



1. Recordatorios

E.8375 Completa las tablas de signos siguientes:

1) x	$-\infty$	$+\infty$
$1 - x$		
$2x + 1$		

altura 0.75pt

$(1-x)(2x+1)$

2) x	$-\infty$	$+\infty$
$x - 3$		
$-2x + 4$		

altura 0.75pt

$(x-3)(-2x+4)$

2. Tabla de variaciones

E.3080

Propuesta: tabla de variaciones de una función de segundo grado en función del coeficiente a del término de segundo grado:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
Variations de f		$-\frac{\Delta}{4a}$	
	$-\infty$		$-\infty$
Pour $a < 0$			

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
Variations de f	$+\infty$		$+\infty$
		$-\frac{\Delta}{4a}$	
Pour $a > 0$			

Elabora la tabla de variaciones de las funciones polinómicas de segundo grado siguientes:

a) $f(x) = 3x^2 - 3x + 2$ b) $g(x) = -x^2 - 2x + 3$

E.2976 Para cada una de las funciones, elabora la tabla de variaciones e indica las características de sus extremos:

a) $f : x \mapsto 2x^2 + 8x + 1$ b) $g : x \mapsto -x^2 + 2x + 1$

E.8380 Para cada una de las funciones, elabora la tabla de variaciones y da las características de su extremo:

ora la tabla de variaciones y da las características de su extremo:

1) $f(x) = -3x^2 + 9x - 2$ 2) $g(x) = 3x^2 + 2x + 2$

E.8522 Para cada una de las funciones, elabora la tabla de variaciones y da las características de su extremo:

1) $f : x \mapsto \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{4}x + 1$ 2) $g : x \mapsto -x^2 + 2\sqrt{3}x - 1$

E.4502

1) Consideremos la función f definida por:
 $f(x) = a \cdot x^2 + 3x + 2$ donde $a \in \mathbb{R}$

Sabiendo que su curva representativa pasa por el punto de coordenadas $A(-2; -12)$, determine la expresión completa de la función f .

2) Sea g la función cuya imagen de un número real x se define mediante:

$g(x) = 3x^2 + b \cdot x + 1$ donde $b \in \mathbb{R}$

Sabiendo que el vértice de la parábola representativa de la función g tiene como abscisa 1, determine la expresión completa de la función g .

3. Tabla de variaciones y raíces

E.2977 Sea h la función definida por la relación:

$h(x) = 4x^2 + 2x + 1$

1) Elabora la tabla de variaciones de la función h .

2) Justifica que la función h nunca se anula en $\mathbb{R}$.

E.8520 Sea f la función definida por la relación:

$f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

1) Elabora la tabla de variaciones de la función f .

2) Justifica que la función f se anula en dos valores.

E.8521    Sea g la función definida por la relación:

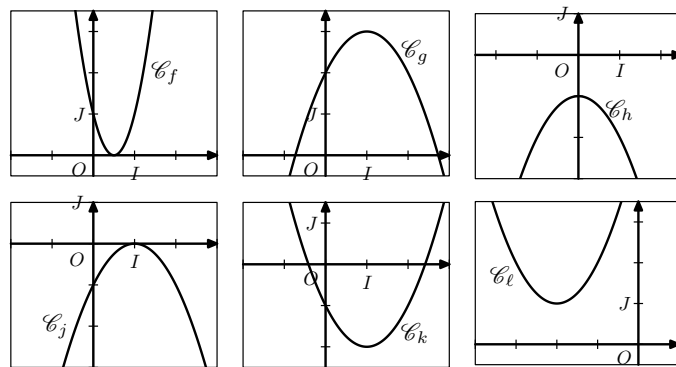
$$g(x) = -4x^2 + 4x - 1$$

- 1) Elabora la tabla de variaciones de la función g .
- 2) Justifica que la función g se anula en un único valor que especificaremos.

E.4469    Empareja cada uno de los polinomios que aparecen a continuación con su representación gráfica:

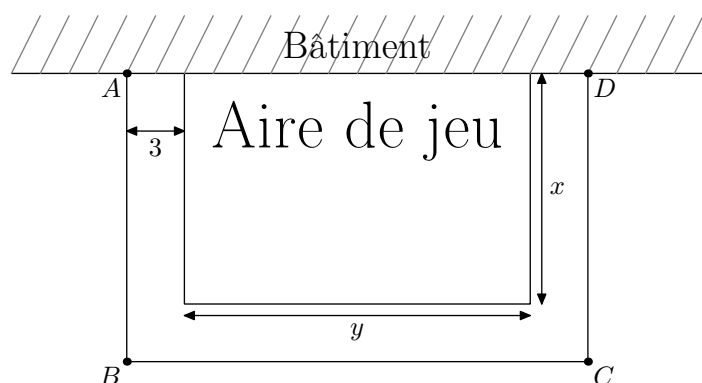
$$A = x^2 + 4x + 5 \quad ; \quad B = -x^2 + 2x + 2 \quad ; \quad C = 4x^2 - 4x + 1$$

$$D = -x^2 - 1 \quad ; \quad E = x^2 - 2x - 1 \quad ; \quad F = -x^2 + 2x - 1$$



4. Problemas y extremos

E.8379    Se quiere construir un área de juegos rectangular junto a un edificio. Además, queremos que las dimensiones de este rectángulo sean mayores o iguales a 10 m . Esta zona de juegos está rodeada por tres lados por una pasarela de anchura 3 m , como se muestra en el siguiente esquema.



El conjunto está vallado por tres lados $[AB]$, $[BC]$ y $[CD]$. Nos interesa la longitud $\mathcal{L}$ de la valla:

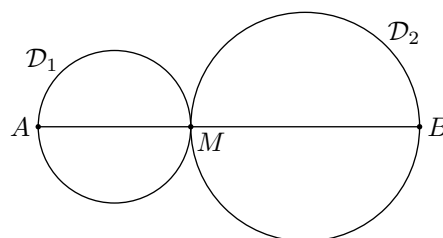
$$\mathcal{L} = AB + BC + CD.$$

Observamos x y y las dimensiones en metros del área de juego (el valor de x y y son necesariamente positivos).

Disponemos de 100 metros de valla que queremos utilizar en su totalidad:

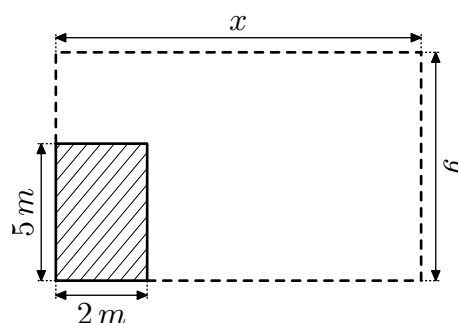
- 1) a) Expresa, en estas condiciones, el valor de y en función de x .
- b) Justifica que el valor de x debe ser menor que 44 .
- 2) Determina las dimensiones para que se utilicen los 100 metros de vallado y se maximice la superficie de juego.

E.8104    Consideremos un segmento $[AB]$ de longitud 1 m , un punto M perteneciente al segmento $[AB]$ y los dos discos $\mathcal{D}_1$ y $\mathcal{D}_2$ de diámetros $[AM]$ y $[MB]$ respectivamente.



