divisible par 2					
Divisible par 3					
Divisible par 5					
Divisible par 9					

E.11 Compléter le tableau par des croix pour indiquer si les entiers présentés sont divisibles par 2, 3, 5, 9.

Entiers	224	279	1860	294	91919
Divisible par 2					
Divisible par 3					
Divisible par 5					
Divisible par 9					

E.12 Compléter le tableau par des croix pour indiquer si les entiers présentés sont divisibles par 2, 3, 5, 9.

Entiers	525	345	702	1155
Divisible par 2				
Divisible par 3				
Divisible par 5				
Divisible par 9				

E.13 On considère les entiers suivants:

 $54 \ ; \ 123 \ ; \ 35 \ ; \ 48 \ ; \ 1221 \ ; \ 10035 \ ; \ 6$ 

Parmi les entiers ci-dessus, donner la liste de:

- 1 tous les entiers qui sont des multiples de 2.
- 2 tous les entiers qui sont des multiples de 3.
- 3 tous les entiers divisibles par 5.
- 4 tous les entiers divisibles par 9.

E.14

**Proposition:** un nombre est divisible par 7 si, et seulement si, la somme de son nombre de dizaines et de cinq fois son chiffre des unités l'est.

Wikipédia

Parmi les nombres ci-dessous, lesquels sont divisibles par 7:

(a) 105

b 644

c 738

d 3178

Voici quelques critères de divisibilité:

- 2 | Fini par 2, 4, 6, 8, ou 0.
- 3 La somme de ses chiffres est divisible par 3.
- 4 Ces deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.
- 5 Fini par 0 ou 5.
- 6 Si c'est un multiple de 2 et un multiple de 3 alors c'est un multiple de 6.
- 8 Ces 3 derniers chiffres forment un nombre qui est un multiple de 8.
- 9 La somme de ses chiffres est un multiple de 9.
- 10 | Fini par 0.

Pour chaque nombre, indiquer sur sa ligne ses diviseurs:

	Divisible par							
	2	3	4	5	6	8	9	10
3978								
1785								
10710								
2856								
6996								
1656								

## 4. Approche de la division euclidienne

#### E.16

- 1 Compléter la table de multiplications ci-contre:
- 2 En utilisant cette table de multiplications, répondre aux questions suivantes:
  - a Combien de fois l'entier 7 rentre-t-il au maximum dans 65 et combien vaut le reste?
  - b Compléter l'égalité:  $65 = (\dots \times 7) + \dots$

		X (	
9	0	5	10
ζ	1	6	11
1	2	7	12
	3	8	13
	4	9	14

3 Compléter les égalités ci-dessous avec r qui doit être un nombre compris entre 0 et 6:

$$80 = \left(\begin{array}{c} \dots \\ 85 = \left(\begin{array}{c} \dots \\ q \end{array}\right) + \left[\begin{array}{c} \dots \\ r \end{array}\right]$$

#### E.17

1 Compléter la table de multiplications ci-dessous:

**Définition:** on obtient la division euclidienne de 110 par 12 lorsqu'on complète l'égalité:

 $110 = (\mathbf{q} \times 12) + \mathbf{r}$ avec deux entiers  $\mathbf{q}$  et  $\mathbf{r}$  et où  $\mathbf{r}$ est strictement inférieur à 12

2 Parmi les égalités ci-dessous, laquelle est la division euclidienne de 110 par 12:

$$110 = (10 \times 12) - 10$$

$$110 = (9 \times 12) + 2$$

$$110 = (8 \times 12) + 14$$

3 Effectuer les divisions euclidiennes suivantes:

 $\times 12$ 

7

8

9

10

11

12

13

14

15

1) Compléter la table de multiplication suivante:

	$\times 12$							
0		5		10				
1		6		11				
2		7		12				
3		8		13				
4		9		14				

- (2) Pour chacun des entiers 75, 143 et 166:
  - (a) Préciser le nombre maximum de fois que l'entier 12 rentre dans chacune d'eux.
  - (b) En déduire l'écriture de la division euclidienne sous la forme:

 $Dividende = (Quotient \times 12) + Reste$ 

E.19)

1) Compléter la table de multiplication suivante:

	×13							
0	0	5		10				
1		6		11				
2		7		12				
3		8		13				
4		9		14				

(2) Effectuer les divisions euclidiennes suivantes: 78 par 13 ; 174 par 13 ; 168 par 13

E.20

1) Compléter la table de multiplication suivante:

	×7	
992	997	1002
993	998	1003
994	999	1004
995	1000	1005
996	1001	1006

(2) Effectuer les divisions euclidiennes suivantes: 6964 par 7 ; 7034 par 7.

