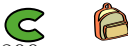


1. Recordatorios: probabilidades

E.7117  La tabla siguiente ofrece, según una muestra de 800 personas encuestadas en 2005, una visión general de la lectura de la prensa diaria en Francia.

	Todos los días o casi todos los días	Una o dos veces por semana	Solo durante determinados periodos de tiempo	Rara vez	Nunca	Total
Agricultores explotadores	1	10	2	8	79	100
Artesanos, comerciantes, jefes de empresa	11	11	5	7	66	100
Ejecutivos	17	16	10	18	39	100
Profesiones intermedias	8	15	7	15	55	100
Empleados	6	7	4	9	74	100
Obreros (incluidos los agrícolas)	4	5	3	5	83	100
Jubilados	6	7	2	6	79	100
Otros inactivos	5	9	4	9	73	100
Total en efectivos	58	80	37	77	548	800
Porcentajes del total	7,25 %	10 %	4,625 %			

En este ejercicio, los resultados se darán en forma decimal y, en su caso, se redondearán a 0,001.

Parte A.

- La última línea de la tabla siguiente representa la proporción de cada categoría con respecto al total de la muestra. Calcule los valores que faltan en esta última línea.
- Indique la probabilidad de que una persona elegida al azar entre los ejecutivos nunca lea.

Parte B.

Se elige al azar a una persona de esta muestra de 800 personas. En esta parte, se observan los siguientes eventos:

- J el evento: “la persona elegida nunca lee”;
- O el evento: “la persona elegida es un obrero”.

- Calcular las probabilidades de los eventos J y O
- Calcular la probabilidad del evento $J \cap O$.
- Calcular la probabilidad del evento $J \cup O$

E.7118  Sea $(\Omega; \mathcal{P})$ un espacio probabilístico donde A y B son dos sucesos de Ω tales que:

$$\mathcal{P}(A) = 0,36 \quad ; \quad \mathcal{P}(B) = 0,27$$

- ¿Qué se puede decir de A y B si $\mathcal{P}(A \cup B) = 0,63$?
- Supongamos que: $\mathcal{P}(A \cup B) = 0,5$:

- ¿Qué se puede decir de A y B ?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un evento realice simultáneamente los eventos A y B ?

E.7119  El comité de empresa de una compañía parisina quiere organizar un fin de semana en provincias.

Se realiza una encuesta entre los 1 200 empleados de esta empresa para conocer su elección de medio de transporte (los únicos medios de transporte propuestos son el tren, el avión o el autocar).

Los resultados de la encuesta entre los empleados de la empresa se recogen en la siguiente tabla:

	Train	Avion	Autocar	Total
Mujer	468	196	56	720
Hombre	150	266	64	480
Total	618	462	120	1200

Se entrevista aleatoriamente a un empleado de esta empresa (se supone que todos los empleados tienen la misma probabilidad de ser entrevistados).

F el evento: “el empleado es mujer”;

T el suceso: “el empleado elige el train”.

- Calcular las probabilidades $\mathcal{P}(F)$, $\mathcal{P}(T)$ luego determinar la probabilidad de que el empleado no elija el tren (los resultados se darán en la forma decimal)
- Déterminer la probabilidad del suceso $F \cap T$.
 - Deduzca la probabilidad del suceso $F \cup T$.
- Elegiendo un empleado al azar entre los empleados que no eligieron el tren, ¿cuál es la probabilidad de que este empleado sea una mujer? (daremos el resultado redondeado a la milésima)

2. Recordatorios: ley de la probabilidad

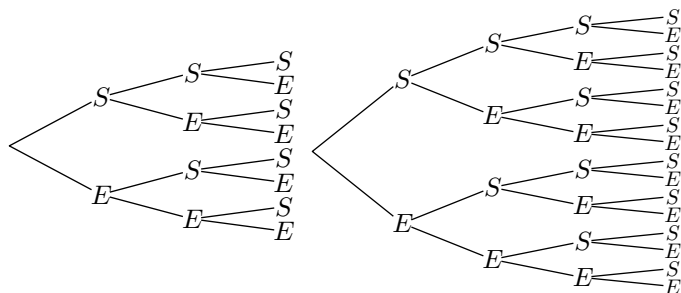
E.7120  Sea $\mathcal{X}$ una variable aleatoria cuya distribución de probabilidad se da a continuación:

x_i	1	2	3	4	5	6
$\mathcal{P}(X=x_i)$	0,05	0,12	0,15	0,23	0,17	a

- Determina el valor de a para que la tabla siguiente represente una distribución de probabilidad.
- Determine las siguientes probabilidades:
 - $\mathcal{P}(X \geq 3)$
 - $\mathcal{P}(X < 5)$

3. Recordatorios: distribución binomial

E.7155  Aquí están los árboles de elección asociados con la repetición de un ensayo de Bernoulli 3 y 4 veces, respectivamente:



- 1 Para repetir el ensayo de Bernoulli tres veces, complete la siguiente tabla:

Número de aciertos	0	1	2	3
Número de resultados				

- 2 Para el ensayo de Bernoulli repetido cuatro veces, complete la tabla siguiente:

Número de succès	0	1	2	3	4
Número de issues					

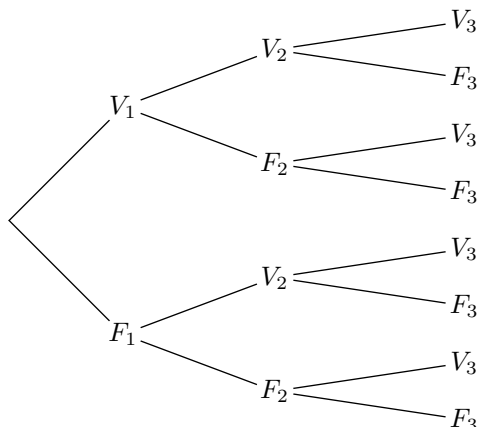
E.7121  Se propone a los alumnos un cuestionario de elección múltiple (QCM): consta de tres preguntas y, para cada una de ellas, se ofrecen cuatro respuestas, de las cuales solo una es correcta.

Se desea estudiar el porcentaje de aciertos en este cuestionario de elección múltiple si los alumnos responden de forma completamente aleatoria; se supone entonces que las respuestas dadas a cada una de las preguntas son independientes entre sí.

Se anota:

- F_i : “La respuesta dada a la pregunta i es falsa”;
- V_i : “La respuesta dada a la pregunta i es verdadera”;

- 1 Complete el árbol ponderado siguiente:



- 2 Se denota por $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que asocia a cada evento elemental el número de respuestas correctas obtenidas en el cuestionario de elección múltiple.

- a Justifique que la variable aleatoria $\mathcal{X}$ sigue una ley

binomial con parámetros 3 y 0,25.

- b Para obtener la ley de probabilidad de la variable aleatoria $\mathcal{X}$, complete la tabla siguiente:

k	0	1	2	3
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$				

- c Calcule la esperanza de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

E.7168 

Recordatorio: para una variable aleatoria $\mathcal{X}$ que sigue una ley binomial con parámetros n y p , la probabilidad de que la variable aleatoria tome el valor k es:

$$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Observación: el coeficiente binomial $\binom{n}{k}$ permite conocer el número de caminos del árbol de elección que realizan k éxitos para n repeticiones.

Arriba se muestra la captura de pantalla de una calculadora para el cálculo del coeficiente binomial $\binom{5}{3}$.



- 1 Con ayuda de la calculadora, determine los coeficientes binomiales siguientes:

a $\binom{5}{3}$ b $\binom{4}{0}$ c $\binom{4}{2}$ d $\binom{7}{5}$

- 2 Consideremos la variable aleatoria $\mathcal{X}$ que sigue la ley binomial de parámetro $\mathcal{B}(12; 0,3)$. Determine las probabilidades siguientes redondeadas a 10^{-4} :

a $\mathcal{P}(\mathcal{X}=3)$ a $\mathcal{P}(\mathcal{X}=7)$

- 3 Consideremos la variable aleatoria $\mathcal{X}$ que sigue la ley binomial con parámetro $\mathcal{B}(8; 0,4)$. Determina las siguientes probabilidades pasando por el complementario, redondeadas a 10^{-4} :

a $\mathcal{P}(\mathcal{X} \geq 1)$ a $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq 7)$

E.7169  Los resultados se redondearán a la 10^{-3} más próxima.

En una fábrica de relojes, cuando las máquinas de producción están bien ajustadas, 4% de los relojes producidos son defectuosos.

Para comprobar el estado de la producción, se extraen 10 relojes sucesivamente, al azar e independientemente unos de otros.

La variable aleatoria asociada a este sorteo es el número de relojes defectuosos.

- 1 Justificar La variable aleatoria $\mathcal{X}$ sigue una distribución binomial. Especifique sus parámetros.
- 2 ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 1 reloj sea defectuoso? Redondea el valor a la 10^{-4} más cercana.

4. Árbol no simétrico

E.7133



Una empresa estaba interesada en la probabilidad de que uno de sus empleados, elegido al azar, estuviera ausente durante una determinada semana de invierno 2014.

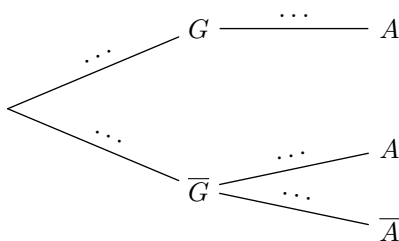
La probabilidad de que un empleado tuviera la gripe en una semana determinada se estimó en 0,07. Si el empleado tiene gripe, entonces el empleado está ausente.

Si el empleado no tiene gripe esa semana, entonces la probabilidad de que el empleado esté ausente se estimó en 0,04.