Determinar el lugar o lugares del punto M tal que la suma de las áreas de los discos $\mathcal{D}_1$ y $\mathcal{D}_2$ sea mínima.

E.4867    Un granjero tiene en su campo un gallinero de forma rectangular y dimensiones 5 m y 2 m . Quiere construir un potrero como el de la figura siguiente con 17 m de vallado:



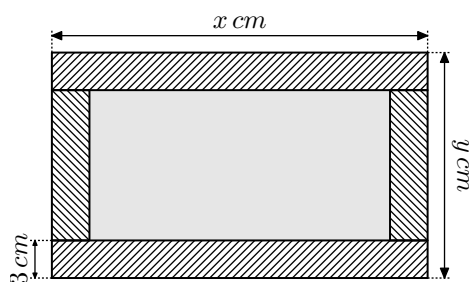
Los números x y y representan las dimensiones de este campo.

El gallinero está representado por la zona sombreada, la valla está representada por la línea de puntos y la zona exterior dedicada a las gallinas está representada por la zona blanca.

Anotamos $\mathcal{A}$ la superficie de la parte exterior.

- 1) Establece la siguiente relación entre x y y :
$$x + y = 12$$
- 2) Demuestra que el área del espacio exterior tiene la expresión: $\mathcal{A}(x) = -x^2 + 12x - 10$
- 3) Elabora la tabla de variaciones de la función $\mathcal{A}$ sobre $\mathbb{R}$.
- 4) Determina los valores de x y y para que la superficie del espacio exterior reservado a las gallinas sea máxima.

E.8381 🔧 🪚 📐 Un carpintero tiene un palo de madera de 100 centímetros de largo y 3 centímetros de ancho. Quiere utilizar toda la longitud del palo para hacer un marco de madera como el que se muestra a continuación:



Sea $\mathcal{A}(x)$ el área interna del marco en función de x .

- 1) Elabora la tabla de variaciones de la función $\mathcal{A}$.
- 2) Deduce las dimensiones del marco para que el área interior sea máxima.

5. Forma canónica y factorización

E.1829 🔧 🪚 📐 Considera el polinomio de segundo grado:

$$P = x^2 - 6x - 16$$

- 1) Determina la forma canónica del polinomio P .
- 2) Deduce la factorización: $P = (x - 8)(x + 2)$
- 3) Deduce que la tabla de signos:

x	$-\infty$	-2	8	$+\infty$	
$x^2-6x-16$	$+$	0	$-$	0	$+$

E.8373 🔧 🪚 📐 Consideremos la función f definida en $\mathbb{R}$ por la relación:

$$f(x) = 2 \cdot x^2 - 16 \cdot x + 30$$

- 1) Establecer que la función f admite como forma canónica: $f(x) = 2 \cdot [(x - 4)^2 - 1]$
- 2) Deduce la expresión de la función f , luego factoriza en la forma de dos factores de grado 1.

Pista: la función f admite una factorización de la forma: $f(x) = 2 \cdot (a \cdot x + b)(c \cdot x + d)$ donde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

- 3) Elabora la tabla de signos de la función f .

E.2249 🔧 🪚 📐 Consideremos la función f definida en $\mathbb{R}$ por la relación:

$$f(x) = 6x^2 - 9x - 6$$

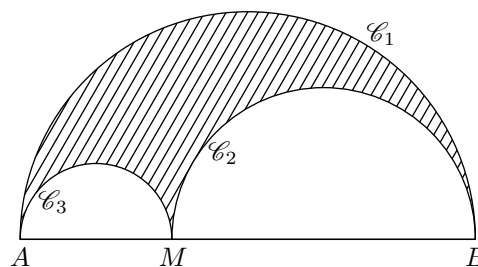
- 1) Demuestre que la expresión de $f(x)$ puede escribirse:

$$f(x) = 6 \left[\left(x - \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{25}{16} \right]$$

- 2) Observando que $\frac{25}{16} = \left(\frac{5}{4} \right)^2$, factoriza la expresión de la función f como dos factores de grado 1.

E.8430 🔧 🪚 📐 La figura siguiente está formada por el segmento $[AB]$ que mide 6 cm y un punto M plano en el segmento $[AB]$.

El semicírculo $\mathcal{C}_1$ (resp. $\mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3$) admite el segmento $[AB]$ (resp. $[MB], [AM]$) por diámetro.



Sea x la longitud del segmento $[AM]$. Determina para quelle(s) valeur(s) de x el área del dominio sombreado es máxima.

- 3) Elabora la tabla de signos de la función f .

E.6397 🔧 🪚 📐 Considera el polinomio de segundo grado:

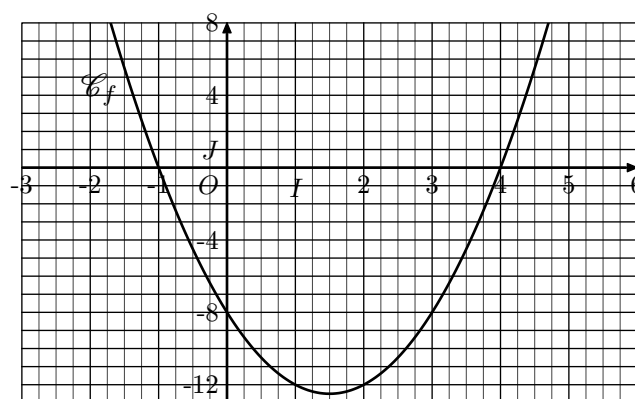
$$P = -2x^2 - 13x - 15$$

- 1) Determina la forma canónica del polinomio P .
- 2) Deduce la factorización: $P = (-2x - 3)(x + 5)$
- 3) Deduce que la tabla de signos del polinomio P

E.8374 🔧 🪚 📐 Consideremos la función f definida para cualquier $x \in \mathbb{R}$ por:

$$f(x) = 2 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 8$$

- 1) A continuación se da la curva $\mathcal{C}_f$ representativa de la función f en un sistema de referencia ortogonal $(O; I; J)$:



Conjetura la tabla de signos de la función f .

- 2) a) Determina la forma canónica y luego la forma factorizada de la función f .
- b) Establecer la tabla de signos de la función f .

6. Introducción: raíces, factorización y signos

E.10223    Consideremos el polinomio: $P = 3 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 18$

1 Determina las raíces del polinomio P .

Sean x_1 y x_2 las dos raíces del polinomio P .

2 a Expande la expresión $(x-x_1)(x-x_2)$.

b Deduce una factorización del polinomio P .

c Elabora la tabla de signos de la expresión P en $\mathbb{R}$.

E.10224    Considera el polinomio: $P = -9 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 15$

1 Determina las raíces del polinomio P .

Sean x_1 y x_2 las dos raíces del polinomio P .

2 a Expande la expresión $(x-x_1)(x-x_2)$.

b Deduce una factorización del polinomio P .

c Elabora la tabla de signos de la expresión P en $\mathbb{R}$.

E.10323    Consideremos el polinomio: $P = -2 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 16$

1 Determinar las raíces del polinomio P .

Indicación: Las raíces se expresarán en la forma " $a+b \cdot \sqrt{c}$ ", donde $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

Denotemos por x_1 y x_2 las dos raíces del polinomio P .

