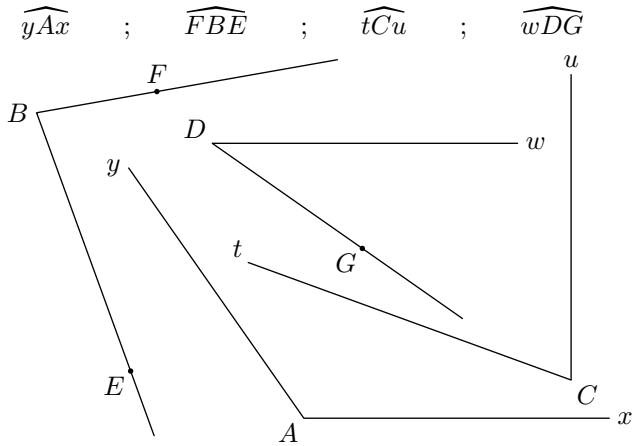




1. Recordatorios

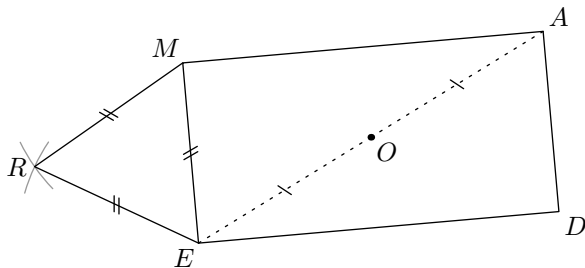
E.5606 En la figura siguiente se representan los cuatro ángulos siguientes :



Utilizando tu transportador, mide cada uno de estos ángulos y completa la tabla :

Angle	$\widehat{yAx}$	$\widehat{FBE}$	$\widehat{tCu}$	$\widehat{wDG}$
Medida (en grados)				

E.11271 Consideremos el rectángulo DAME y el triángulo MER representados a continuación :

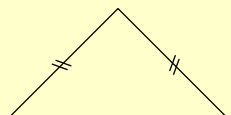


(Las longitudes se indican en la figura.)

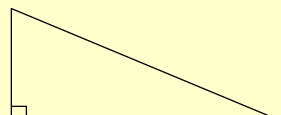
Indique la naturaleza de los triángulos siguientes :

- (a) EMA (b) EDO (c) ERA (d) MER (e) EOA

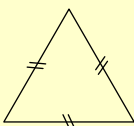
Recordatorios : naturaleza de los diferentes triángulos particulares :



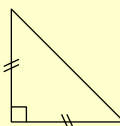
Triangle isocèle



Triangle rectangle

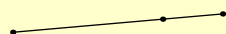


Triangle équilatéral

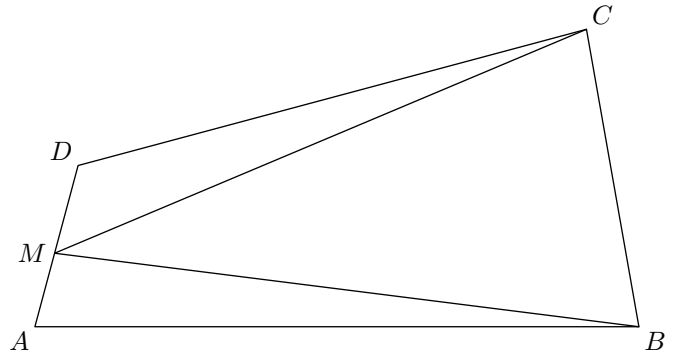


Triangle isocèle rectangle

Triangle plat

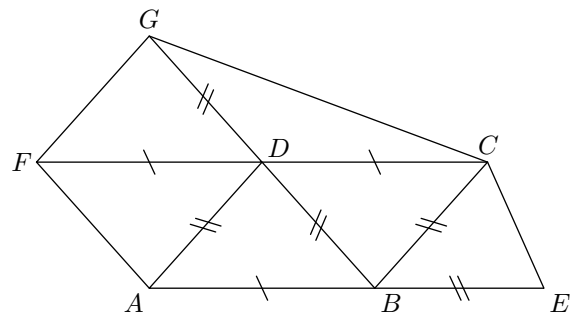


E.5607 La siguiente figura representa un cuadrilátero ABCD. M es un punto del segmento [AD] :



- 1 Nombra, y luego mide, con el transportador, los cuatro ángulos del cuadrilátero ABCD
- 2 Da la medida del ángulo BMC

E.10684 La siguiente figura está formada por varios triángulos :



Completa las líneas de puntos de abajo con los signos $<$, $>$, $=$ para comparar cada par de longitudes :

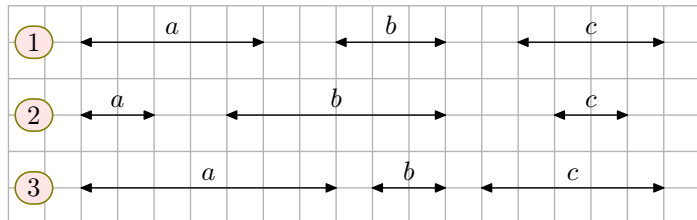
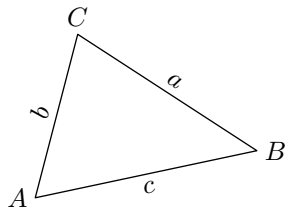
- (a) $AD + DB \dots AB$ (b) $GD + DC \dots GC$
(c) $FD + DA \dots AD + DC$ (d) $AD + DB \dots EB + BD$

2. Desigualdad triangular

E.1208   

Para cada pregunta, ¿es posible construir un triángulo cuyos lados midan a , b y c ?