E.21

1) Compléter la table de multiplication ci-dessous:

	×8	
990	995	1000
991	996	1001
992	997	1002
993	998	1003
994	999	1004

(2) Effectuer les divisions euclidiennes suivantes:

7945 par 8 ; 8002 par 8 ; 8026 par 8.

### Egalité d'une division euclidienne

1) Les égalités proposées ci-dessous sont exactes.

(a)  $375 = (40 \times 9) + 15$ 

(b) 178 =  $(19 \times 9) + 7$ 

(c)  $1029 = (115 \times 9) - 6$  (d)  $458 = (48 \times 9) + 26$ 

Seule une de ces égalités représente une division euclidienne par 9. Laquelle?

(2) Reprendre les égalités de la question (1) afin de proposer les égalités représentant la division euclidienne de 375, 178, 1029, 458 par l'entier 9.

E.23 D'après l'égalité suivante:  $156 = (21 \times 7) + 9$ 

- 1 Déterminer la division euclidienne de 156 par 21.
- (2) Déterminer la division euclidienne de 156 par 7.

E.24 De la division de 12 754 par 13, on obtient l'égalité:  $12754 = (981 \times 13) + 1$ 

Compléter les phrases suivantes:

- ..... est le diviseur
- 12 754 est le .....
- ..... est le reste
- 981 est le ...

E.25

1 La division euclidienne de 96 par 13 donne l'égalité:  $96 = (7 \times 13) + 5$ 

En déduire le quotient et le reste de la division euclidienne de 96 par 7.

(2) La division euclidienne de 212 par 25 donne l'égalité:  $212 = (8 \times 25) + 12$ 

En déduire le quotient et le reste de la division euclidienne de 212 par 8.

	$\overline{}$
$\mathbf{F}$	26

L'égalité suivante est vraie:  $205 = (25 \times 7) + 30$ 

En déduire la division euclidienne de 205 par 7.

(2) L'égalité suivante est vraie:  $138 = (14 \times 12) - 30$ En déduire la division euclidienne de 138 par 12.

(3) L'égalité suivante est vraie:  $533 = (29 \times 17) + 40$ En déduire la division euclidienne de 533 par 17.

Indication: tous les résultats seront données sous la forme:  $Dividende = (Quotient \times Diviseur) + Reste$ 

### Algorithme de la division euclidienne

E.27

1) Nous voulons effectuer la division euclidienne de 4765 par 3.

C'est-à-dire savoir combien de fois l'entier 3 peut rentrer dans 4765.

Mais nous n'allons pas construire la table de multiplication de 3 jusqu'à dépasser 4765 pour répondre à cette question.

Nous utilisons d'abord la décomposition suivante de 4765:

4 Milliers + 7 Centaines + 6 Dizaines + 5 Unités

On suivra une à une les questions suivantes:

(a) Un "millier de 3" vaut: ......

Dans 4765, on fait rentrer fois 3000 représentant une valeur de .....

De 4765, il reste alors ......

b Une "centaine de 3" vaut: ......

Dans 1765, on fait rentrer ..... fois 300 représentant une valeur de .....

De 1765, il reste alors ......

c) Une "dizaine de 3" vaut: ......

Dans 265, on fait rentrer ..... fois 30 représentant

une valeur de .....

De 265, il reste alors ......

(d) De 25, on fait rentrer ..... fois 3 représentant une

valeur de ..... De 25, il reste alors ......

2 Récapitulons la question précédente dans le tableau ci-

dessous:

	Rentre	Reste
4765	Milliers de 3	
1765	Centaines de 3	
265	Dizaines de 3	
25	Unités de 3	

(3) On résume ce travail en complétant la phrase suivante:

"Dans 4765, il rentre . . . . . fois l'entier 3 et il reste....."

E.28

1 Compléter chacun des tableaux ci-dessous.

	Diviseur	Quotient	Reste
4360	3000		
1360	300		
160	30		
10	3		

(2) Donner le résultat de la division euclidienne de 4 360 par 3.

E.29

1 Compléter chacun des tableaux ci-dessous.

	Diviseur	Quotient	Reste
9451	3000		
451	300		
151	30		
1	3		

(2) Donner le résultat de la division euclidienne de 9451 par 3

E.30)

(1) Compléter chacun des tableaux ci-dessous.

	Diviseur	Quotient	Reste
5105	7000		
5105	700		
205	70		
65	7		

(2) Donner le résultat de la division euclidienne de 5105 par

E.31

- 1 Donner une division euclidienne par 8 dont le reste est égal à 3.
- 2 Donner une division euclidienne par 9 dont le quotient est 31 et dont le dividende n'est pas un multiple de 9.
- E.32 Donner une division euclidienne par 6 dont le quotient vaut 27 et tel que le dividende ne soit pas un multiple de 2.