2 a Desarrollar la expresión $(x-x_1)(x-x_2)$.

b Deduzca una factorización del polinomio P .

c Elabore la tabla de signos de la expresión P sobre $\mathbb{R}$.

7. Factoring

E.2527   

Propuesta: La factorización de un polinomio $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ de segundo grado depende del valor de su discriminante Δ :

$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
Aucune factorisation	$a \cdot \left(x + \frac{b}{2 \cdot a}\right)^2$	$a \cdot (x - \alpha)(x - \beta)$ où α et β sont les deux racines du polynôme

Factoriza, si es posible, las siguientes expresiones:

a $x^2 - 3x + 2$

b $-2x^2 - 2x + 4$

c $-x^2 + 2x - 1$

d $4x^2 + x + 3$

E.9518    Expresa las siguientes expresiones en forma factorizada:

a $3 \cdot x^2 - 3 \cdot x - 6$

b $2 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 18$

E.9521    Factoriza, si es posible, los polinomios de segundo grado siguientes:

a $x^2 + 2x + 1$

b $3x^2 - 4x + 2$

c $-3x^2 + 4x - 1$

Sugerencia: presentar los resultados como:

$(a \cdot x + b)(c \cdot x + d)$ ou $(a \cdot x + b)^2$ con $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$

E.9520    Factoriza, si es posible, las siguientes expresiones:

a $8x^2 - 24x + 18$

b $3x^2 + x + 1$

c $-4x^2 + x + 3$

Sugerencia: presentar los resultados como:

$(a \cdot x + b)(c \cdot x + d)$ ou $(a \cdot x + b)^2$ con $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$

E.8427    Factoriza las siguientes expresiones:

a $6 \cdot x^2 - 7 \cdot x - 3$

b $4 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 9$

Sugerencia: presentar los resultados como:

$(a \cdot x + b)(c \cdot x + d)$ ou $(a \cdot x + b)^2$ con $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$

E.10594    Factoriza, si es posible, cada uno de los polinomios que aparecen a continuación:

a $3x^2 - 12x + 12$

b $-5x^2 + 2x - 1$

c $6x^2 + x - 15$

E.8290    Factoriza las siguientes expresiones:

a $4x^2 + 4x - 5$

b $x^2 - 2x - 4$

Indicación: simplificaremos al máximo la expresión factorizada de estos polinomios, prestando especial atención a la expresión de sus raíces.

E.10579    Factoriza las siguientes expresiones:

a $2x^2 - 6x + 2$

b $-x^2 - 4x + 8$

Indicación: simplificaremos al máximo la expresión factorizada de estos polinomios, prestando especial atención a la expresión de sus raíces.

E.10595    Factorizar la expresión: $A = 12x^2 + 12x - 3$

Indicación: se factoriza la expresión en la forma:

$A = (2x + \alpha)(6x + \beta)$

donde α y β son dos números reales.

E.8376   

- 1 Factorizar la expresión: $-2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 5$.
- 2 Para cada propuesta, solo hay una respuesta correcta. Marque la casilla correspondiente.

Indicación: se utilizará el resultado de la pregunta

1

- a La forma factorizada de $-x^2 - \frac{3}{2} \cdot x + \frac{5}{2}$ es:

☐ $(x+5)(1-x)$ ☐ $\left(x + \frac{5}{2}\right)(1-x)$

8. Factorizaciones (grado 3)

E.9527    Consideremos la función f definida en $\mathbb{R}$ por la relación:

$$f(x) = x^3 - 7 \cdot x - 6$$

- 1 Comprueba que el número 3 es un cero de la función f .

Indicación: el polinomio $x^3 - 7 \cdot x - 6$ admite el número 3 como raíz. Por lo tanto, admite una factorización de la forma:

$$x^3 - 7 \cdot x - 6 = (x-3)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c) \quad \text{donde } a, b, c \in \mathbb{R}$$

- 2 a Para a, b, c números reales, comprueba la siguiente identidad:

$$(x-3)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c) = a \cdot x^3 + (b-3a) \cdot x^2 + (c-3b) \cdot x - 3c$$

☐ $(x+5)\left(1 - \frac{1}{2} \cdot x\right)$ ☐ $\left(x + \frac{5}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x\right)$

- b La forma factorizada de $-2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 5 + (1-x)$ es:

☐ $(2 \cdot x + 5)(1-x)$ ☐ $(2 \cdot x + 5) \cdot x$

☐ $(2 \cdot x + 6)(1-x)$ ☐ $(2 \cdot x + 6)(2-x)$

- c La forma factorizada de $-2 \cdot (x+1)^2 - 3 \cdot (x+1) + 5$ es:

☐ $(2 \cdot x + 6)(1-x)$ ☐ $(2 \cdot x + 6)(2-x)$

☐ $-(2 \cdot x + 7) \cdot x$ ☐ $(2 \cdot x + 7)(2-x)$

- b Determinar los valores de a y b que verifican:

$$a=1 \quad ; \quad b-3a=0 \quad ; \quad c-3b=-7 \quad ; \quad -3c=-6$$

- c Deduzca la forma factorizada de la función f en factores de grado 1.

E.9522    Consideremos la función f definida en $\mathbb{R}$ cuya expresión es:

$$f(x) = 2 \cdot x^3 - 7 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 3$$

- 1 Determina los números reales a, b, c que logran la igualdad:

$$f(x) = (2 \cdot x - 3)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c)$$

- 2 Deduce la forma factorizada de la función f como producto de factores de grado 1.

9. Tabla de signos

E.2277   

La tabla de signos de un polinomio de segundo grado depende del signo del coeficiente a del término de segundo grado y del signo del discriminante Δ .

Las seis posibilidades se representan a continuación:

	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$ α et β sont les deux racines
$a > 0$	Signes $\begin{array}{ c c c } \hline -\infty & & +\infty \\ \hline & + & \\ \hline \end{array}$	Signes $\begin{array}{ c c c } \hline -\infty & -b/2a & +\infty \\ \hline & + & \\ \hline \end{array}$	Signes $\begin{array}{ c c c c } \hline -\infty & \alpha & \beta & +\infty \\ \hline & + & - & + \\ \hline \end{array}$
$a < 0$	Signes $\begin{array}{ c c c } \hline -\infty & & +\infty \\ \hline & - & \\ \hline \end{array}$	Signes $\begin{array}{ c c c } \hline -\infty & -b/2a & +\infty \\ \hline & - & \\ \hline \end{array}$	Signes $\begin{array}{ c c c c } \hline -\infty & \alpha & \beta & +\infty \\ \hline & - & + & - \\ \hline \end{array}$

Establezca la tabla de signos de los siguientes polinomios de segundo grado:

a $x^2 + 3x + 4$ b $4x^2 + 3x - 10$ c $4x^2 - 16x + 16$

E.5712    Elabora la tabla de signos de las siguientes expresiones:

a $3x^2 + 4x - 4$ b $-4x^2 + 2x + 6$

10. Tabla de signos e inecuación

E.10597    Dibuja, en $\mathbb{R}$, la tabla de signos de cada una de las siguientes funciones definidas en $\mathbb{R}$:

a $f(x) = 5x^2 - 4x + 1$ b $g(x) = -3x^2 + 7x + 20$

E.10580    Elabora la tabla de signos de las siguientes expresiones en $\mathbb{R}$:

a $2x^2 + 11x + 5$ b $-3x^2 + 4x + 4$

E.6505     Elabora la tabla de signos de cada una de las expresiones siguientes:

a $2 \cdot x^2 + 9 \cdot x + 10$ b $12x^2 - 31x + 20$ c $-5x^2 - 3x - 1$

E.8377    Establecer la tabla de signos de los polinomios de segundo grado siguientes:

a $-x^2 + 2x + 6$ b $2x^2 - 8x - 8$

Indicación: se indicarán las raíces de los polinomios en la forma: $a+b\sqrt{c}$ donde $a, b \in \mathbb{R}$ y $c \in \mathbb{R}_+^*$.