Justifique su respuesta.



E.10685   

Propuesta: Desigualdad triangular

En un triángulo, la longitud de cada lado es menor o igual a la suma de las longitudes de los otros dos lados.

Construcción de un triángulo con 3 longitudes:

Tres medidas permiten trazar un triángulo si, y solo si, la longitud de la medida mayor es menor o igual a la suma de las otras dos medidas.

En cada pregunta, las medidas dadas permiten construir un triángulo. Indique la desigualdad triangular que permite afirmar la construcción del triángulo:

- (a) $a = 3\text{ cm}$; $b = 8\text{ cm}$; $c = 6\text{ cm}$
 (b) $d = 5,4\text{ cm}$; $e = 1,8\text{ cm}$; $f = 3,8\text{ cm}$

E.1206    Para cada una de las preguntas siguientes, indique si el triángulo ABC es construible o no, justificando su respuesta.

- (a) $AB = 3\text{ cm}$; $BC = 10\text{ cm}$; $AC = 9\text{ cm}$
 (b) $AB = 5\text{ cm}$; $BC = 3\text{ cm}$; $AC = 1\text{ cm}$
 (c) $AB = 2\text{ cm}$; $BC = 6\text{ cm}$; $AC = 7\text{ cm}$
 (d) $AB = 2\text{ cm}$; $BC = 1\text{ cm}$; $AC = 1,5\text{ cm}$

E.6501    Para cada pregunta, especifica si el triángulo puede construirse y la naturaleza del triángulo. Justifica las respuestas.

- (1) $AB = 5\text{ cm}$; $BC = 7,5\text{ cm}$; $AC = 4\text{ cm}$
 (2) $DE = 4\text{ cm}$; $EF = 5\text{ cm}$; $DF = 9\text{ cm}$
 (3) $GH = 6\text{ cm}$; $HI = 2\text{ cm}$; $GI = 4\text{ cm}$
 (4) $JK = 7\text{ cm}$; $KL = 4\text{ cm}$; $JL = 4\text{ cm}$

E.11435    Para cada una de las preguntas siguientes, indique si el triángulo ABC es construible o no, justificando su respuesta.

- (a) $AB = 5,2\text{ cm}$; $BC = 7,8\text{ cm}$; $AC = 2,6\text{ cm}$
 (b) $AB = 9,8\text{ cm}$; $BC = 3,2\text{ cm}$; $AC = 5,7\text{ cm}$
 (c) $AB = 3,8\text{ cm}$; $BC = 5,8\text{ cm}$; $AC = 8,1\text{ cm}$

E.10161    Para cada una de las preguntas siguientes, di si el triángulo ABC es construible o no, justificando tu respuesta.

- (a) $AB = 3\text{ cm}$; $BC = 7\text{ cm}$; $AC = 2\text{ cm}$
 (b) $AB = 80\text{ cm}$; $BC = 120\text{ cm}$; $AC = 200\text{ cm}$
 (c) $AB = 2\text{ cm}$; $BC = 3\text{ cm}$; $AC = 3\text{ cm}$

E.1224    ¿Es posible construir el triángulo MNP tal que:

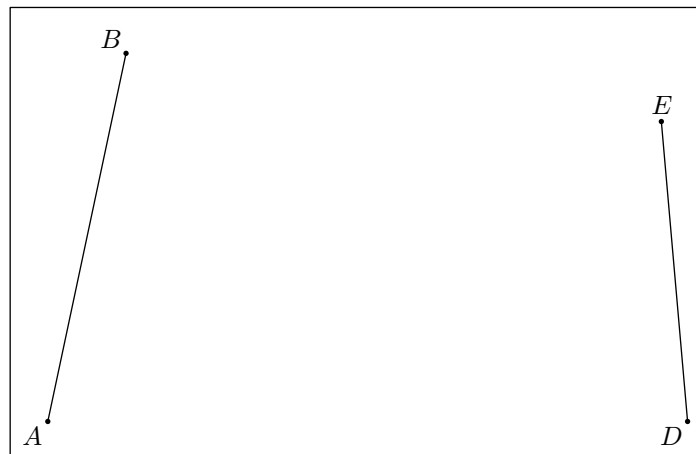
$$MN = 6,7\text{ cm} ; MP = 4,7\text{ cm} ; NP = 11,5\text{ cm}$$

Justifica tu respuesta.

3. Construcciones de triángulos con 3 medidas

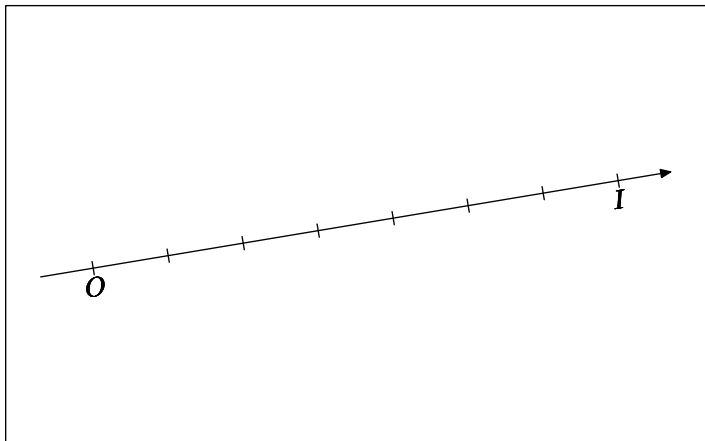
E.10686    En el recuadro siguiente, construya los dos triángulos:

- el triángulo ABC tal que:
 $AB = 5\text{ cm}$; $AC = 6\text{ cm}$; $BC = 7\text{ cm}$
- el triángulo DEF tal que:
 $DE = 4\text{ cm}$; $DF = 8,5\text{ cm}$; $EF = 6,5\text{ cm}$



4. Desigualdad triangular: el caso de la igualdad

E.5613    En el siguiente marco, consideramos una parte de una recta graduada donde el punto O es el origen de la recta graduada y el punto I es su unidad.