Se elige al azar un empleado de la empresa y se consideran los siguientes sucesos:

- G : el empleado tiene la gripe en una semana determinada;
- A : el empleado está ausente en una semana determinada.

- 1 Reproduzca y complete el árbol, indicando las probabilidades de cada una de las ramas.



- 2 Mostrar que la probabilidad $p(A)$ del suceso A es igual a 0,1072.

E.7216



En enero 2015, el director de un museo de arte contemporáneo encarga una encuesta sobre los hábitos de los visitantes.

El museo tiene una página web. Para comprar la entrada, los interesados pueden acudir a la taquilla del museo o hacer el pedido online.

Se ofrecen tres tipos de visitas:

- Visita individual sin alquiler de audioguía.
- Visita individual con alquiler de audioguía.
- Visita en grupo de al menos 10 personas. En este caso, se emite una sola entrada para todo el grupo.

En la página web solo se pueden comprar entradas individuales con o sin audioguía.

Para las visitas en grupo, es necesario acudir a la taquilla del museo.

En el año 2015, la encuesta reveló que:

- 55 % de las entradas se compraron en la taquilla del museo;
- de las entradas compradas en la taquilla del museo, 51 % corresponden a visitas individuales sin alquiler de audioguía y 37 % a visitas con alquiler de audioguía;
- 70 % de las entradas compradas en línea corresponden a visitas individuales sin alquiler de audioguía.

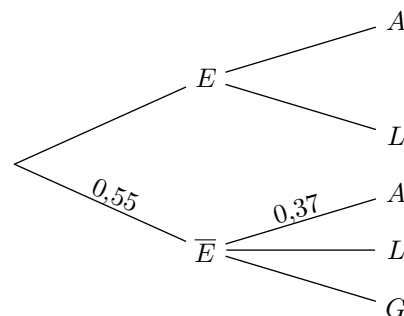
Se elige al azar una entrada al museo comprada en 2015

Consideramos los siguientes eventos:

- E : “la entrada se compró en línea”;
- A : “la entrada corresponde a una visita individual con alquiler de audioguía”;
- L : “la entrada corresponde a una visita individual sin alquiler de audioguía”;
- G : “la entrada corresponde a una visita en grupo”

Recordemos que si E y F son dos eventos, $p(E)$ designa la probabilidad del evento E y $p_F(E)$ designa la probabilidad del evento E sabiendo que el evento F se ha producido. Denotemos por $\bar{E}$ el suceso contrario a E .

- 1 Copie y complete el siguiente árbol ponderado que representa la situación descrita en el enunciado:



- 2 Demuestre que la probabilidad de que la entrada se haya comprado en línea y corresponda a una visita individual con alquiler de audioguía es igual a 0,135.
 - 3 Demuestre que: $p(A) = 0,3385$
 - 4 La entrada elegida corresponde a una visita individual con alquiler de audioguía. ¿Cuál es la probabilidad de que esta entrada se haya comprado en la taquilla del museo?
- Se redondeará el resultado al milésimo

5. Probabilidad condicional y distribución binomial

E.7136



Una gran empresa acaba de cerrar su campaña de contratación, que se ha desarrollado en dos fases:

- primera fase: estudio del expediente presentado por el candidato;
- segunda fase: entrevista con vistas a la contratación.

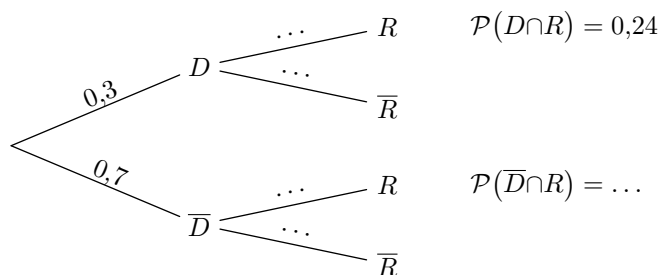
El proceso de contratación aplicado por la empresa es el siguiente:

iente:

- si el expediente se considera de buena calidad, el candidato es recibido en una entrevista por el director de recursos humanos;
- si el expediente no se considera de buena calidad, el candidato se somete a unas pruebas y luego es recibido en una entrevista por el director de la empresa.

En ambos casos, al término de la entrevista, el candidato es contratado o no.

Al elegir un candidato al azar, se construye una experiencia aleatoria cuyo árbol de probabilidad se representa a continuación con algunos de los datos recuperados de la publicación:



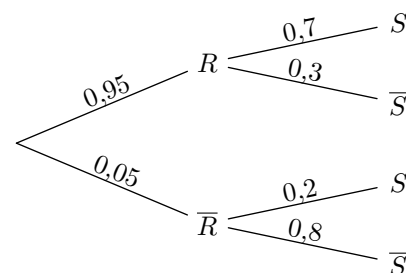
donde D es el evento "el candidato tiene un expediente considerado de buena calidad" y R es el evento "el candidato es contratado por la empresa".

- 1
 - a) Determinar la probabilidad $P_D(R)$.
 - b) Además, se sabe que 38% candidatos han sido contratados. Deducir la probabilidad $P_{\bar{D}}(R)$.
 - c) Completar el árbol de probabilidades
- 2 Diez personas solicitan un puesto de trabajo en la empresa. Las solicitudes se estudian de forma independiente unas de otras. Se designa con $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que da el número de personas contratadas entre las 10 personas.
 - a) Justificar que $\mathcal{X}$ sigue una ley binomial con parámetros $n=10$ y $p=0,38$.
 - b) Calcular la probabilidad de que al menos una de las diez personas sea contratada.
Se dará el valor exacto y luego un valor del resultado redondeado a 10^{-3} .

E.7139



Se ha realizado una encuesta entre los alumnos matriculados en el comedor escolar de un instituto. Los resultados permiten construir el siguiente árbol de probabilidad:



Se elige al azar a un alumno entre los matriculados en el comedor escolar.

Se anotan los siguientes sucesos:

- R el suceso: "el alumno come habitualmente en el comedor";
- S el suceso: "el alumno está satisfecho".

Anotamos $\bar{R}$ y $\bar{S}$ los sucesos contrarios a R y S .

- 1
 - a) Demuestra que la probabilidad del suceso S es igual a 0,675.
 - b) Sabiendo que el alumno no está satisfecho con la calidad de las comidas, calcule la probabilidad de que coma regularmente en el comedor. Dé el resultado redondeado a 10^{-3} .
- 2 Se pregunta sucesivamente y de forma independiente a cuatro alumnos elegidos al azar entre los alumnos matriculados en el comedor escolar.

Se anota $\mathcal{X}$ la variable aleatoria igual al número de alumnos que declaran estar satisfechos con la calidad de las comidas. Dado que el número de alumnos es suficientemente grande, se considera que $\mathcal{X}$ sigue una ley binomial.

Los resultados se redondearán al milésimo.

- a) Especificar los parámetros de esta ley binomial
- b) Calcular la probabilidad del evento A : "los cuatro alumnos están satisfechos con la calidad de las comidas".
- c) Describir con una frase el evento $\bar{A}$ y calcular su probabilidad.

E.7217



Una operadora de telefonía móvil organiza una campaña de captación por teléfono para ofrecer a sus clientes la suscripción a una nueva tarifa. Algunas de las personas contactadas escuchan las explicaciones, otras cuelgan inmediatamente (*o declaran enseguida que no están interesadas*).

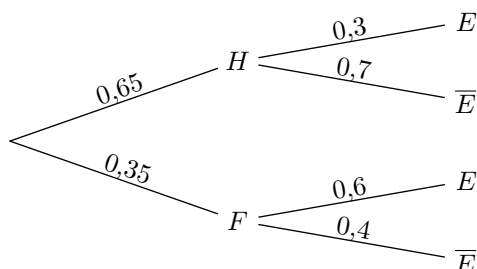
Se elige al azar a una persona del archivo de clientes. Cada persona tiene la misma probabilidad de ser elegida. Se anota H el evento “la persona elegida es un hombre”, F el evento “la persona elegida es una mujer”, E el evento “la persona elegida escucha las explicaciones del vendedor” y $\bar{E}$ el evento contrario a E .

Recordatorio de las notaciones:

Si A y B son dos eventos dados, $\mathcal{P}(A)$ designa la probabilidad de que se produzca el evento A y $\mathcal{P}_B(A)$ designa la probabilidad del evento A sabiendo que el evento B se ha producido.

Parte A

El estudio realizado ha permitido establecer el siguiente árbol de probabilidades:



Para cada propuesta, solo una de las respuestas es correcta. Copie el número de la respuesta y el valor elegido en su copia. No se solicita ninguna justificación

- 1 La probabilidad de que la persona elegida escuche las explicaciones del vendedor ambulante es igual a:

(a) 0,195
(b) 0,21
(c) 0,405
(d) 0,595
- 2 El vendedor ambulante se dirige a una persona que le escucha. La probabilidad, ya sea un hombre, redondeada al centésimo, es igual a:

(a) 0,48
(b) 0,52
(c) 0,76
(d) 0,24

Parte B

Los registros realizados durante estos primeros días también permiten observar que 12 % de las personas encuestadas se suscriben a esta nueva tarifa.

Cada empleado del operador realiza 60 llamadas al día.

Se supone que el archivo es lo suficientemente grande como para que las elecciones se consideren realizadas de forma independiente y en condiciones idénticas.

Se denota $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que contabiliza el número de suscripciones realizadas por un empleado determinado en un día determinado.