## 7. Division euclidienne posée (diviseur à 1 chiffre)

E.33 Con considère les divisions euclidiennes posées cidessous:

Pour chacune de ces questions, écrire l'égalité qui découle de la division euclidienne:

 $dividente = (quotient \times diviseur) + reste$ 

E.34 Poser et effectuer les divisions euclidiennes suivantes:

- (a) 507 par 9
- (b) 1243 par 3

E.35

- 1) Poser et effectuer les divisions euclidiennes suivantes:
  - (a) 158÷7
- (b) 1257÷5
- 2 Donner chacun des résultats précédents sous la forme : Dividende = (quotient × diviseur) + reste.

E.36 Poser et effectuer les divisions euclidiennes suivantes:

- (a) 2150÷7
- b) 12642÷7

E.37 Poser et effectuer les divisions euclidiennes cidessous:

- a 5234÷4
- b 31 978÷7

Indication: on n'oubliera pas de donner le résultat sous la forme: Dividende =  $(Quotient \times Diviseur) + Reste$ 

E.38 Recopier et compléter convenablement les chiffres manquants dans les opérations ci-dessous:

E.39 Les divisions euclidiennes suivantes ont été posées, mais certaines informations ont été effacées. Seuls les restes, quotients et diviseurs sont encore affichés:

Déterminer le dividende de chacune de ces divisions.

## 8. Division euclidienne posée (diviseur à 2 chiffres)

E.40

1 Compléter la table de multiplication suivante:

	×13				
0	0	4		8	
1		5		9	
2		6		10	
3		7			

2 Poser la division euclidienne de 8 214 par 13, puis donner le résultat de cette division sous la forme:

 $Dividende = (Quotient \times Diviseur) + Reste$ 

E.41 (1) Compléter la table de multiplication suivante:

	×12				
0	0	4		8	
1		5		9	
2		6		10	
3		7			

2 Poser la division euclidienne de 10 243 par 12, puis donner le résultat de cette division sous la forme:

 $Dividende = (Quotient \times Diviseur) + Reste$ 

E.42

1 Compléter la table de multiplication suivante:

	×17				
0	0	4		8	
1		5		9	
2		6		10	
3		7			

2 Poser la division euclidienne de 8 222 par 17, puis donner le résultat de cette division sous la forme:

Dividende = (Quotient × Diviseur) + Reste

E.43

1 Recopier et compléter les divisions suivantes:

a 783	14	<b>b</b> 8 1 7	23
	55		35

2 Ecrire chacune des divisions ci-dessous sous la forme:

- $dividente = (quotient \times diviseur) + reste$
- E.44 Poser et effectuer les divisions euclidiennes suivantes:
  - (a) 1166 par 12
- **b** 1024 par 16

E.45 Poser et effectuer les divisions euclidiennes suivantes:

- (a) 884÷21
- b 1379÷21
- E.46 Poser et effectuer les divisions suivantes:
  - a 12814÷16
- b) 2820÷16

E.47 Poser et effectuer les divisions euclidiennes suivantes :

- a 4160÷18
- (b)  $16845 \div 15$

E.48 Poser et effectuer les divisions euclidiennes suivantes:

- a 14741÷17
- b 9336÷12

E.49 Poser et effectuer les divisions euclidiennes suivantes:

- a 16 098÷133
- b 71 703÷204

### . Problèmes avec division euclidienne

E.50

- 1) Effectuer la division euclidienne de 1482 par 7.
- 2 Combien de fois le nombre 7 rentre au maximum de fois dans 1482?

E.51 Un fermier ramasse les oeufs pondus par ses poules durant la nuit. Il en compte 748!

Il compte les ranger dans des boites contenant chacune une douzaine d'oeufs.

Il possède 65 boites.

- 1 Combien de boîtes complètes, le fermier pourra-t-il confectionner?
- 2 A-t-il suffisamment de boîtes pour ranger tous ses oeufs?

E.52 On considère l'égalité ci-dessous:  $5579 = (230 \times 24) + 59$ 

- 1 Cette égalité ne représente pas la division euclidienne de 5579 par 24, car le terme 59 est supérieur au diviseur. Écrire la division euclidienne de 5579 par 24.
- 2 Dans son magasin, Jean possède 5579 canettes; il organise celles-ci en palette de 24 canettes. Combien lui restera-t-il de canettes non-rangées?

E.53 Un commerçant achète un casier de 24 petits jus à  $5\,400\,FCFA$ .

- 1 Quel est le prix, pour le commerçant, d'achat d'un petit jus?
- 2 Sachant qu'il revend un petit jus à 300 FCFA, quel est le bénéfice réalisé par la vente d'un petit jus?
- 3 Quel est le bénéfice réalisé sur la vente d'un casier?