- 1 Traza el círculo $\mathcal{C}$ con centro O y radio $\frac{5}{7}$.
- 2 Traza el círculo $\mathcal{C}'$ con centro I y radio $\frac{2}{7}$.
- 3 ¿Cuántos puntos M del plano verifican en el plano las relaciones: $OM = \frac{5}{7}$; $IM = \frac{2}{7}$?
¿Qué se puede decir de la posición de los puntos O , I , M ?

E.5614    Consideremos tres puntos A , B y C alineados de forma que:
 $AB = 4$; $AC = 7$ cm ; $BC = 3$ cm

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- ☐ a $A \in [BC]$ ☐ b $B \in [AC]$ ☐ c $C \in [AB]$

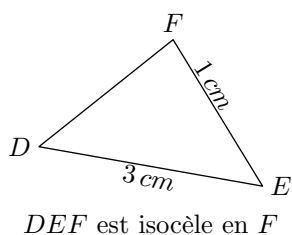
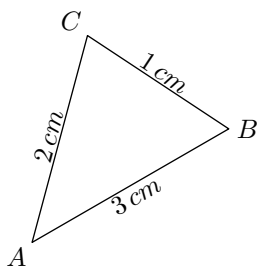
E.10162   

- 1 Consideremos los puntos D , E y F tales que:
 $DE = 9$ cm ; $DF = 6$ cm ; $EF = 4$ cm
¿Están alineados los puntos D , E y F ?
- 2 Consideremos los puntos G , H y I como:
 $GH = 5$ cm ; $GI = 12$ cm ; $HI = 7$ cm
¿Están alineados los puntos G , H y I ?

E.1834    Consideremos un triángulo isósceles MNP con vértice principal N . En cada uno de los siguientes casos, justifique si es posible o no trazar este triángulo:

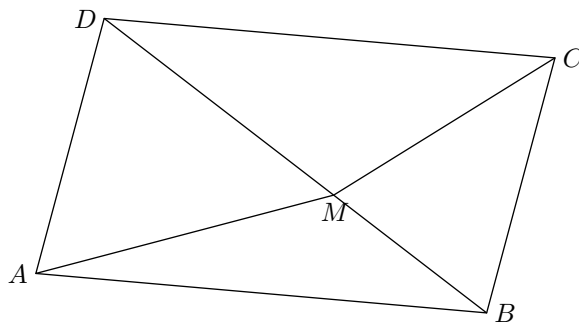
- 1 $PM = 7$ cm ; $MN = 3$ cm
- 2 $NM = 3$ cm ; $PM = 6$ cm
- 3 $NM = 4$ cm ; $MP = 5$ cm

E.1207    Para cada uno de los triángulos siguientes, explique por qué la información que aparece en el dibujo no se corresponde con la representación realizada. Justifique sus afirmaciones.



E.10687    Consideremos el cuadrilátero

$ABCD$ representado a continuación y el punto M perteneciente a la diagonal $[BD]$:



- 1 ¿Qué conjetura se puede hacer sobre la naturaleza del cuadrilátero $ABCD$? ¿En qué observaciones se basa su conjetura?
- 2 Complete los puntos con los símbolos $<$, $>$ o $=$:
☐ a $AM \dots AD + DM$ ☐ b $CB + DC \dots BD$
☐ c $AM + MC \dots AC$ ☐ d $DM + BM \dots DB$
☐ e $DM \dots DB + MB$

E.10163    Considera los puntos J , K y L tales que:

$$JK = 6 \text{ cm} ; \quad JL = 4 \text{ cm} ; \quad KL = ? \text{ cm}$$

Cuál debe ser la longitud del segmento:

- 1 para que el punto L pertenezca al segmento $[JK]$?
- 2 para que el punto J pertenezca al segmento $[KL]$?

E.6502    En las dos preguntas siguientes, considera que el triángulo ABC es un triángulo plano y tiene las siguientes medidas:

$$AC = 8 \text{ cm} ; \quad BC = 5 \text{ cm}$$

Para cada una de las preguntas, determina la longitud del segmento $[AB]$ que verifica la condición solicitada:

- 1 el punto B pertenece al segmento $[AC]$.
- 2 el punto C pertenece al segmento $[AB]$.

E.10787   

- 1 Consideremos el triángulo ABC tal que:
 $AB = 5,3 \text{ cm} ; \quad AC = 3,8 \text{ cm}$

Sugiere una medida del segmento $[BC]$ de forma que el triángulo ABC sea construible, no plano y el segmento $[BC]$ sea el lado mayor de este triángulo.

- 2 Consideremos las tres medidas a , b , c :
 $a = 8,2 \text{ cm} ; \quad b = 5,4 \text{ cm}$

Sugiere un valor de la medida c tal que no se pueda construir un triángulo con estas tres medidas y tal que la medida a siga siendo la mayor de estas tres medidas.

- 3 Consideremos el triángulo DEF tal que:
 $DE = 3,9 \text{ cm} ; \quad DF = 2,8 \text{ cm}$

Dar la medida del segmento $[EF]$ tal que el triángulo DEF sea construible y plano, y tal que el punto F pertenezca al segmento $[DE]$.