- 1 Justificar que la variable aleatoria $\mathcal{X}$ sigue una ley binomial cuyos parámetros se darán a conocer.
- 2 Determinar la probabilidad de que el empleado obtenga 5 suscripciones en un día determinado. (*Se redondeará el resultado al centésimo*)
- 3 Determinar la probabilidad de que el empleado obtenga al menos una suscripción en un día determinado. (*Se*

redondeará el valor a la décima milésima).

E.7312



Se ha realizado una encuesta entre los alumnos de un instituto para conocer su opinión sobre la duración del descanso de mediodía y los ritmos escolares. La encuesta revela que 56,75 % de los alumnos del centro están a favor de una distribución de las clases más repartida a lo largo del año escolar.

Se entrevista sucesivamente y de forma independiente a cuatro alumnos elegidos al azar entre los alumnos del centro. Sea $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que da el número de alumnos favorables a una distribución de las clases más repartida a lo largo del año escolar. Dado que el número de alumnos es suficientemente grande, se considera que $\mathcal{X}$ sigue una ley binomial.

- 1 Especifique los parámetros de esta ley binomial.

Los resultados se redondearán a 10^{-4} .

- 2 Calcular la probabilidad de que ninguno de los cuatro alumnos encuestados esté a favor de una distribución de las clases más repartida a lo largo del año escolar.
- 3 Calcular la probabilidad de que exactamente dos alumnos estén a favor de una distribución de las clases más repartida a lo largo del año escolar.

E.7137



Una gran empresa acaba de cerrar su campaña de contratación, que se ha desarrollado en dos fases:

- primera fase: estudio del expediente presentado por el candidato;
- segunda fase: entrevista con vistas a la contratación.

El proceso de contratación aplicado por la empresa es el siguiente:

- si el expediente se considera de buena calidad, el candidato es recibido en una entrevista por el director de recursos humanos;
- si el expediente no se considera de buena calidad, el candidato se somete a unas pruebas y, a continuación, es recibido en una entrevista por el director de la empresa.

En ambos casos, al término de la entrevista, el candidato es contratado o no.

Al término de esta campaña de contratación, la empresa publica los siguientes resultados:

- 30 % de los candidatos tenían un expediente considerado de buena calidad;
- 20 % candidatos, cuyos expedientes no se consideraron de buena calidad, fueron contratados;
- 38 % candidatos fueron contratados.

- 1 Se elige un candidato al azar y se anota:

- D el evento “el candidato tiene un expediente considerado de buena calidad”;

- R el evento “el candidato es contratado por la empresa”.

- a Representar esta situación mediante un árbol ponderado
- b Calcular la probabilidad de que el candidato no tenga un expediente de buena calidad y no sea contratado por la empresa.
- c Demuestre que la probabilidad del evento $D \cap R$ es igual a 0,24.
- d Deduzca la probabilidad de que un candidato sea contratado sabiendo que su expediente se considera de buena calidad. Completar el árbol ponderado realizado en la pregunta a.

- 2 Diez personas solicitan un puesto de trabajo en la empresa. El estudio de sus candidaturas se realiza de forma independiente entre sí. Se designa con $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que da el número de personas contratadas entre las 10 personas.

- a Justifique que $\mathcal{X}$ sigue una ley binomial con parámetros $n=10$ y $p=0,38$.
- b Calcule la probabilidad de que al menos una de las diez personas sea contratada.
Se dará el valor exacto y luego un valor del resultado redondeado a 10^{-3} .

6. Repetición independiente de experimentos idénticos

E.7683



Consideremos un experimento aleatorio con dos resultados posibles: S éxito y E fracaso. Ambos resultados son equiprobables.

Repetimos este experimento 4 veces de forma independiente. El árbol de decisiones que se muestra a continuación permite describir esta repetición:

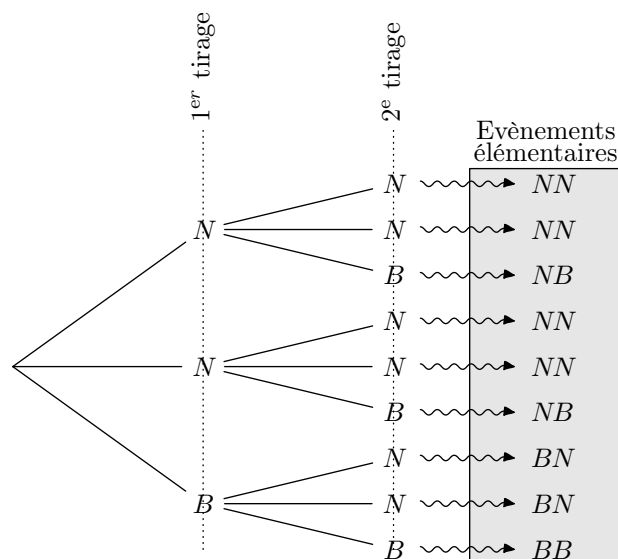
- 1 ¿Cuántos resultados diferentes tiene este experimento aleatorio?
- 2 Determinar la probabilidad de obtener 4 éxitos.
- 3 a ¿Cuántos resultados representan 3 éxitos?
- b Determinar la probabilidad de obtener 3 éxitos en este experimento aleatorio.

E.7423



Una urna contiene dos bolas negras y una bola blanca; el juego se realiza devolviendo la bola extraída: es decir, una vez extraída, la bola se vuelve a colocar en la urna antes de realizar la siguiente extracción.

A continuación se muestra un árbol de decisión basado en la extracción de dos bolas:



- 1 Teniendo en cuenta el orden de extracción de las bolas, ¿cuántas extracciones diferentes son posibles?
- 2 Determinar la probabilidad de los siguientes eventos:
 - a A : “La primera bola extraída es blanca”.

- b) B : “Las dos bolas extraídas son de colores diferentes”.
- c) C : “La segunda bola es negra”.

3) Indique las probabilidades de los siguientes eventos:

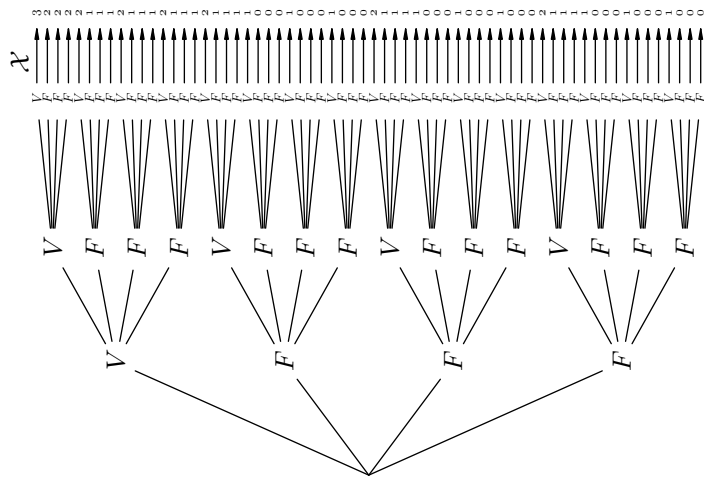
- a) $A \cap B$ b) $\overline{B}$ c) $\overline{C}$

7. Repetición independiente de experimentos idénticos y variables aleatorias

E.7386 Consideremos un cuestionario de opción múltiple que consta de 3 preguntas, cada una de las cuales ofrece 4 respuestas, de las cuales sólo una es correcta.

Se crea un experimento aleatorio pidiendo a los participantes que respondan aleatoriamente a las preguntas propuestas en el formulario.

Esta situación está representada por el árbol de elección que se muestra a continuación:

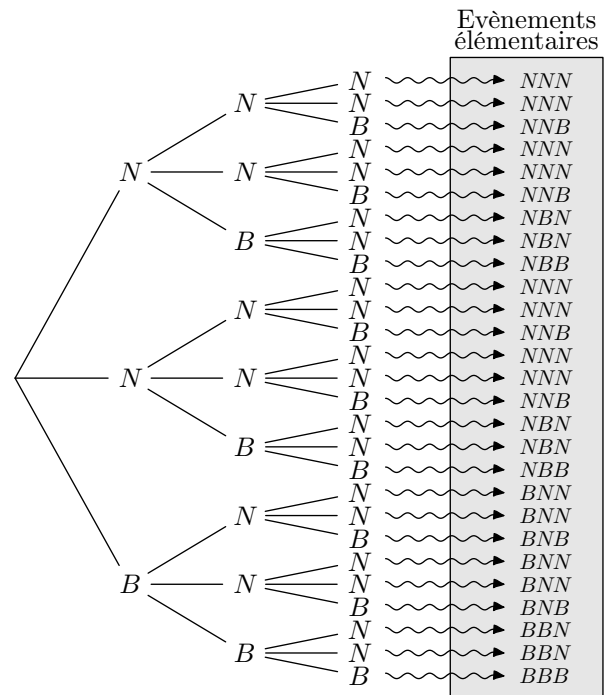


Para cada suceso elemental, la variable aleatoria $\mathcal{X}$ está asociada al número de respuestas correctas.

Indique la distribución de probabilidad de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

E.5169 En una urna hay tres bolas: dos negras y una blanca. Se extraen sucesivamente tres bolas de esta urna y se devuelven.

El siguiente árbol de elección ilustra todos los sucesos elementales de este experimento aleatorio:



Cada extracción se asocia a una ganancia de la siguiente manera:

- 0 € si no se extrae ninguna bola negra;
- 1 € si sólo se extrae una bola negra;
- 2 € si han salido dos bolas negras;
- 5 € si las tres bolas son negras.

Considera la variable aleatoria $\mathcal{X}$ que asocia el pago asociado a cada extracción.