E.4460    Resuelve las siguientes inecuaciones:

(a) $x^2 - x - 2 < 0$ (b) $-9x^2 + 12x - 4 \leq 0$

E.8378    Resuelve las siguientes inecuaciones:

(a) $-4x^2 + 2x + 2 \geq 0$ (b) $3 \cdot x^2 + x + 1 < 0$

E.8428    Resuelve las siguientes inecuaciones:

(a) $-2 \cdot x^2 + x + 3 < 0$ (b) $3 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 3 \geq 0$

E.10581    Resuelve las siguientes ecuaciones:

(a) $x^2 - 3x + 2 > 0$ (b) $5x^2 + 4x - 1 < 0$

E.9519    Resuelve las inecuaciones:

(a) $6 \cdot x^2 + x - 1 \geq 0$ (b) $-x^2 + x - 3 > 0$

E.9436    Resuelve las siguientes ecuaciones:

(a) $-10x^2 - 13x + 3 \geq 0$ (b) $(3x + 1)(x^2 + x + 1) < 0$

E.9437    Resuelve la inecuación: $2x^2 - 8x + 2 \geq 0$

11. Tabla de signos e inecuación (grado 3)

E.9523    Consideremos la función f definida en $\mathbb{R}$ por la relación:

$$f(x) = x^3 - 4 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 16$$

1 Comprueba que el número 2 es un cero de la función f .

Indicación: el polinomio $x^3 - 4 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 16$ admite el número 2 como raíz. Por lo tanto, admite una factorización de la forma:

$$x^3 - 4 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 16 = (x - 2)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c) \quad \text{donde } a, b, c \in \mathbb{R}$$

2 (a) Para a, b, c números reales, comprueba la siguiente identidad:

$$(x - 2)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c) = a \cdot x^3 + (b - 2a) \cdot x^2 + (c - 2b) \cdot x - 2c$$

(b) Determinar los valores de a y b que verifican:

$$a = 1 \quad ; \quad b - 2a = -4 \quad ; \quad c - 2b = -4 \quad ; \quad -2c = 16$$

Proponer una forma factorizada de la función f .

(c) Establecer la tabla de signos de la función f .

E.1643    Considera el polinomio $\mathcal{P}$ cuya expresión es:

$$\mathcal{P} = 2 \cdot x^3 + 7 \cdot x^2 - 7 \cdot x - 12$$

1 Establece la siguiente factorización donde b es un número real a determinar:

$$\mathcal{P} = (x + 1) \cdot (2 \cdot x^2 + b \cdot x - 12)$$

2 Deduce la tabla de signos del polinomio $\mathcal{P}$.

E.1158    Considera el polinomio de tercer grado:

$$\mathcal{P} = 3x^3 + 5x^2 - 5x + 1$$

Sabemos que el polinomio $\mathcal{P}$ admite una factorización de la forma:

$$\mathcal{P} = (3x - 1)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c)$$

1 Determina los valores de a, b, c verificando esta factorización.

2 Deduce el conjunto de raíces del polinomio $\mathcal{P}$.

3 Elabora la tabla de signos de $\mathcal{P}$.

E.2965   

1 (a) Establece que el polinomio $P(x) = 2x^2 - x + 1$ es estrictamente positivo en $\mathbb{R}$.

(b) Deduce el signo del polinomio:

$$Q(x) = (2x^2 - x + 1)^2 + 3 \cdot (2x^2 - x + 1) + 1$$

2 (a) Dar la forma expandida reducida del polinomio Q .

(b) Justifique que la ecuación siguiente no admite solución:

$$4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 5 = 0$$

E.4615   

1 Establece la siguiente igualdad:

$$\begin{aligned} &(-2 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 2)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c) \\ &= -2ax^4 + (4a - 2b)x^3 + (-2c + 4b - 2a)x^2 + (4c - 2b)x - 2c \end{aligned}$$

2 Dar, sin justificar, los valores de a, b, c que alcancen la siguiente igualdad:

$$\begin{aligned} &(-2x^2 + 4x - 2)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c) \\ &= -18 \cdot x^4 + 18 \cdot x^3 + 14 \cdot x^2 - 10 \cdot x - 4 \end{aligned}$$

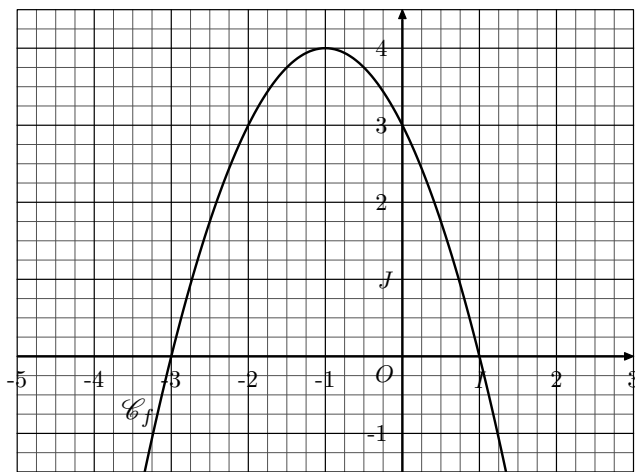
3 Elabora la tabla de signos de la función f definida en $\mathbb{R}$ por: $f(x) = -18 \cdot x^4 + 18 \cdot x^3 + 14 \cdot x^2 - 10 \cdot x - 4$

12. Posiciones relativas de las curvas

E.5742    Consideremos la función f definida en $\mathbb{R}$ por la relación:

$$f(x) = -x^2 - 2x + 3.$$

A continuación se da la curva $\mathcal{C}_f$ representativa de la función f en un sistema de referencia $(O; I; J)$ ortonormal:

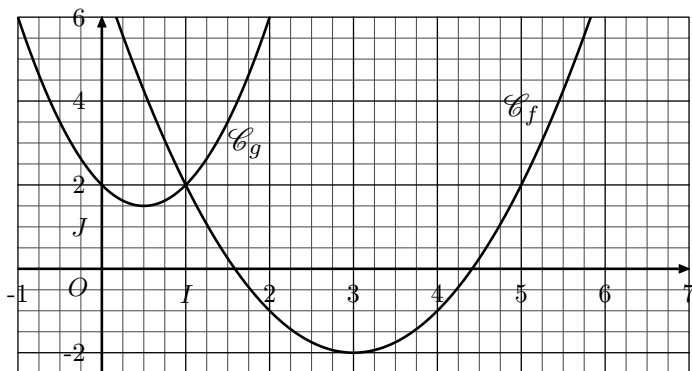


Consideremos la función afín g definida por la relación:
 $g(x) = -x + 1$

- 1 Dibuja en el sistema de referencia inferior la recta (d) representativa de la función g .
- 2 a Dibuja la tabla de signos de la expresión:
 $f(x) - g(x)$.
- b Deduces la posición relativa de las curvas $\mathcal{C}_g$ y $\mathcal{C}_f$ en $\mathbb{R}$.