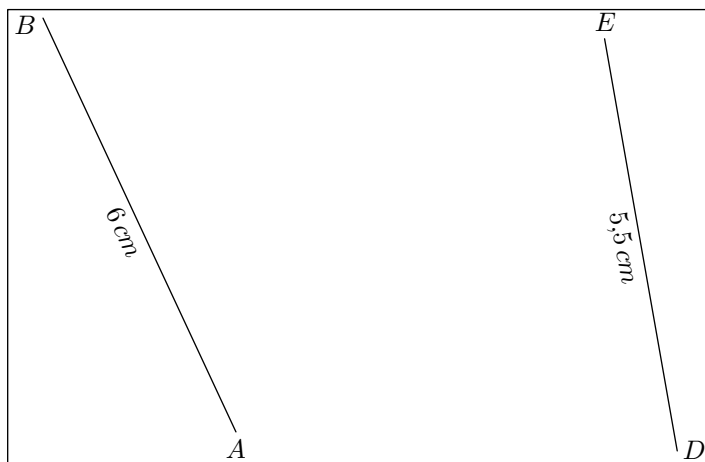
- 4 Consideremos el triángulo GHI tal que:
 $GH = 4,2 \text{ cm} ; \quad GI = 6,4 \text{ cm}$

Dar la medida del segmento $[HI]$ tal que el triángulo GHI sea construible y plano, y tal que el punto H pertenezca al segmento $[GI]$.

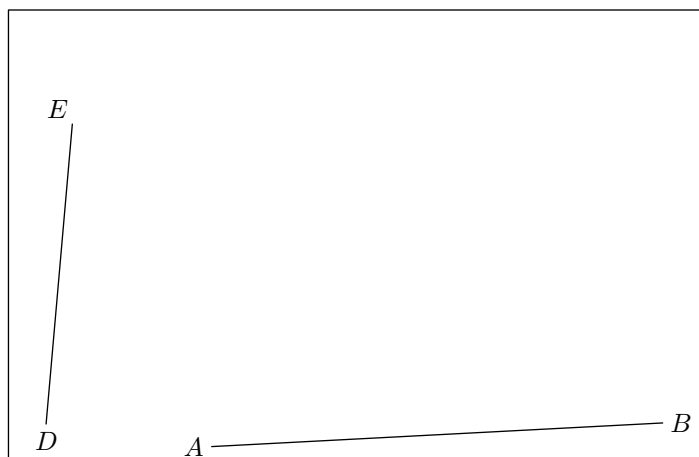
5. Construcciones de triángulos

E.6504    En el marco siguiente, complete la figura para obtener los triángulos ABC y DEF de tal manera que:

- 1 $AB = 6 \text{ cm}$; $\widehat{BAC} = 45^\circ$; $\widehat{ABC} = 55^\circ$
- 2 $DE = 5,5 \text{ cm}$; $EF = 6 \text{ cm}$; $\widehat{DEF} = 40^\circ$

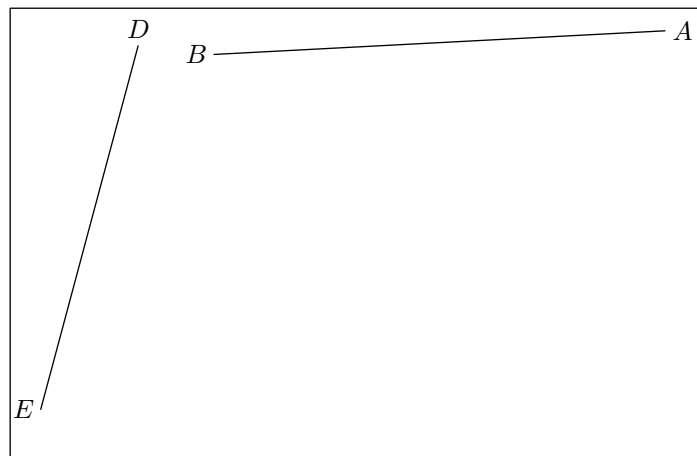


E.10776    Considere la siguiente configuración:



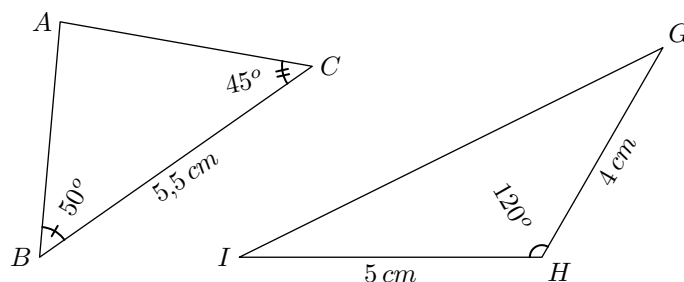
- 1 Dibuja el triángulo ABC tal que:
 $AB = 6 \text{ cm}$; $\widehat{BAC} = 40^\circ$; $\widehat{ABC} = 75^\circ$
- 2 Dibuja el triángulo DEF tal que:
 $DE = 4 \text{ cm}$; $EF = 5 \text{ cm}$; $\widehat{DEF} = 105^\circ$

E.11436    Consideremos la siguiente configuración:



- 1 Trace el triángulo ABC tal que:
 $AB = 6 \text{ cm}$; $AC = 5 \text{ cm}$; $BC = 7 \text{ cm}$
- 2 Trace el triángulo DEF tal que:
 $DE = 5 \text{ cm}$; $\widehat{EDF} = 45^\circ$; $\widehat{DEF} = 75^\circ$

E.1796    Construye los triángulos de abajo en tamaño real:



E.1209    Dibuja los siguientes triángulos utilizando las medidas dadas:

- 1 El triángulo ABC como:
 $AB = 7 \text{ cm}$; $AC = 4 \text{ cm}$; $BC = 5 \text{ cm}$
- 2 El triángulo DEF como:
 $EF = 5 \text{ cm}$; $\widehat{DEF} = 75^\circ$; $\widehat{EFD} = 60^\circ$
- 3 triángulo GHI como:
 $GI = 5 \text{ cm}$; $GH = 4,5 \text{ cm}$; $\widehat{IGH} = 50^\circ$

E.1211    Dibuja el triángulo ABC verificando:

$$AB = 7 \text{ cm} ; BC = 9 \text{ cm} ; \widehat{ABC} = 40^\circ$$

E.1798    Construye en cada caso, un triángulo ABC tal que:

- 1 $AB = 7 \text{ cm}$; $\widehat{BAC} = 110^\circ$; $\widehat{ABC} = 30^\circ$
- 2 $\widehat{DFE} = 55^\circ$; $FE = 5 \text{ cm}$; $FD = 7 \text{ cm}$
- 3 $GH = 8 \text{ cm}$; $GI = 10 \text{ cm}$; $HI = 6 \text{ cm}$

E.10165    En esta pregunta, veremos que es posible trazar dos triángulos DEF que cumplen las condiciones:

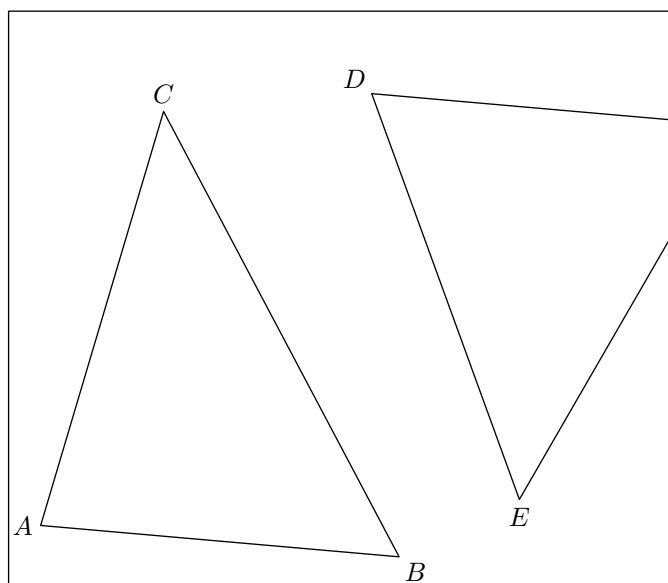
$$DE = 8 \text{ cm} ; DF = 7 \text{ cm} ; \widehat{FED} = 50^\circ$$

- 1) Trazar el segmento $[DE]$ y una semirrecta $[Ex)$ verificando: $\widehat{DEx} = 50^\circ$
- 2) Colocar dos puntos F' y F'' pertenecientes a la semirrecta $[Ex)$ y situados a 7 cm del punto D .

E.10164    Dibuja dos triángulos JKL verificando las medidas:

$$KL = 7 \text{ cm} ; LJ = 5,5 \text{ cm} ; \widehat{LKJ} = 50^\circ$$

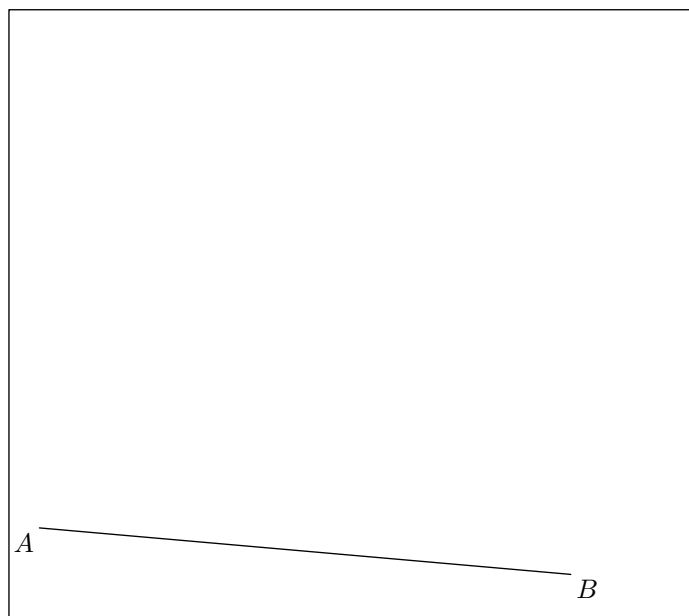
E.6   



- 1) Midiendo las longitudes de sus lados, reproduce en tu cuaderno el triángulo ABC .
- 2) Solo se ha representado una parte del triángulo DEF arriba. Realiza las mediciones necesarias con tu regla graduada y tu transportador para reproducir, en tamaño real, el

triángulo DEF .

E.5722    Completa la siguiente figura:



Utilizando el programa de trazado que aparece a continuación:

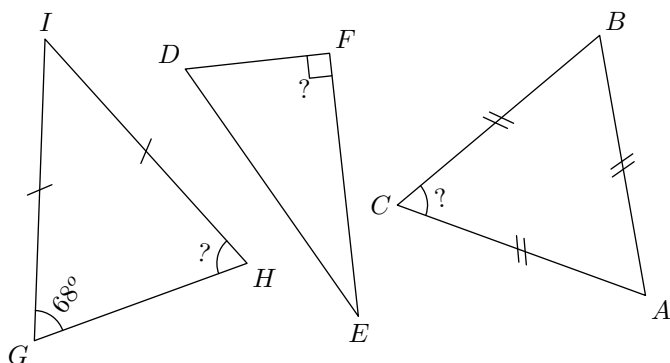
- 1) Dibuja el triángulo ABC tal que:
 $AB = 7 \text{ cm} ; \widehat{BAC} = 75^\circ ; \widehat{ABC} = 50^\circ$
- 2) Coloca el punto M tal que:
 $M \in [BC] ; \widehat{MAB} = 35^\circ$
- 3) Sitúa el punto N fuera del triángulo ABC tal que:
 $N \in [AM) ; \widehat{CBN} = 36^\circ$

E.1210    Construye cuatro triángulos diferentes tales que cada uno de ellos tenga las tres propiedades siguientes:

- uno de sus lados 7 cm ,
- uno de sus otros lados mide 5 cm
- y tiene un ángulo de 30° .