Completa la siguiente tabla que muestra la distribución de la variable aleatoria $\mathcal{X}$:

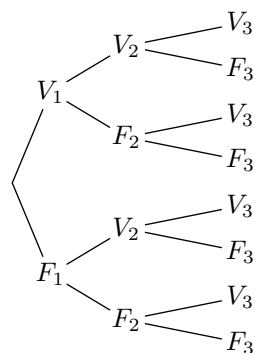
k	0	1	2	5
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$				

8. Expectativas, varianzas y repetición independiente de experimentos idénticos

E.5190

Se propone a los alumnos un MCQ (*cuestionario de respuestas múltiples*): consta de tres preguntas y para cada una de ellas se proponen cuatro respuestas, de las cuales sólo una es correcta.

Se desea estudiar el porcentaje de aciertos en este MCQ si los alumnos lo responden completamente al azar; suponemos entonces que las respuestas dadas a cada una de las preguntas son independientes entre sí.



Observamos:

- F_i : “La respuesta proporcionada a la pregunta i es fausse”;
- V_i : “La respuesta proporcionada a la pregunta i es vraie”;

- 1 Completa el árbol ponderado mostrado arriba.
- 2 Nota $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que cuenta el número de respuestas correctas proporcionadas al MCQ.
 - a Determine la distribución de probabilidad de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.
 - b Calcular la expectativa de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

E.5913   

Una empresa fabrica componentes electrónicos antes de éser asignados a la venta, cada componente se somete a dos pruebas de calidad independientes entre sí:

- 5 % de los componentes no superan la primera prueba;
- 3 % de los componentes no superan la segunda prueba.

Se elige, a la salida de la cadena de producción, un componente electrónico de forma aleatoria.

- 1 Determinar la probabilidad de que el componente electrónico haya fallado en las dos pruebas.

☐ 0,0012 ☐ 0,0013 ☐ 0,0014 ☐ 0,0015
- 2 Determinar la probabilidad de que el componente elec-

trónico haya fallado en una sola de las dos pruebas.

☐ 0,0666 ☐ 0,077 ☐ 0,0776 ☐ 0,078

- 3 El coût de producción se calcula de la siguiente manera: cada componente coûte 100 € y por cada prueba fallida, la reparación coûte 10 €.

Denotemos por $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que asocia a cada componente seleccionado al azar su coût de producción. ¿Cuál es el valor esperado de la variable aleatoria $\mathcal{X}$?

☐ 100,8 ☐ 101,8 ☐ 102,8 ☐ 103,8

E.5914   

Una empresa fabrica componentes electrónicos. Durante la producción, cada componente se somete a dos pruebas de calidad.

Si en alguna de las pruebas el resultado es negativo, el componente se repara y se vuelve a introducir en la cadena de producción.

- 6 % de los componentes no superan la primera prueba;
- 2 % componentes no superan la segunda prueba.

Se elige al azar un componente electrónico a la salida de la cadena de producción.

- 1 Determinar la probabilidad de que el componente electrónico haya fallado en las dos pruebas.

☐ 0,0012 ☐ 0,0013 ☐ 0,0014 ☐ 0,0015

- 2 Determinar la probabilidad de que el componente electrónico haya fallado en una sola de las dos pruebas.

☐ 0,0666 ☐ 0,077 ☐ 0,0776 ☐ 0,078

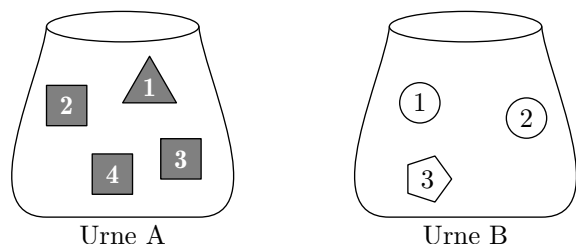
- 3 El coste de producción se calcula de la siguiente manera: cada componente cuesta 100 € y por cada prueba fallida, la reparación cuesta 10 €.

Denotemos por $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que asocia a cada componente seleccionado al azar su coste de producción. ¿Cuál es el valor esperado de la variable aleatoria $\mathcal{X}$?

☐ 100,8 ☐ 101,8 ☐ 102,8 ☐ 103,8

9. Sucesión independiente de experimentos aleatorios

E.5915    Consideremos dos urnas A y B que contienen cuatro y tres objetos respectivamente como se muestra a continuación:



El juego consiste en extraer un objeto de la urna A y luego de la urna B :

- 1 Combien de pares de objetos diferentes se pueden obtener de las dos extracciones?

- 2 Considere los dos sucesos siguientes:

- C : “El par de objetos incluye un carré”
- P : “el par de objetos incluye un pentágono”

Determine las siguientes probabilidades:

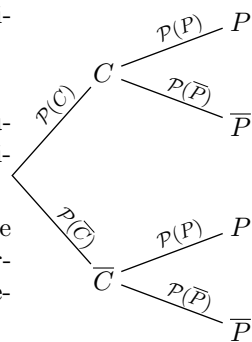
- a $\mathcal{P}(C \cap P)$
- b $\mathcal{P}(C \cap \bar{P})$
- c $\mathcal{P}(\bar{C} \cap P)$
- d $\mathcal{P}(\bar{C} \cap \bar{P})$

- 3 a) Determine las dos probabilidades siguientes:

$$\mathcal{P}(C) ; \mathcal{P}(P)$$

- b) Recopie y complete el árbol siguiente con las probabilidades indicadas:

- c) ¿Puede encontrar los resultados de la pregunta 2 utilizando el árbol de probabilidades de la pregunta anterior.



E.5191 Hay dos urnas A y B, cada una con bolas que no se pueden distinguir al tacto. Este es el contenido de las urnas:

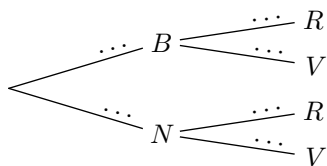
- Urna A: tres bolas negras y dos bolas blancas;
- Urna B: cinco bolas rojas y dos bolas verdes.

Se saca sucesivamente una bola de cada una de las urnas.

Consideramos los siguientes eventos:

- B: “la bola extraída es blanca”;
- N: “la bola extraída es negra”;
- R: “la bola extraída es roja”;
- V: “la bola extraída es verde”.

- 1) Copie y complete el árbol de probabilidades siguiente:



- 2) Determina el valor de las siguientes probabilidades:

a) $\mathcal{P}(B \cap R)$ b) $\mathcal{P}(B \cap V)$ c) $\mathcal{P}(N \cap R)$

- 3 a) Da el valor de: $\mathcal{P}(B \cap R) + \mathcal{P}(N \cap R)$.

- b) ¿Qué observamos?

E.5168 Un pequeño restaurante ofrece en su menú tres platos y dos postres. A continuación se describe el menú:

• Espaguetis 6€	• Ensalada de frutas 2€
• Filete de ternera 7€	• Crema inglesa 3€
• Entrecot 8€	

Cada cliente que entra en el restaurante pide exactamente un plato y un postre.

- 1) Tomando al azar a un cliente a la salida del restaurante, especifique cuál puede ser el importe de su factura.

- 2) Suponiendo que todas las combinaciones $\text{plat}/\text{dessert}$ tienen la misma probabilidad de ser elegidas por un cliente.

- a) ¿Cuántas combinaciones se pueden crear a partir de este menú?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente haya pagado 8€? 11€?
- c) Demuestra que la probabilidad de tener una factura por un importe de 10€ es de $\frac{1}{3}$.

- d) Completa la tabla siguiente:

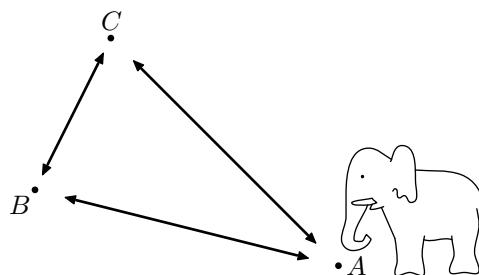
Importe de la factura	8	9	10	11
Probabilidad				

E.5350 Un turista pasa dos días en la costa del Pacífico mexicano, en la localidad de “Faro de Bucerías”. De camino a la playa, Hay dos rutas a las playas de “Maruata” y “Playa Ventura”.

El primer día, el turista elige una de las dos playas al azar. El segundo día, cambiará de playa con una probabilidad de $\frac{3}{4}$.

¿Cuál es la probabilidad de que el turista haya estado al menos una vez en la playa “Playa Ventura”?

E.6633 Un elefante se desplaza a tres puntos de su territorio. Comienza en el punto A y realiza tres movimientos:



O bien, gira en el sentido de las agujas del reloj con 2 posibilidades sobre tres o bien, se mueve en sentido contrario a las agujas del reloj.

Se supone que cada uno de sus movimientos es independiente de los anteriores.

¿Cuál es la probabilidad de que, al final de estos movimientos, llegue al punto B?

10. Variables aleatorias y repeticiones de experimentos independientes

E.133 En un experimento con animales, se coloca una rata al principio de un recorrido y se le pide que elija una de las 3 puertas de salida:

- si utiliza la puerta A, sale
- si utiliza una de las puertas B o C, vuelve al principio, y así sucesivamente, hasta que elige la puerta A.

Los resultados se darán como fracciones irreducibles

Parte A:

Se supone que la rata no tiene memoria: elige una puerta al azar y puede utilizar la misma puerta varias veces seguidas. Por tanto, cada puerta tiene la misma probabilidad de ser elegida.