E.6506 Consideremos las dos funciones f y g definidas en $\mathbb{R}$ por:
 $f(x) = x^2 - 6x + 7$; $g(x) = 2x^2 - 2x + 2$

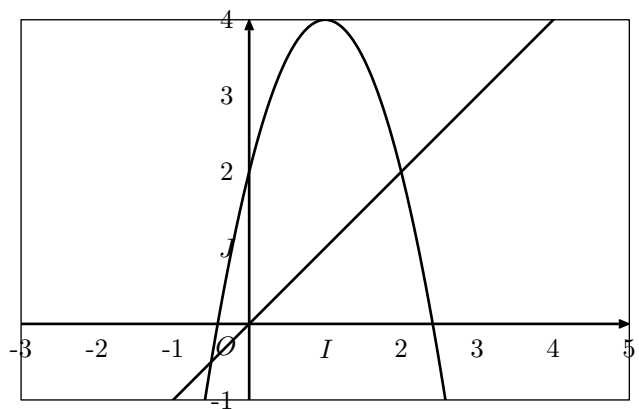
En el plano provisto de un sistema de referencia ortogonal ($O; I; J$), damos las curvas $\mathcal{C}_f$ y $\mathcal{C}_g$ representativas de las funciones f y g respectivamente.



Determina la posición relativa de las curvas $\mathcal{C}_f$ y $\mathcal{C}_g$.

E.5054 Consideremos la función f cuya imagen de cualquier número real x está definida por la relación:
 $f(x) = -2x^2 + 4x + 2$.

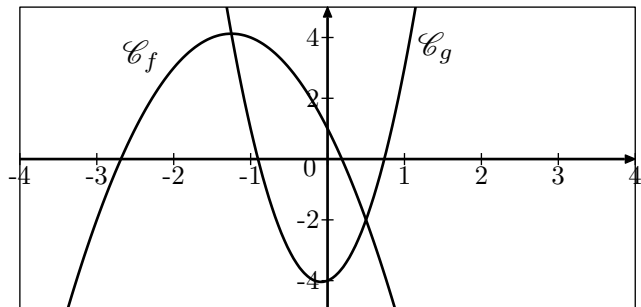
En el plano provisto de un sistema de referencia ($O; I; J$), consideremos la curva $\mathcal{C}$ representativa de la función f y la recta (Δ) primera bisectriz del plano con ecuación $y = x$.



Investiga algebraicamente la posición relativa de la curva $\mathcal{C}_f$ y la recta (Δ).

E.7105 En el plano provisto de un sistema de referencia ($O; I; J$), consideremos las curvas $\mathcal{C}_f$ y $\mathcal{C}_g$ representativas de las funciones f y g definidas por:
 $f(x) = -2x^2 - 5x + 1$; $g(x) = 6x^2 + x - 4$

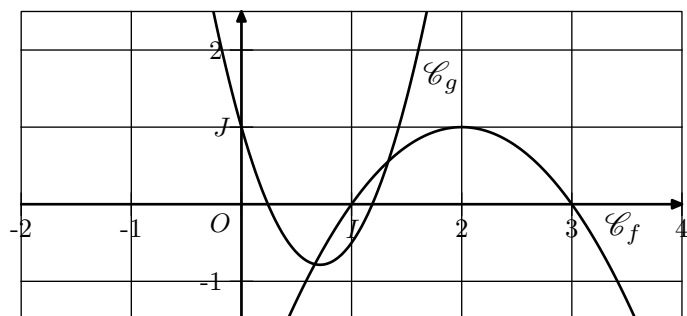
A continuación se muestra una representación gráfica de estas dos curvas:



Determina la posición relativa de estas dos curvas.

E.7084 En el plano provisto de un sistema de referencia ($O; I; J$), consideremos las curvas $\mathcal{C}_f$ y $\mathcal{C}_g$ representativas de las funciones f y g definidas por:

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3 \quad ; \quad g(x) = \frac{7}{2}x^2 - 5x + 1$$



Determina la posición relativa de estas dos curvas.

13. Posiciones relativas de las curvas (grado 3)

E.9524 Consideremos las dos funciones f y g definidas en $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ por las relaciones:

$$f(x) = \frac{5}{4x^2 + 1} \quad ; \quad g(x) = -x + 2$$

Estudiar la posición relativa de las curvas $\mathcal{C}_f$ y $\mathcal{C}_g$ representativas respectivamente de las funciones f y g .

14. Problemas y desigualdades

E.8383

Considera la siguiente figura formada por:

- $AEFG$ el cuadrado,
- de dos rectángulos $ABCD$ y $CIFH$.

Los puntos B, D, I, H pertenecen a los lados del cuadrado $AEFG$.

Considera el área sombreada que se muestra al lado y anota su área $\mathcal{A}$:

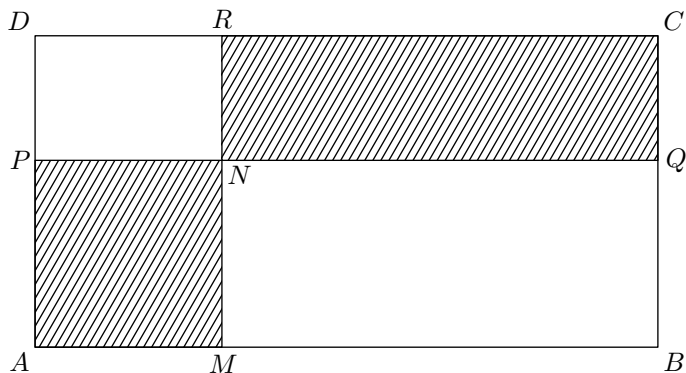
(las medidas están en centímetros)

Determina el conjunto de valores de x que logran la ecuación:

$$\mathcal{A} \geq \frac{37}{4}$$

Cualquier rastro de investigación o de toma de iniciativa se tendrá en cuenta en la evaluación..

E.6443 Considere la siguiente configuración en la que:



donde:

- los cuadriláteros $ABCD$ y $CRNQ$ son rectángulos y $AMNP$ es un cuadrado
- los puntos M, Q, R, P pertenecen a los segmentos $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ respectivamente.
- $AB = 10 \text{ cm}$ y $AD = 5 \text{ cm}$.