6. Construcciones de triángulos particulares

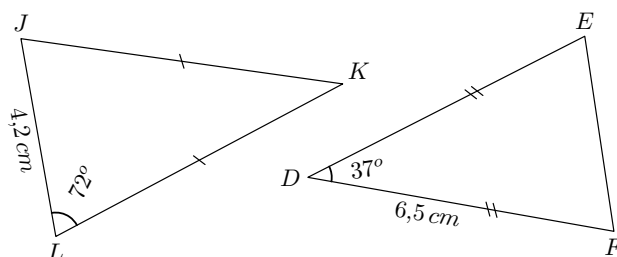
E.6480    Considera los tres triángulos especiales siguientes:



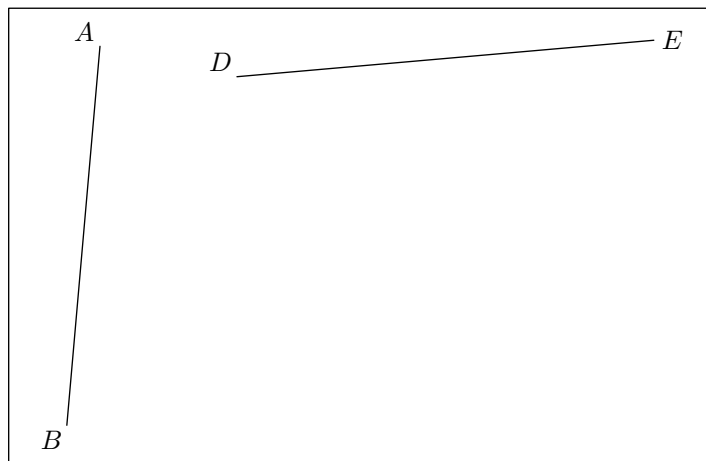
- 1) Indique la naturaleza de cada uno de estos triángulos, justificando su elección.
- 2) Nombra y luego da la medida de cada uno de los ángulos

indicados utilizando un “?” signo de interrogación.

E.10166    Construye los siguientes triángulos a escala real:



E.6489    Consideremos los dos segmentos representados a continuación:



- 1 Construir el triángulo ABC isósceles en A tal que:
 $AC = 5\text{ cm}$; $\widehat{BAC} = 40^\circ$
- 2 Construir el triángulo DEF isósceles en F tal que:
 $DE = 5,5\text{ cm}$; $\widehat{EDF} = 60^\circ$

E.5707    Dibuja los triángulos que aparecen a continuación:

- 1 El triángulo ABC es isósceles en A y tiene las medidas:
 $AC = 6\text{ cm}$; $\widehat{BAC} = 40^\circ$
- 2 El triángulo DEF es isósceles en F y tiene las medidas:
 $DE = 5\text{ cm}$;

E.10167    Dibuja los triángulos que aparecen a continuación:

- 1 El triángulo ABC es rectángulo en A y tiene las siguientes medidas:
 $AB = 9\text{ cm}$; $AC = 3\text{ cm}$
- 2 El triángulo DEF es rectángulo en D y tiene las medidas:
 $DE = 8\text{ cm}$; $\widehat{DEF} = 30^\circ$
- 3 El triángulo GHI es rectángulo en H y tiene las medidas:
 $GH = 7\text{ cm}$;

E.6490    Dibuja los triángulos que aparecen a continuación:

- 1 El triángulo ABC es isósceles en A y tiene las medidas:
 $AC = 7\text{ cm}$; $\widehat{BAC} = 44^\circ$
- 2 El triángulo DEF es isósceles en F y tiene las medidas:
 $DE = 6\text{ cm}$;

7. Altura y mediatriz (recordatorio)

E.10688   

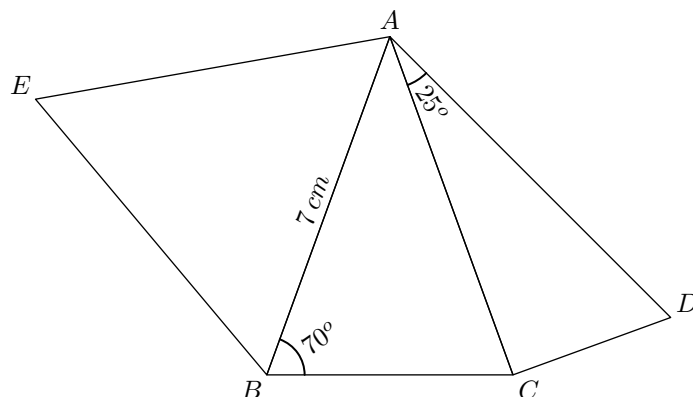
Definición: Sean A y B dos puntos distintos del plano. Se denomina **mediatriz del segmento** a la única recta que pasa por el punto medio del segmento $[AB]$ y es perpendicular a la recta (AB) .

En el plano, tenemos los dos segmentos $[AB]$ y $[CD]$, cuyas

E.6493    A continuación se muestran tres triángulos:

- triángulo ABC es isósceles en A ;
- triángulo ACD es rectángulo en C ;
- triángulo ABE es equilátero.