- 1) ¿Cuál es la probabilidad de que salga en el primer intento?
- 2) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo salga en el se-

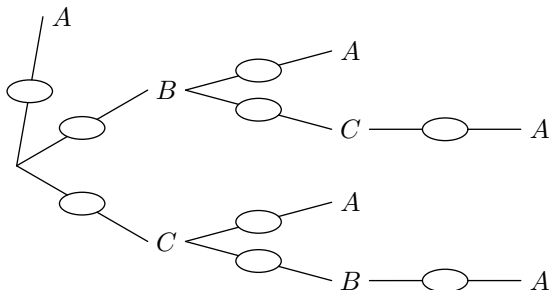
gundo intento (siendo el primero un fallo y el segundo un acierto)?

- 3) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo salga en el cuarto intento?

Parte B:

Se supone que la rata tiene memoria perfecta: a cada paso, elige al azar una de las puertas por las que nunca ha pasado.

- 1) En el apéndice siguiente (vuelta con copy), completa el árbol con los pesos.



- 2) $\mathcal{X}$ denota el número de intentos que tarda en salir. ¿Qué valores puede tomar el número $\mathcal{X}$?
- 3) Complete la siguiente tabla:

Valor de $\mathcal{X}$	1	2	3
Probabilidad	$\frac{1}{3}$		

E.4797 Un dado equilibrado tiene inscritas letras en sus caras: dos A, dos B y dos C.

El experimento aleatorio consiste en lanzar el dado tres veces

y anotar cada vez la letra de la cara oculta.

De este modo, cada vez que se realiza el experimento aleatorio, se forma una palabra de tres letras.

- 1) Escriba las 27 palabras que se pueden obtener en este experimento aleatorio.

Se admite que cada una de estas palabras tiene la misma probabilidad de salir.

- 2) Indique la probabilidad de los siguientes eventos:

- a) A: “La palabra obtenida contiene exactamente una vez la letra B”;
- b) B: “La palabra obtenida contiene exactamente dos veces la letra B”;
- c) C: “La palabra contiene la misma letra en la primera y tercera posición”.

- 3) Alrededor de la construcción de estas palabras se organiza un nuevo juego cuyas reglas son las siguientes:

- Le el jugador gana 2€ si la palabra contiene la letra B una sola vez;
- el jugador gana 5€ si la palabra contiene exactamente dos veces la letra B.
- el jugador gana 10€ si la palabra es “BBB”.

Observamos “ $\mathcal{X}=k$ ” el evento “el jugador gana k €”. Completa la siguiente tabla:

k	0	2	5	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$				

11. Variables aleatorias, expectativas, desviaciones típicas y repeticiones

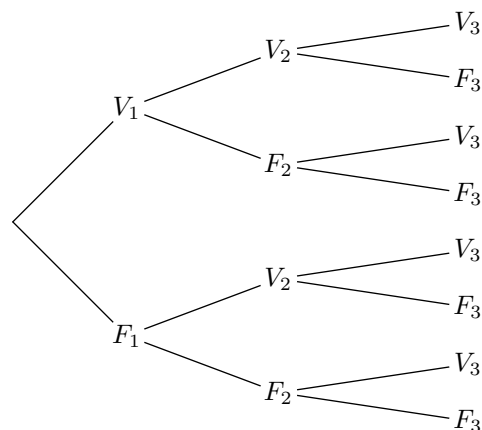
E.4811 Se entrega a los alumnos un cuestionario de elección múltiple (questionnaire à choix multiple): consta de tres preguntas y se dan cuatro respuestas, de las cuales sólo una es correcta.

Deseamos estudiar el porcentaje de aciertos en este MCQ si los alumnos responden completamente al azar; suponemos entonces que las respuestas dadas a cada una de las preguntas son independientes entre sí.

Observamos:

- F_i : “La respuesta dada a la pregunta i es fausse”;
- V_i : “La respuesta proporcionada a la pregunta i es vraie”;

- 1) Completa el siguiente árbol de probabilidad:



- 2) Observamos $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que cuenta el número de respuestas correctas proporcionadas al MCQ.

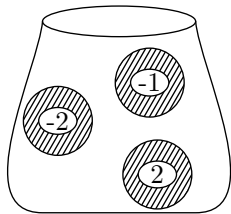
- a) Determine la distribución de probabilidad de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.
- b) Calcular la expectativa de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

E.7501



Una urna contiene tres bolas indistinguibles al tacto que llevan los números -2 , -1 y 2 .

Considera el experimento aleatorio de sacar sucesivamente una bola de la urna tres veces y volver a meterla cada vez.



Considere la variable aleatoria $\mathcal{X}$ que asocia a cada experimento la suma de los números obtenidos en las bolas extraídas.

Determine la esperanza de la variable aleatoria $\mathcal{X}$

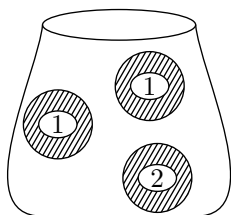
Todo rastro de investigación o iniciativa, por incompleto que sea, se tendrá en cuenta en la evaluación.

E.7562



Una urna contiene tres bolas indistinguibles al tacto que llevan los números 1 , 1 y 2 .

Considera el experimento aleatorio consistente en sacar sucesivamente tres veces una bola de la urna y volver a meterla cada vez.



Considere la variable aleatoria $\mathcal{X}$ que asocia a cada experimento la suma de los números obtenidos en las bolas extraídas.

Determine la esperanza de la variable aleatoria $\mathcal{X}$

Todo rastro de investigación o iniciativa, por incompleto que sea, se tendrá en cuenta en la evaluación.

E.5196



Una fábrica de chocolates produce al año cajas de bombones, de las cuales 50 % contienen chocolate con leche, 30 % chocolate negro y 20 % chocolate blanco.

70 % de las cajas contienen bombones naturales, mientras que las demás contienen bombones rellenos de caramelo. Estas proporciones son independientes del chocolate utilizado para elaborar la caja.

Consideremos los siguientes eventos:

- L : “se utiliza chocolate con leche”;
- N : “se utiliza chocolate negro”;
- B : “se utiliza chocolate blanco”;
- Na : “los bombones son naturales”;
- C : “los bombones están rellenos de caramelo”;

Todos los resultados se darán en forma decimal.

- 1 Dibuje el árbol ponderado asociado a esta situación.
- 2 Se elige al azar una caja producida a la salida de la fábrica. Determine las probabilidades de los siguientes sucesos:

a “la caja contiene bombones negros y naturales”

b “la caja contiene bombones negros o naturales”

3 La empresa fija el precio de las cajas del siguiente modo:

- el precio básico de una caja de bombones es de 9€;
- si el chocolate utilizado es chocolate negro entonces el precio se incrementa en 4€;
- si el chocolate utilizado es chocolate blanco entonces el precio se incrementa en 2€;
- si los bombones están rellenos de caramelo, el precio de la caja aumenta en 2€.

La variable aleatoria $\mathcal{X}$ asocia a cada caja producida por la fábrica su precio.

a Dibuje la tabla que representa la distribución de probabilidad asociada a la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

b Determine la expectativa de la variable aleatoria $\mathcal{X}$ redondeada a la décima más próxima.

E.6631



Un vivero ofrece tres tipos de árboles: acacias, plátanos y robles. Cada uno de estos árboles se puede comprar en diferentes tamaños: ya sea en forma de “brote joven” (0,75 metros), o en forma de “adulto” (2 metros).

En la etapa de brote joven, las acacias, los plátanos y las robles valen respectivamente 50€, 65€ y 80€.

Si el cliente desea comprar la forma adulta, deberá añadir 15€.

En su balance de fin de año, observa que 40 % de los árboles vendidos son robles y que las acacias y los plátanos se reparten a partes iguales el resto de las ventas.

También observa que, independientemente del tipo de árbol, una cuarta parte de las ventas se realizan siempre con árboles “adultos”.

El experimento aleatorio considerado consiste en extraer al azar una factura del ejercicio 2015.

Considere los siguientes sucesos:

- A : “El árbol comprado es un acacia”
- P : “El árbol comprado es un platane”
- C : “El árbol comprado es un chêne”
- J : “El árbol es un arbolito”

1 Dibuja un árbol ponderado que represente esta situación

2 Considera la variable aleatoria $\mathcal{X}$ que asocia la factura extraída con su importe.

a Dibuje la tabla de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

b Calcular la expectativa de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

c Donner la desviación típica de $\mathcal{X}$ a la décima más próxima.

12. Variables aleatorias, expectativas, desviaciones típicas y probabilidades condicionales

E.4890



Una fábrica de chocolates produce al año cajas de bombones, de las cuales 50 % son de chocolate con

leche, 30 % de chocolate negro y 20 % de chocolate blanco.

70 % de las cajas contienen chocolates naturales, mientras que las demás contienen chocolates rellenos de caramelo. Estas proporciones son independientes del chocolate utilizado para elaborar la caja.

Consideremos los siguientes eventos :

- L : “se utiliza chocolate con leche” ;
- N : “se utiliza chocolate negro” ;
- B : “se utiliza chocolate blanco” ;
- Na : “los bombones son naturales” ;
- C : “los bombones están rellenos de caramelo” ;

Todos los resultados se darán en forma decimal.

- 1 Dibuje el árbol de probabilidad asociado a esta situación.
- 2 Se elige al azar una caja producida a la salida de la fábrica. Determina las probabilidades de los siguientes eventos :
 - a “la caja contiene chocolates negros y naturales”
 - b “la caja contiene chocolates negros o naturales”
- 3 La empresa fija los precios de las cajas de la siguiente manera :
 - el precio base de una caja de bombones es de 9 € ;
 - si el chocolate utilizado es chocolate negro, el precio se incrementa en 4 € ;
 - si el chocolate utilizado es chocolate blanco, el precio se incrementa en 2 € ;
 - si los bombones están rellenos de caramelo, el precio de la caja aumenta en 2 € .La variable aleatoria $\mathcal{X}$ asocia a cada caja producida por la fábrica su precio de venta.
 - a Elabore la tabla que representa la ley de probabilidad asociada a la variable aleatoria $\mathcal{X}$.
 - b Determine la esperanza de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

E.7561



Un vivero ofrece tres tipos de árboles : acacias, plátanos y robles. Cada uno de estos árboles se puede comprar en diferentes tamaños : ya sea en forma de “brotes jóvenes” (0,75 metros), o en forma de “adultos” (2 metros).