Sea x la longitud del segmento $[AM]$ y sea $\mathcal{A}$ el área de la parte no eclosionada de esta figura:

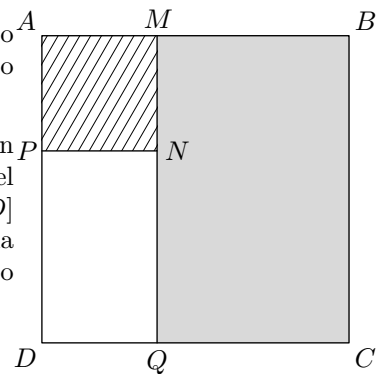
- Demuestra que el área $\mathcal{A}$ se expresa en función de x mediante:

$$\mathcal{A} = -2 \cdot x^2 + 15 \cdot x$$
- Resuelve la ecuación $\mathcal{A} = 27$
 - Determina las posiciones del punto M para que el área no eclosionada tenga un área mayor o igual que 27 cm^2 .
- Análogamente, determina las posiciones del punto M para que el área no eclosionada tenga un área mayor o igual que 18 cm^2 .

E.8429

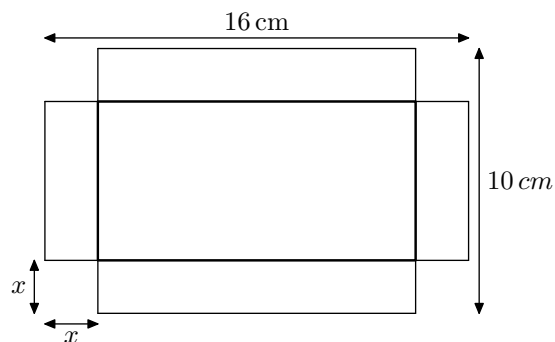
Considera la figura de al lado donde $ABCD$ es un cuadrado cuyos lados miden 5 cm .

Considera un punto M en P el segmento $[AB]$ y sitúa el punto P en el segmento $[AD]$ y los puntos N y Q de forma que $AMNP$ sea un cuadrado y $BCQM$ un rectángulo.



Sea x la medida del segmento $[AM]$. Determinar el conjunto de valores de x para que el área del cuadrado $AMNP$ sea estrictamente mayor que el área del rectángulo $BCQM$.

E.8382 Queremos construir, a partir del patrón que se muestra a continuación, una caja rectangular sin tapa. Las longitudes se expresan en cm .

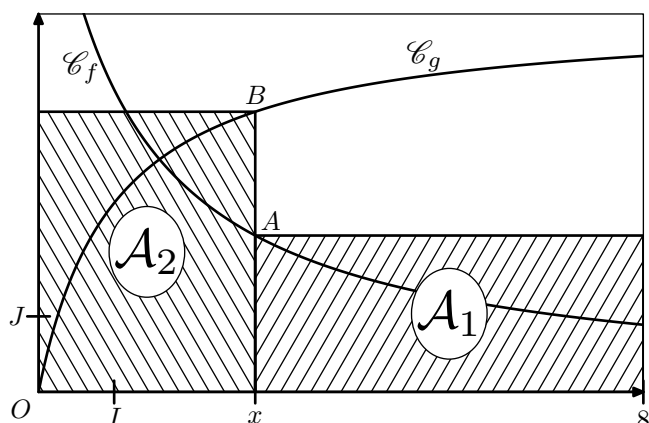


- Cuando se construya la caja, ¿qué dimensión representará el número x ? ¿La longitud, la anchura o la altura?
 - ¿Qué valores puede tomar la variable x en este problema?
 - Expresa el volumen $\mathcal{V}$ en función del valor de x .
- En esta pregunta, buscamos para qué valores de " x " esta caja tiene un volumen igual a 144 cm^3 :
 - Determinar el valor de los números reales de a y b que verifican la siguiente factorización:

$$4x^3 - 52x^2 + 160x - 144 = (a \cdot x + b)(2x - 4)^2$$
 - Deducir los valores de x para los que $\mathcal{V}(x)$ tiene un valor de 144.

E.2956 🔑 🍷 📖 En el plano provisto de un sistema de coordenadas ortonormales $(O; I; J)$, consideramos la representación de las dos funciones f y g cuya imagen de x se define por:

$$f(x) = \frac{8}{x+1} \quad ; \quad g(x) = \frac{-6}{x+1} + 6$$



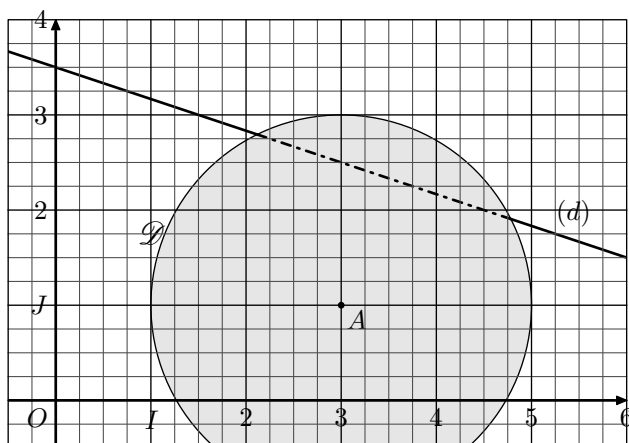
El número x pertenece al intervalo $[0; 8]$. Consideramos los puntos A y B de abscisa x que pertenecen respectivamente a las curvas representativas $\mathcal{C}_f$ y $\mathcal{C}_g$.

Paralelamente a los ejes, se construyen dos rectángulos representados arriba; se anotan $\mathcal{A}_1$ y $\mathcal{A}_2$ cada uno de sus áreas.

- 1) Determinar la expresión de las áreas $\mathcal{A}_1$ y $\mathcal{A}_2$ en función del valor de x .
- 2) Determinar para qué valores de x se tiene: $\mathcal{A}_2 \geq \mathcal{A}_1$

15. Problemas, desigualdades y raíces cuadradas

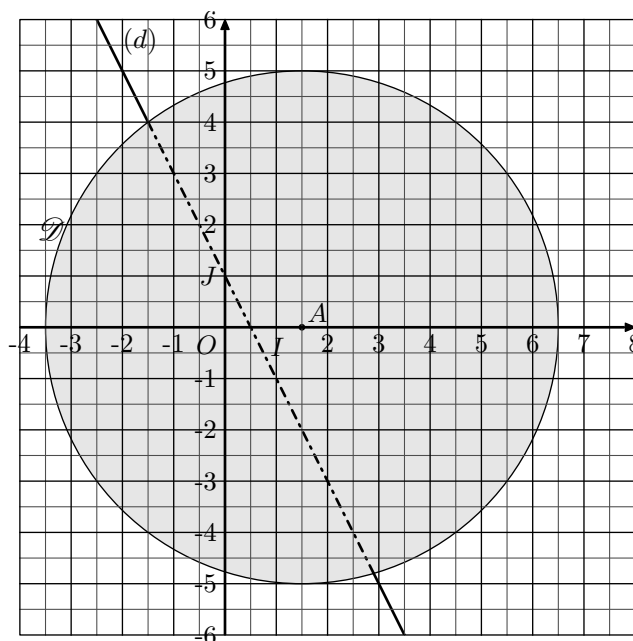
E.8105 🔑 🍷 📖 En el plano provisto de un sistema de referencia $(O; I; J)$, consideremos el disco $\mathcal{D}$ de centro $A(3; 1)$ y de radio 2 y la recta (d) que pasa por los puntos $B(0; 3,5)$ y $C(1,5; 3)$:



Determina el conjunto de abscisas de los puntos de la recta (d) incluidos en el disco $\mathcal{D}$.