E.54 Giulia possède les 56 romans de la collection des "Arsène Lupins". Elle souhaite les ranger sur son étagère comprenant 4 plateaux de 65 cm chacun.

Tous ces romans ont 3 cm pour largeur.

- 1 Combien de romans peut-elle placer au maximum sur un plateau?
- 2 En remplissant au maximum les plateaux utilisés de son étagère:
  - (a) Combien de plateaux utilisera-t-elle?
  - b Combien de livres seront présents sur le dernier plateau utilisé?

E.55 Claire, la bibliothécaire, doit accueillir les cinq classes de sixième au CDI. Elle prépare l'espace de travail pour former le maximum de groupes de 6 personnes autour d'une table.

Chaque classe comporte exactement 26 élèves et chaque élève doit être à une table.

Sur chaque table de travail, elle dépose 7 manuels de différentes matières pour que les élèves effectuent leur recherche.

Combien de manuels doit-elle préparer pour cette séance de travail?

Toutes traces de recherche et de prise d'initiative même incomplète seront prises en compte dans l'évaluation. E.56 Un restaurateur possède un morceau de  $1,5\,kg$  de viande avec lequel il veut confectionner 12 brochettes de viandes. Le prix de la viande est de  $4\,400\,F$  par kilogramme et il souhaite réaliser  $200\,F$  de bénéfice par brochette.

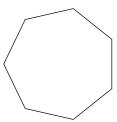
 $\bigcirc$  Déterminer le prix d'achat des 1,5 kg de viande.

(b) Quel est le prix de fabrication d'une brochette?

2 S'il vend toutes les brochettes, quel est le bénéfice total réalisé par le restaurateur.

E.57

1 L'heptagone régulier est un polygone à 7 sommets (donc 7 côtés) dont tous les côtés ont même longueur. Justifier qu'un heptagone, dont le périmètre à 56 cm, a tous ses côtés de longueur entière.



2 (a) Compléter les divisions euclidiennes ci-dessous où

sont indiqués les dividendes et les diviseurs:

•  $56 = \ldots \times 3 + \ldots$ 

•  $56 = \dots \times 4 + \dots$ 

•  $56 = \ldots \times 5 + \ldots$ 

•  $56 = \ldots \times 6 + \ldots$ 

•  $56 = \ldots \times 7 + \ldots$ 

b Parmi les polygones réguliers ci-dessous, lesquels ont un périmètre de 56 cm et leur mesure de leurs côtés, en centimètre, est une valeur entière:

#### Définition:

Nombre de côtés	Nom du polygone régulier			
3	triangle équilatéral			
4	carré			
5	pentagone régulier			
6	hexagone régulier			
7	heptagone régulier			

#### 10. Us-math

### E.58

Avec les notations américaines:
la division posée de 418 par 3 s'écrit 3
comme représentée ci-contre.
Cette division admet:

pour quotient : 139

pour reste : 1

- 9
2
- 2

En utilisant la notation américaine, poser les divisions suivantes:

(a) 153÷4

(b) 4928÷7

## 11. Division décimale périodique (période 1)

#### E.59

Définition/Notation: lors de la division décimale de deux entiers, il arrive qu'un groupe de chiffres se répète sans fin dans l'écriture du quotient. On dit alors que cette division donne l'écriture d'un développement décimal périodique.

Au lieu d'écrire une "infinité" de fois ce bloc de chiffres, on l'écrit une fois en surlignant celui-ci (pour indiquer cette répétition).

La division décimale de 11 par 15 admet le développement décimal périodique est :  $11 \div 15 = 0.7\overline{3}$ 

Établir que la division décimale de 2 par 15 admet le

développement décimal périodique :

$$2 \div 15 = 0.1\overline{3}$$

E.60 Donner le développement décimal périodique de la division décimale de 11 par 12.

E.61 Donner le développement décimal périodique de la division décimale de 13 par 18.

E.62 Donner le développement décimal périodique de la division décimale de 23 par 24.

E.63 Donner le développement décimal périodique de la division décimale de 11 par 96.

E.64 Donner le développement décimal périodique de la division décimale de 55 par 96.

#### 12. Division décimale périodique

- E.65 Donner le développement décimal périodique de la division décimale de 21 par 22.
- E.66 Donner le développement décimal périodique de la division décimale de 5 par 54.
- E.67 Donner le développement décimal périodique de la division décimale de 7 par 88.
- E.68 Donner le développement décimal périodique de la division décimale de 5 par 44.
- E.69 Donner le développement décimal périodique de la division décimale de 75 par 88.
- E.70 Donner le développement décimal périodique de la division décimale de 7 par 216.