En la etapa de brote joven, las acacias, los plátanos y los robles valen respectivamente 50 €, 65 € y 80 €.

Si el cliente desea comprar la forma adulta, deberá añadir 15 €.

En su balance de fin de año, observa que 40 % de los árboles vendidos son robles y que las acacias y los plátanos se reparten a partes iguales el resto de las ventas.

También observa que, independientemente del tipo de árbol, una cuarta parte de las ventas siempre corresponden a árboles “adultos”.

El experimento aleatorio considerado consiste en extraer al azar una factura del ejercicio 2015.

Consideremos los siguientes eventos :

- A : “El árbol comprado es una acacia”
- P : “El árbol comprado es un plátano”
- C : “El árbol comprado es un roble”
- J : “El árbol es un brote joven”

- 1
 - a Dibujar un árbol ponderado que represente esta situación
 - b Indique la probabilidad del evento $C \cap J$
- 2 Consideramos la variable aleatoria $\mathcal{X}$ que asocia el importe a la factura emitida.
 - a Elaborar la tabla de la ley de probabilidad de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.
 - b Calcular la esperanza de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

E.4822



Un restaurante ofrece en su carta dos tipos de postres:

- una selección de macarrones, elegida por 50 % de los clientes;
- una porción de tarta Tatin, elegida por 30 % de los clientes.
- el resto de los clientes no toman postre.

Ningún cliente toma más de un postre.

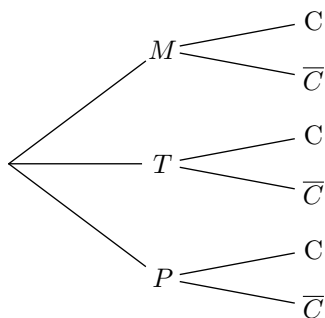
Además, 80 % de los clientes toman café, independientemente de si han tomado postre o no.

Se pregunta al azar a un cliente de este restaurante. Se anota p la probabilidad asociada a esta experiencia aleatoria.

Anotamos:

- M el evento: “El cliente pide un surtido de macarrones”;
- T el evento: “El cliente pide una porción de tarta Tatin”;
- P el evento: “El cliente no toma postre”;
- C el evento: “El cliente toma un café” y $\bar{C}$ el evento contrario a C .

1 Complete el árbol de probabilidad siguiente:



2 Determine la probabilidad de que un cliente haya elegido el surtido de macarrones y haya tomado un café.

3 Se vende un surtido de macarrones 6 €, se vende una porción de tarta tatin 7 €, y se vende un café 2 €.

Cada cliente toma un plato (y solo uno) al precio único de 18 €, no toma más de un postre ni más de un café

Se anota $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que asocia a cada cliente el precio de su factura.

- Determinar los valores que toma la variable aleatoria $\mathcal{X}$.
- Elabore la tabla que representa la ley de probabilidad de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.
- Determine la esperanza de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

E.4823



Un productor de frutos rojos ofrece frambuesas, grosellas y arándanos en venta directa.

El cliente puede comprar bandejas de fruta para consumir o bandejas de fruta para mermelada.

El productor ha observado que, entre sus clientes, 9 de cada 10 compran una bandeja de fruta para mermelada.

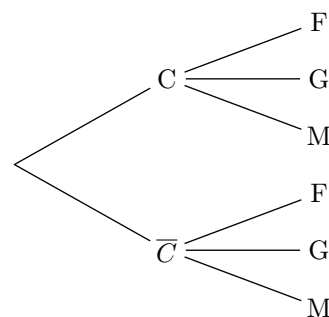
Independientemente del tipo de bandeja que compren, los clientes eligen en 50 % casos los arándanos como fruta, 30 % en los demás casos, eligen las frambuesas y, en otros casos, las grosellas.

Cabe destacar:

- C el evento: “el cliente compra una bandeja de fruta para mermelada”;
- F el evento: “el cliente pide frambuesas”;
- G el evento: “el cliente pide grosellas”;
- M el evento: “el cliente pide arándanos”;

Se supone que la fruta elegida no depende del tipo de bandeja comprada y que cada cliente solo compra una bandeja.

1 Complete el árbol de probabilidad siguiente:



2 Determinar la probabilidad de $\bar{C} \cap F$.

3 El productor fija los precios de sus bandejas de la siguiente manera:

- El precio base de una bandeja de fruta para mermelada es de 5 euros y el de una bandeja de fruta para degustar es de 3 euros;
- Si la bandeja elegida contiene frambuesas, se añade 1 euro al precio de la bandeja;
- Si la bandeja elegida contiene arándanos, se añade 2 euro al precio de la bandeja;
- Si la bandeja elegida contiene grosellas, el precio base no varía.

Se anota $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que asocia a cada cliente el precio de la bandeja comprada.

- ¿Cuáles son los valores que toma la variable aleatoria $\mathcal{X}$?
- Elabore la tabla que representa la ley de probabilidad de $\mathcal{X}$.
- Determine la esperanza de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

E.4837



Una tienda de deportes ofrece alquiler de esquís de pista, tablas de snowboard y esquís de travesía.

Su material de alquiler se compone de 60 % esquís de pista, y el resto se distribuye a partes iguales entre tablas de snowboard y esquís de travesía.

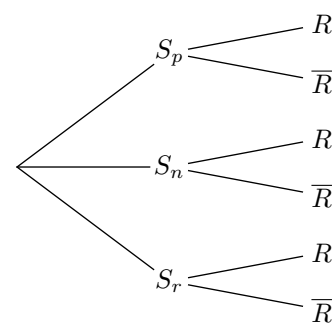
Después del día de alquiler, el material se revisa y, en su caso, se repara. Independientemente del tipo de material alquilado, 30 % del material necesita reparación.

Cada artículo alquilado se registra en una ficha que especifica su seguimiento. Se extrae una ficha al azar. Se consideran los siguientes casos:

- S_p : “La ficha corresponde a un par de esquís de pista”;
- S_n : “La ficha corresponde a una tabla de snowboard”;
- S_r : “La ficha corresponde a un par de esquís de travesía”;
- R : “El material necesita una reparación”; $\bar{R}$ es su evento contrario.

Todos los resultados de las cuatro primeras preguntas se redondearán a 10^{-3} .

- 1 Copie y complete el árbol de probabilidad que aparece a continuación:



- 2
 - a Calcule la probabilidad de que la ficha extraída corresponda a un par de esquís de pista que no necesitan reparación.
 - b Calcular $\mathcal{P}(S_p \cup \bar{R})$: la probabilidad de que la ficha extraída se refiera a un par de esquís de pista o a un material que no requiera reparación
- 3 El coste del alquiler de esquís de pista o de una tabla de snowboard es de 20 €, , mientras que el de un par de esquís de travesía es de 15 €. En caso de reparación, se factura un recargo de 15 € .

Consideramos la variable aleatoria $\mathcal{X}$ que asocia a una ficha el importe de la factura correspondiente.

- a Elabore una tabla que represente la ley de probabilidad de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.
- b Determine la esperanza de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

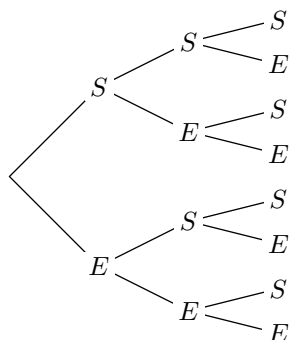
13. Prueba de Bernoulli

E.7827



Consideremos una prueba que admite dos resultados: uno denominado “éxito” y con una probabilidad S de 0,4; el otro denominado “fracaso” y con una probabilidad E .

Se decide repetir tres veces esta misma prueba. Se obtiene el árbol de probabilidad que se muestra al lado.



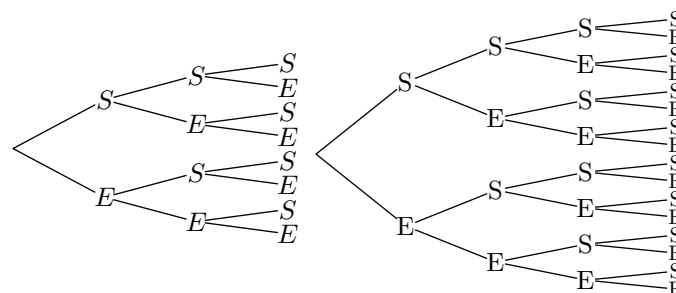
Se supone que estas repeticiones son independientes entre sí.

- 1 ¿Completar este árbol de probabilidad?
- 2
 - a ¿Cuántos caminos tienen 3 éxitos?
 - b ¿Cuál es la probabilidad de obtener tres éxitos al final de este experimento aleatorio?
- 3
 - a ¿Cuántas rutas tienen 0 éxitos?
 - b ¿Cuál es la probabilidad de no obtener ningún éxito al final de este experimento aleatorio?
- 4
 - a ¿Cuántas rutas tienen 2 éxitos?
 - b ¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente dos éxitos al final de este experimento aleatorio?