Pista: nos interesará el conjunto de puntos M de la recta (d) tales que $AM^2 \leq 4$

E.8110 🔑 🍷 📖 En el plano provisto de un sistema de referencia $(O; I; J)$, consideremos el disco $\mathcal{D}$ de centro $A\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ y radio 5 y la recta (d) que pasa por los puntos $B(-2; 5)$ y $C(1; -1)$:



Determina el conjunto de abscisas de los puntos de la recta (d) incluidos en el disco $\mathcal{D}$.

Pista: nos interesará el conjunto de puntos M de la recta (d) tales que $AM^2 \leq 25$.

E.5821 🔑 📐 Consideremos la función f cuya imagen de un número x está definida por:

$$f(x) = \frac{2}{x - \sqrt{-x^2 + 6x - 8}}$$

- 1 a Resuelve la inecuación: $-x^2 + 6x - 8 \geq 0$.

b Demuestra que la siguiente ecuación no tiene solución:
 $x = \sqrt{-x^2 + 6x - 8}$

c Dar el conjunto definidor $\mathcal{D}_f$ de la función f

- 2 Demuestra que la función f es positiva en su conjunto definidor.

16. Fracciones racionales y simplificaciones

E.7154 🔑 📐 Consideremos la función f definida por: $f(x) = x^2 - 6x - 7$

- 1 Determina la forma factorizada de la función f .
 2 Consideremos la función g definida en $\mathbb{R} \setminus \{3; 7\}$ por:

$$g(x) = \frac{x^2 - 6x - 7}{(x - 3)(x - 7)}$$

- a Simplifica la expresión de la función g .
 b Elabora la tabla de signos de la función g .

E.7102 🔑 📐 Simplifica la siguiente fracción racional:

$$\frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 3x - 2}$$

E.2528 🔑 📐 Simplifica la expresión de las fracciones racionales siguientes:

ciones racionales siguientes:

a $\frac{3x - 1}{3x^2 + 2x - 1}$ b $\frac{6x^2 - 5x + 1}{1 - 4x^2}$

E.2746 🔑 📐 Consideremos la función f cuya imagen de x está definida por la fracción racional siguiente:

$$f(x) = \frac{8x^2 + 6x - 5}{14x^2 - 13x + 3}$$

Da el conjunto de definición de la función f , luego determina, si existe, la forma simplificada de $f(x)$.

E.7103 🔑 📐 Simplifica la siguiente expresión racional:

$$\frac{3x^2 - 6x - 6}{x^2 - (\sqrt{3} + 2)x + (\sqrt{3} + 1)}$$

17. Tabla de variaciones y tabla de signos

E.2276 🔑 📐 Consideremos las funciones f y g definidas sobre $\mathbb{R}$ definidas por las relaciones:

$$f(x) = x^2 + x + 1 \quad ; \quad g(x) = -2x^2 - 3x + 5$$

- 1 Elabora la tabla de variaciones de cada una de estas funciones.

- 2 Elabora la tabla de signos de cada una de estas funciones.

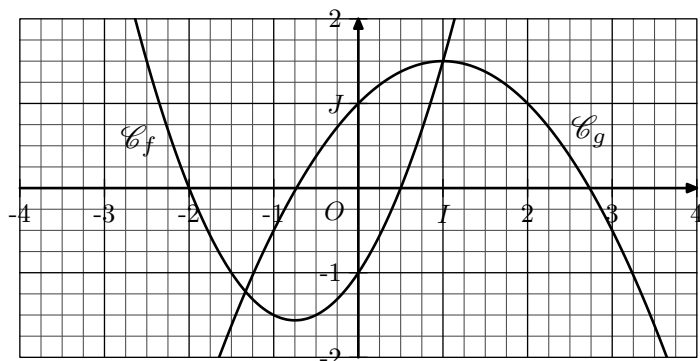
E.7083 🔑 📐 Determina la tabla de signos de las siguientes expresiones en $\mathbb{R}$:

a $2x^2 - 3x - 2$ b $(2x + 1)(3x^2 - 2x - 1)$

18. Compartir

E.2973 🔑 📐 En el plano provisto de un sistema de referencia $(O; I; J)$, consideremos las curvas $\mathcal{C}_f$ y $\mathcal{C}_g$ representativas de las funciones f y g definidas por:

$$f(x) = x^2 + \frac{3}{2}x - 1 \quad ; \quad g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1$$



Las preguntas siguientes se responderán algebraicamente:

- 1 Determinar los ceros de las funciones f y g . (es decir, los antecedentes de 0 por cada una de estas dos funciones)
 2 Determina, algebraicamente, la posición relativa de las curvas $\mathcal{C}_f$ y $\mathcal{C}_g$.

E.2279 🔑 📐 Consideremos la parábola $\mathcal{P}$ con ecuación $y = x^2 - x - 10$ y la recta $\mathcal{D}$ con ecuación $y = 2x - 1$.

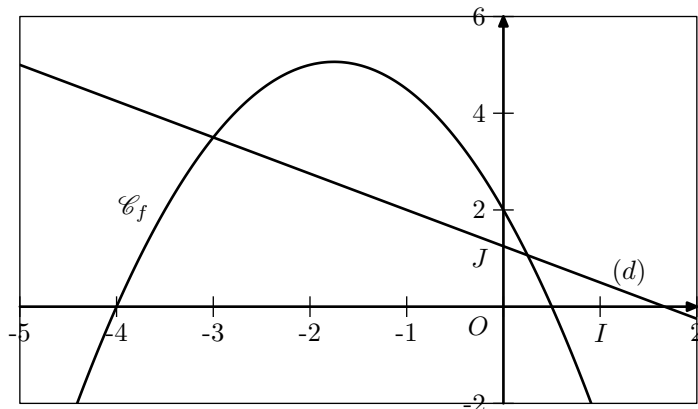
- 1 Determina las coordenadas de los puntos de intersección de $\mathcal{D}$ y $\mathcal{P}$.
 2 Dar los valores de x para los que el punto $\mathcal{P}$ con abscisa x queda por encima del punto de $\mathcal{D}$ con la misma abscisa.

19. Ejercicios no clasificados

E.4614    Consideremos la función f definida en $\mathbb{R}$ por la relación:

$$f(x) = -x^2 - \frac{7}{2}x + 2$$

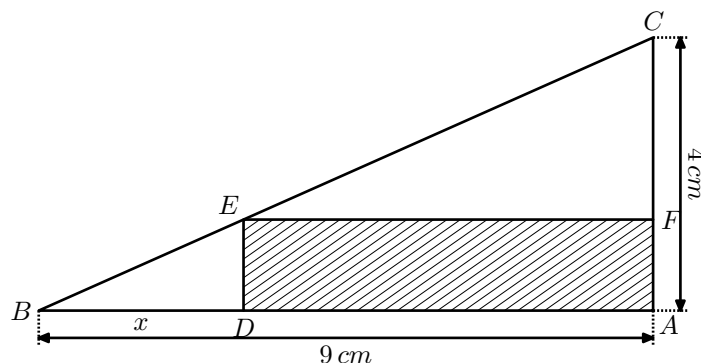
En el plano provisto de un sistema de referencia $(O; I; J)$ ortonormal, viene dada la curva $\mathcal{C}_f$ representativa de la función f y la recta (d) de ecuación: $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$



- 1 a Determinar las coordenadas de los puntos de intersección de la curva $\mathcal{C}_f$ con el eje x .
- b Determina las coordenadas del punto de intersección de la curva $\mathcal{C}_f$ con el eje y .
- 2 Determina la posición relativa de las curvas $\mathcal{C}_f$ y (d) en $\mathbb{R}$.

E.11675    Consideremos el triángulo ABC rectángulo en A tal que:

$$AB = 9 \text{ cm} \quad ; \quad AC = 4 \text{ cm}$$



Considera un punto D perteneciente al segmento $[AB]$ y anota x la longitud del segmento $[BD]$. A partir del punto D se construye un rectángulo $DEFA$ tal que:

$$E \in [BC] \quad ; \quad F \in [AC]$$

El área del rectángulo $DEFA$ es $\mathcal{A}$.

- 1 a Determina la expresión de la longitud FA en función de x .
- b Justifica, brevemente, que el número real x pertenece al intervalo $[0; 9]$.
- 2 Establece que el área $\mathcal{A}$ se expresa en función de x mediante:

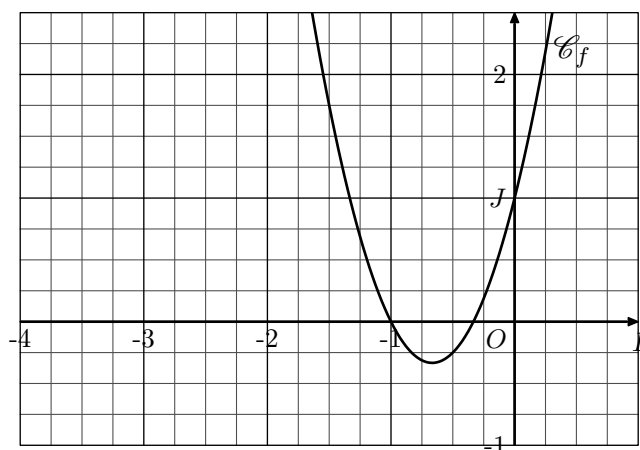
$$\mathcal{A}(x) = 4x - \frac{4}{9}x^2$$
- 3 a Elabora la tabla de variaciones de la función $\mathcal{A}$ sobre el intervalo $[0; 9]$.
- b ¿Cuál es el área máxima que alcanza el área $\mathcal{A}$?
- 4 Deseamos conocer los valores de x para los que el área $\mathcal{A}$ es mayor o igual que 5 cm^2 :
 - a Establece la siguiente factorización:

$$-4x^2 + 36x - 45 = (2x - 15)(3 - 2x)$$
 - b Resuelve la inecuación: $\mathcal{A}(x) \geq 5$.

E.7329    Consideremos la función f definida en $\mathbb{R}$ por la relación:

$$f(x) = 3x^2 + 4x + 1.$$

A continuación se da la curva representativa $\mathcal{C}_f$ de la función f en un $(O; I; J)$ sistema de referencia ortonormal:

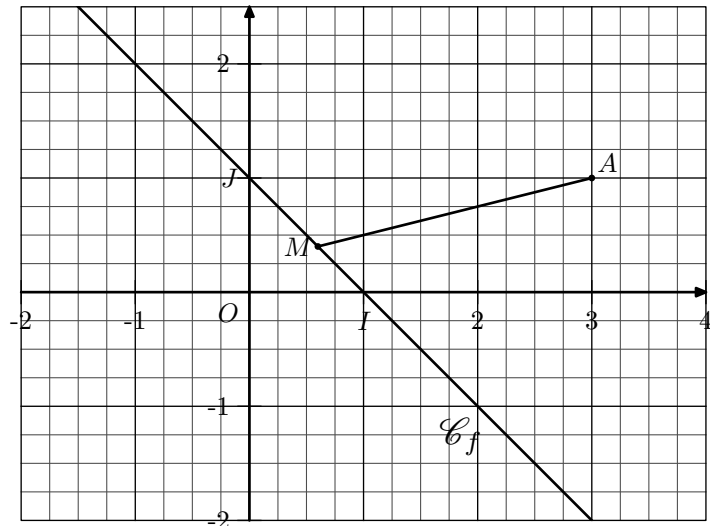


- 1 Consideremos la recta (d) que pasa por los puntos $A(-3; 2)$ y $B(-2; 1)$.
 - a Dibuja la recta (d) en el marcador de abajo.
 - b Determina la ecuación reducida de la recta (d) .
- 2 Determina la posición relativa de la curva $\mathcal{C}_f$ y la recta (d) .

E.2838    Consideremos la función f definida por la relación:

$$f(x) = -x + 1.$$

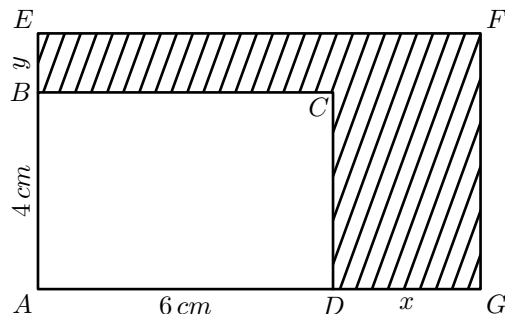
La representación gráfica se da a continuación:



Considera el punto A de coordenadas $(3; 1)$ y M un punto de la curva $\mathcal{C}_f$.

Determina la posición del punto M en $\mathcal{C}_f$ de forma que la longitud AM sea mínima.

E.10596   Sea $ABCD$ un rectángulo de dimensiones 6 cm y 4 cm . Consideremos los puntos E y G , situados fuera del rectángulo $ABCD$, que pertenecen respectivamente a las semirrectas $[AB)$ y $[AD)$, y el punto F , de modo que el cuadrilátero $AGFE$ sea un rectángulo.



Denotamos por x y y las dos distancias siguientes:

$$x = DG \quad ; \quad y = BE$$

Se impone que los puntos E y G formen un rectángulo $AEFG$ cuyo perímetro sea 28 cm .

- 1
 - a Demuestre que la longitud y se expresa en función de x mediante: $y = 4 - x$
 - b Deduzca los valores posibles de x .

Denotemos por $\mathcal{A}$ el área de la parte sombreada (la del polígono $BEFGDC$).

- 2 Establecer que el área de la parte sombreada se escribe en función de x se obtiene mediante la igualdad: $\mathcal{A}(x) = -x^2 + 2x + 24$
- 3 Elaborar la tabla de variaciones de la función $\mathcal{A}$ sobre $[0; 4]$. (Se indicará el valor del extremo local).
- 4 ¿Cuál es el valor del área máxima de la parte sombreada? ¿Para qué valores de x se alcanza?