E.4887



Estos son los árboles de elección asociados a la repetición de una prueba de Bernoulli respectivamente 3 y 4 veces:



- 1 Para la repetición tres veces de la prueba de Bernoulli, complete la tabla siguiente:

Número de éxitos	0	1	2	3
Número de resultados				

- 2
 - a Para la repetición cuatro veces de la prueba de Bernoulli, complete la tabla siguiente:

Número de éxitos	0	1	2	3	4
Número de resultados					

- b ¿Existe algún método para obtener la segunda tabla a partir de la primera?

E.4886

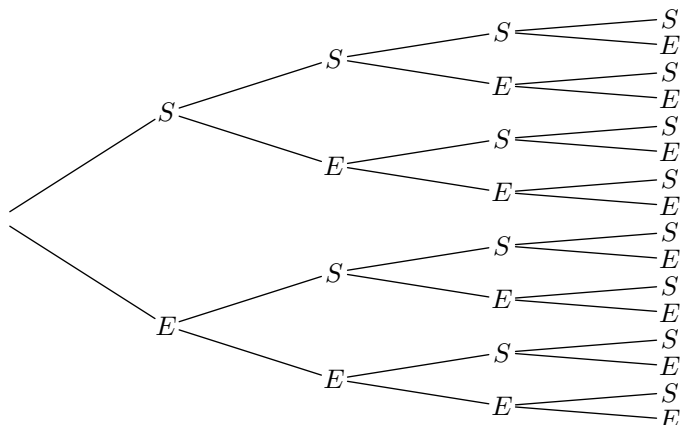


En un juego derivado de un experimento aleatorio, sólo se consideran dos resultados: el éxito (S) en este juego y el fracaso (E).

La probabilidad de éxito es 0,15.

Partie A: sucesión y repetición independiente de 4 parties

He aquí el árbol de elección correspondiente a esta repetición de experimentos;

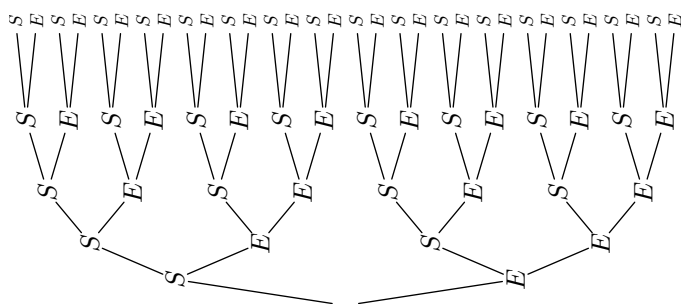


1 Déterminer la probabilidad del suceso A :
“El jugador ganó exactamente 3 veces”

2 Determine la probabilidad del suceso B :
“El jugador ganó exactamente 2 fois”

Partie B: repetición sucesiva e independiente de 5 parties

He aquí el árbol de elección correspondiente a este juego:



3 Determinar la probabilidad del suceso C :
“El jugador ganó exactamente 3 fois”.

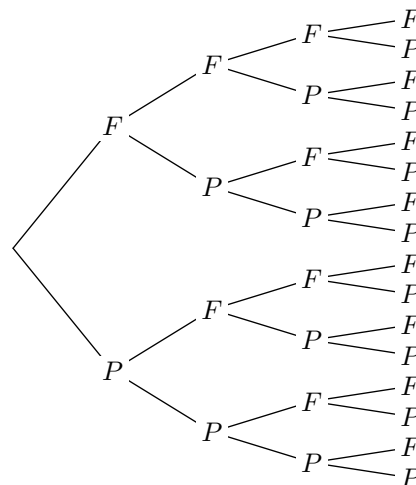
E.389



1 Un jugador lanza una moneda que no está equilibrada y cuya probabilidad de salir cara es de 0,63.

¿Cuál es la probabilidad de que salga cruz?

Queremos estudiar algunos sucesos resultantes de cuatro lanzamientos de esta moneda. Suponemos que estos lanzamientos son independientes entre sí.



Observación: los sucesos elementales $P-P-F-P$ y $P-F-P-P$ son resultados diferentes de este experimento aleatorio, pero en cada uno de ellos se obtiene el mismo número de caras y de cruz.

2 a ¿Cuántos resultados corresponden a la obtención de 3 caras y 1 cruces?

b ¿Cuál es la probabilidad de un resultado que contenga 3 caras y 1 cruces?

c A partir de ahí, deduce la probabilidad de obtener 3 caras durante este juego.

3 a De entre los siguientes cálculos, ¿cuál representa la probabilidad de un resultado que contenga exactamente 2 caras:

$$(1 - 0,63)^2 \quad ; \quad 0,63^3 \times (1 - 0,63)$$

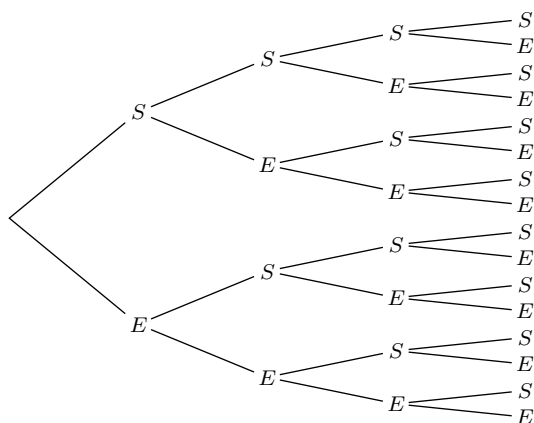
$$0,63^2 \times (1 - 0,63)^2 \quad ; \quad 0,63 \times (1 - 0,63)^3$$

b Determina la probabilidad de obtener 2 caras durante esta partida.

E.4911



- 1 Considera el siguiente árbol de elección a partir de repetir cuatro veces un ensayo Bernoulli:



Determina los coeficientes binomiales de abajo:

a $\binom{4}{2}$ b $\binom{4}{3}$

- 2 Utilizando la calculadora, determina el valor de los siguientes coeficientes binomiales:

a $\binom{5}{3}$ a $\binom{12}{5}$ a $\binom{8}{6}$ a $\binom{7}{2}$

14. Ley binomial

E.7830



Un jugador dispone de un dado cúbico equilibrado cuyas caras están numeradas del 1 al 6. En cada lanzamiento, gana si obtiene 2, 3, 4, 5 o 6; pierde si obtiene 1.

Una partida consta de 5 tiradas sucesivas e independientes del dado.

Determina la probabilidad exacta de que el jugador pierda 3 veces durante una partida y, a continuación, redondea el valor a la décima.

E.7831



Consideremos una variable aleatoria $\mathcal{X}$ que sigue la distribución binomial con parámetros $n=15$ y $p=0,63$.

- 1 Utilizando una calculadora, determina los siguientes coeficientes binomiales:

a $\binom{15}{13}$ b $\binom{15}{14}$ c $\binom{15}{15}$

- 2 Utilizando una calculadora, da el valor aproximado 10^{-4} de las siguientes probabilidades:

a $\mathcal{P}(\mathcal{X}=13)$ b $\mathcal{P}(\mathcal{X}=14)$ c $\mathcal{P}(\mathcal{X}=15)$

- 3 Deduce el valor, redondeado a la unidad 10^{-4} , de la probabilidad del suceso $\{\mathcal{X} \leq 12\}$.

E.4938



Sea $\mathcal{X}$ una variable aleatoria que sigue una distribución binomial con parámetros $n=35$ y $p=0,34$.

Determina el valor exacto y luego el valor redondeado a 10^{-5} de cada una de las siguientes probabilidades:

a $\mathcal{P}(\mathcal{X}=5)$ b $\mathcal{P}(\mathcal{X}=10)$ c $\mathcal{P}(\mathcal{X}=25)$

E.4926



Consideremos una variable aleatoria $\mathcal{X}$ que sigue la distribución binomial con parámetros $n=15$ y $p=0,63$.

Se dará la probabilidad exacta de cada una de las probabilidades preguntadas..

- 1 Determina las siguientes probabilidades:

a $\mathcal{P}(\mathcal{X}=0)$ b $\mathcal{P}(\mathcal{X}=1)$ c $\mathcal{P}(\mathcal{X}=5)$

- 2 Da la probabilidad del suceso $\{\mathcal{X} \geq 14\}$.

E.4928



Supongamos que una variable aleatoria $\mathcal{X}$ sigue una distribución binomial con parámetros $n=5$ y $p=0,6$.

- 1 Con ayuda de la calculadora, elabora una tabla que represente la distribución de la variable $\mathcal{X}$ con las probabilidades redondeadas al milésimo.

- 2 Deduce las siguientes probabilidades redondeadas al centésimo:

a $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq 1)$ b $\mathcal{P}(\mathcal{X} > 1)$

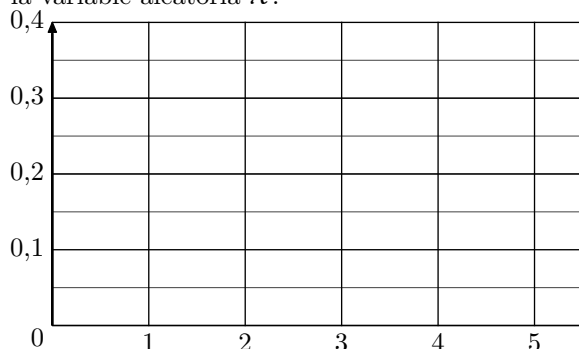
E.4930



1 Consideremos la variable aleatoria $\mathcal{X}$ que sigue una distribución binomial con parámetros $n=5$ y $p=0,5$.

a Utilizando una calculadora y redondeando los valores a 10^{-4} , elabora una tabla que muestre la distribución de probabilidad de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

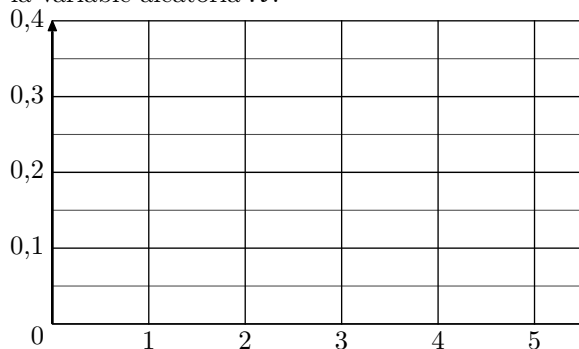
b Dibuja el diagrama de barras que representa la ley de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.



2 Consideremos la variable aleatoria $\mathcal{X}$ que sigue una distribución binomial con parámetros $n=5$ y $p=0,37$.

a Utilizando la calculadora y redondeando los valores a 10^{-4} , elabora una tabla que muestre la distribución de probabilidad de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

b Dibuja el diagrama de barras que representa la ley de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.



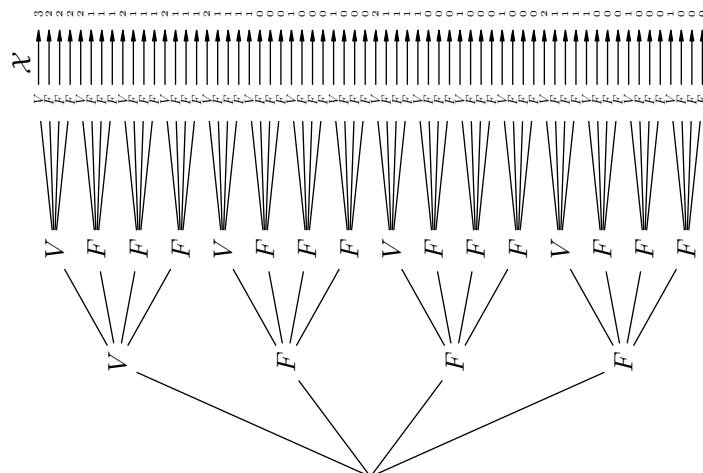
E.7385



Consideremos un cuestionario de opción múltiple compuesto por 3 preguntas, cada una de las cuales ofrece 4 respuestas, de las cuales solo una es correcta.

Creamos un experimento aleatorio pidiendo a los participantes que respondan al azar a las preguntas del formulario.

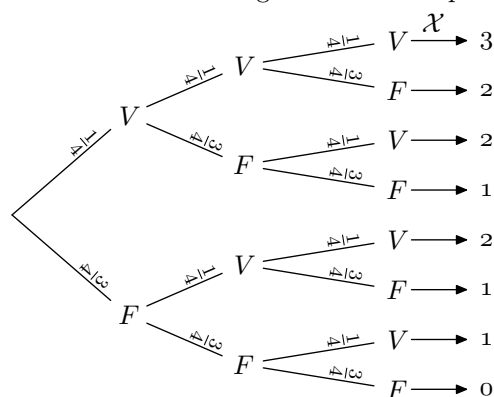
Representamos esta situación mediante el árbol de opciones siguiente:



A cada evento elemental le asociamos la variable aleatoria $\mathcal{X}$, que le asigna el número de respuestas correctas.

1 Indique la ley de probabilidad de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.

Para cada pregunta del cuestionario de elección múltiple, la probabilidad de obtener una respuesta correcta es de $\frac{1}{4}$ y la de obtener una respuesta incorrecta es de $\frac{3}{4}$. Simplificamos el árbol de elección mediante el siguiente árbol de probabilidad:



2 a Con ayuda de este árbol de probabilidad, ¿qué cálculo permite hallar los valores de las probabilidades: $\mathcal{P}(\mathcal{X}=0)$; $\mathcal{P}(\mathcal{X}=3)$

b ¿Qué método se puede aplicar para obtener rápidamente los valores de $\mathcal{P}(\mathcal{X}=1)$ y $\mathcal{P}(\mathcal{X}=2)$?

E.7487



Diez personas solicitan un puesto de trabajo en la empresa. Sus solicitudes se estudian independientemente unas de otras. Denotamos por $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que da el número de personas contratadas de entre las 10 personas.

Sabemos que 38 % de los solicitantes han sido contratados.

1 Justifique que $\mathcal{X}$ sigue una distribución binomial con parámetros $n=10$ y $p=0,38$.

2 Calcula la probabilidad de que al menos una de las diez personas sea contratada.

Se dará el valor exacto y luego un valor del resultado redondeado a 10^{-3} .

E.7829   Sea $\mathcal{X}$ siguiendo una ley binomial con parámetros 15 y 0,35. Es decir: $\mathcal{X} \sim \mathcal{B}(15; 0,35)$

Determine el valor exacto y, a continuación, el valor redondeado a milésimas de las siguientes probabilidades:

- a) $P(\mathcal{X}=5)$ b) $P(\mathcal{X}=7)$ c) $P(\mathcal{X}=9)$

E.7640    Al elegir al azar a un alumno entre los inscritos en el servicio de comedor, sabemos que la probabilidad de que el alumno elegido esté satisfecho con el servicio de comedor es de 0,675.

Cada vez se encuesta a un grupo de 4 alumnos.

Denotamos por $\mathcal{X}$ la variable aleatoria igual al número de alumnos que declaran estar satisfechos con la calidad de las comidas. Dado que el número de alumnos es suficientemente grande, consideramos que $\mathcal{X}$ sigue una ley binomial.

Los resultados se redondearán al milésimo.

- 1) Especifique los parámetros de esta ley binomial.
- 2) Calcular la probabilidad del evento A : “los cuatro alumnos están satisfechos con la calidad de las comidas”.
- 3) Describir con una frase el evento $\bar{A}$ y calcular su probabilidad.

E.4888   Consideremos una urna que contiene 6 bolas rojas y 4 bolas azules indistinguibles al tacto.

- 1) Sacamos una bola al azar de esta urna. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola roja?

Se decide sacar tres bolas sucesivamente. Cada vez se vuelve a introducir la bola en la urna (se dice que el sorteo se realiza con devolución).

- 2) Consideremos el esquema de Bernoulli resultante de esta repetición, en el que el éxito se asocia al evento “haber sacado una bola roja”
 - a) ¿Cuáles son los parámetros de este esquema de Bernoulli?
 - b) Construye el árbol que representa esta situación.
 - c) ¿Cuántos eventos elementales realizan el evento: “haber sacado 2 bolas rojas”

E.4909   En este ejercicio, todos los resultados se redondearán a 10^{-3} .

En una ciudad, un estudio muestra que 87 % de los habitantes posee un teléfono móvil.

Se eligen sucesivamente, al azar y de forma independiente, tres habitantes. Se anota $\mathcal{X}$ el número de personas seleccionadas que poseen un teléfono móvil.

- 1) ¿Qué valores puede tomar la variable aleatoria $\mathcal{X}$?

Se admite que la variable aleatoria $\mathcal{X}$ sigue una ley binomial con parámetros 3 y 0,87:

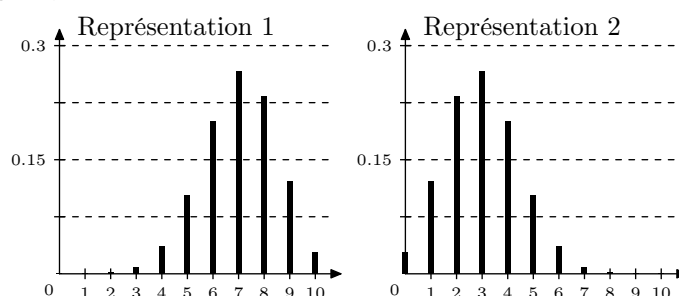
- 2) Indique, en una tabla, la ley de probabilidad de la variable aleatoria $\mathcal{X}$.
- 3) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos de estas tres personas tengan un teléfono móvil?

E.4939   Sea $\mathcal{X}$ una variable aleatoria que sigue una ley binomial con parámetros $n=35$ y $p=0,35$.

Determine, con ayuda de la calculadora, las siguientes probabilidades redondeadas al milésimo:

- a) $P(\mathcal{X} \leq 5)$ b) $P(\mathcal{X} \leq 10)$ c) $P(\mathcal{X} \geq 20)$

E.4937   De las dos representaciones siguientes y sin justificación, indique cuál representa la ley de una variable aleatoria $\mathcal{X}$ que sigue la ley binomial de parámetros $n=10$ y $p=0,3$:



E.4929   Se supone que una variable aleatoria $\mathcal{X}$ sigue una distribución binomial con parámetros $n=8$ y $p=0,37$.

Determine el valor de la probabilidad $P(3 \leq \mathcal{X} \leq 7)$ redondeado al centésimo.

E.4927   Se está probando una vacuna en una población de 100 individuos. 30 de ellos reaccionan a esta vacuna con fiebres altas. Cada fase de prueba se realiza en un grupo de 5 individuos elegidos al azar e independientemente entre cada prueba.

Observemos $\mathcal{X}$ la variable aleatoria que asocia a cada fase de prueba el número de individuos que tuvieron una reacción con fiebres altas.

- 1) Justifiquemos que la variable aleatoria $\mathcal{X}$ sigue una distribución binomial, cuyos valores de los parámetros se especificarán.
- 2) Determine la probabilidad de que 2 individuos reaccionaran a la vacuna con fiebre a lo largo de una fase de prueba.
- 3) Durante una fase de prueba, cuál es la probabilidad de que al menos 4 individuos reaccionaran con fiebre.