Las medidas se muestran en la figura:

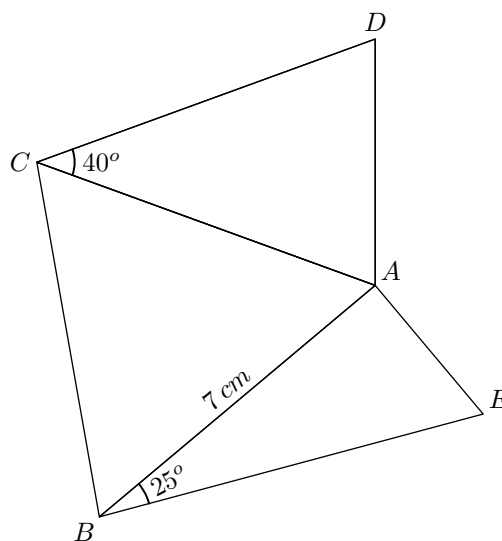


Reproduce esta figura en dimensión real.

E.10775    A continuación se muestran tres triángulos:

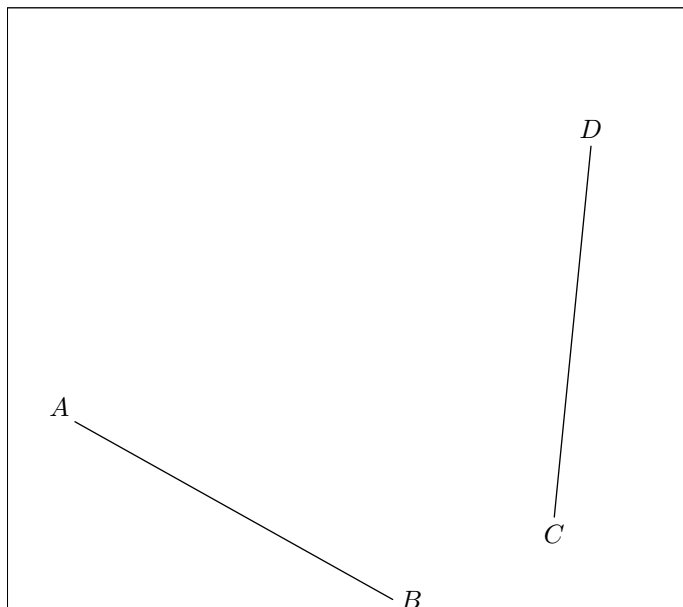
- triángulo ABC es equilátero.
- triángulo ACD es isósceles en C ;
- triángulo ABE es rectángulo en A ;

Las mediciones se muestran en la Fig:



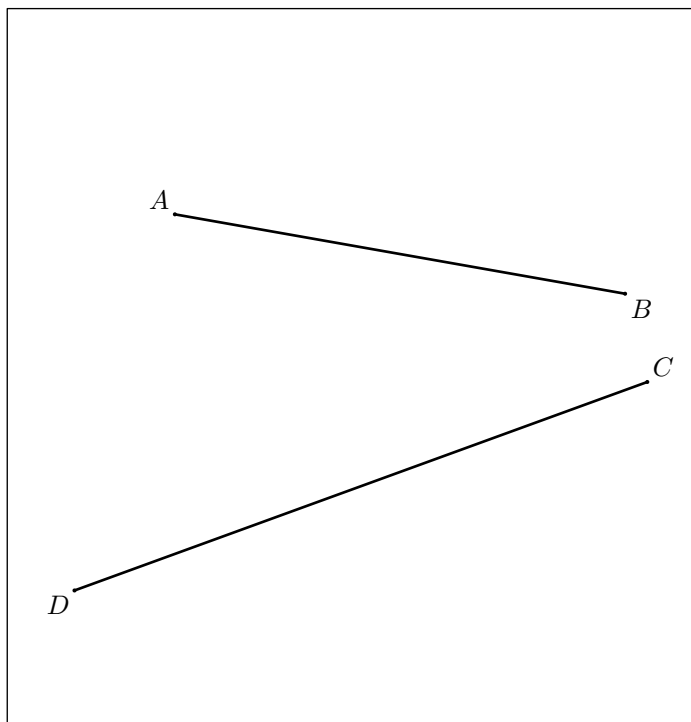
Reproduce esta figura en dimensiones reales.

representaciones se muestran a continuación:



- 1
 - a Con ayuda de la regla graduada y la escuadra, traza la mediatriz de cada uno de estos dos segmentos.
 - b Nombra O el punto de intersección de las dos mediatrices.
- 2
 - a Traza el círculo con centro O y radio $[OA]$.
 - b ¿Qué observas?

E.10689   Utilizando una regla y un compás, traza la bisectriz de cada uno de los segmentos siguientes:

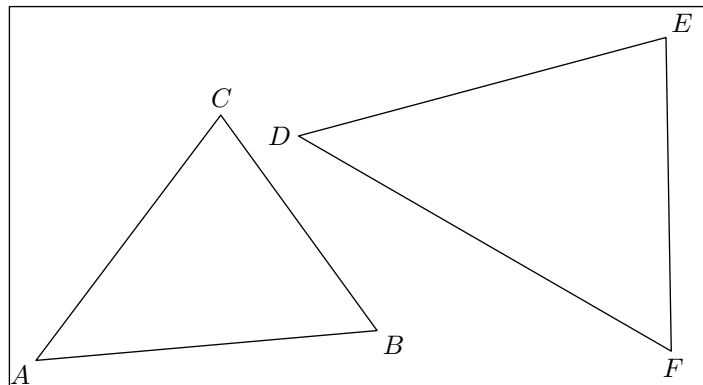


E.10690   

Recordatorios:

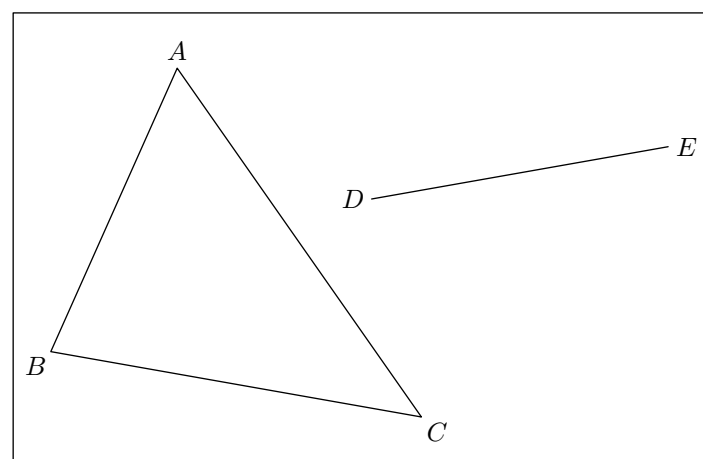
- En un triángulo ABC , la altura que sale del vértice A es la recta que pasa por el punto A y es perpendicular al lado opuesto $[BC]$.
- El área de un triángulo viene dada por la fórmula:
$$A = \frac{b \times h}{2}$$
donde b es la longitud de una base y h la medida de la altura asociada.

Consideremos los dos triángulos ABC y DEF representados a continuación:



- 1
 - a Traza la altura del triángulo ABC desde C . Nombra H el pie de la altura.
 - b Mide las siguientes longitudes:
 $AB = \dots$; $CH = \dots$
 - c Determinar el área del triángulo ABC .
- 2
 - a Trazar la altura del triángulo DEF desde el vértice F . Denominar I al pie de esta altura.
 - b Mida las siguientes longitudes:
 $DE = \dots$; $FI = \dots$
 - c Determine el área del triángulo DEF .

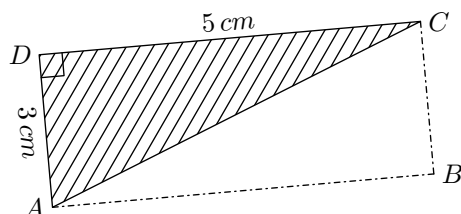
E.11359    Consideremos el triángulo ABC y el segmento $[DE]$ que se muestran a continuación:



- 1 Traza la mediatriz del segmento $[DE]$.
- 2
 - a Traza la altura que sale de A .
 - b Determina el área del triángulo ABC .

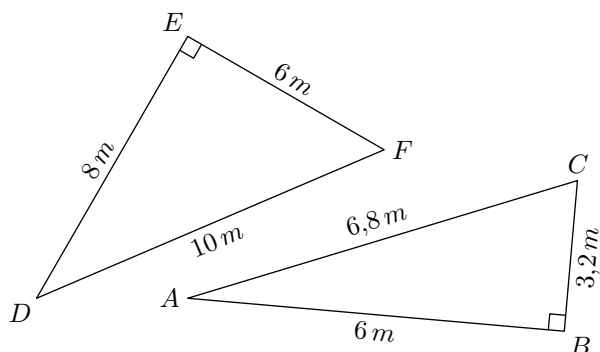
8. Áreas de triángulos rectángulos

E.9995    A continuación se muestra el rectángulo $ABCD$:



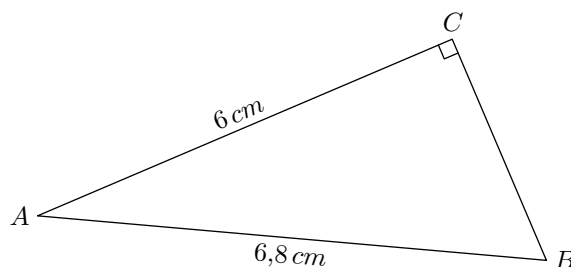
- 1) Determina el área del rectángulo $ABCD$.
- 2) Deduce el área del triángulo ACD acutángulo en D .

E.6456    Considera los dos triángulos ABC y DEF :



Determina las áreas de los triángulos ABC y DEF .

E.11132    Consideremos el triángulo ABC rectángulo en B y cuyo perímetro mide 16 cm :



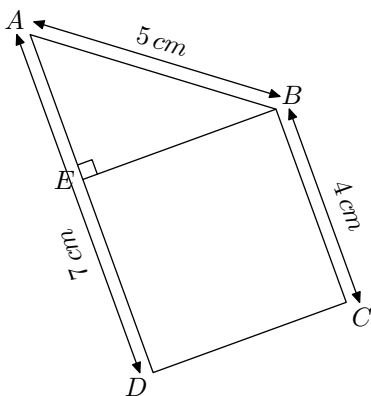
Determina el área del triángulo ABC .

9. Rectángulos y métodos aditivos

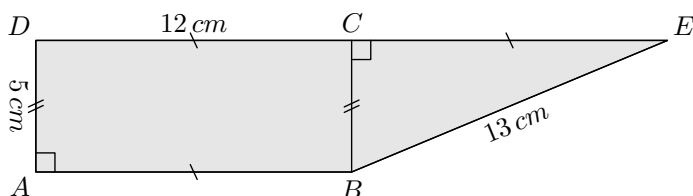
E.1688   

La figura de al lado está formada por el cuadrado $BCDE$ y un triángulo AEB acutángulo recto en E .

- 1) Calcula el perímetro de la figura.
- 2) Calcula el área de la figura.



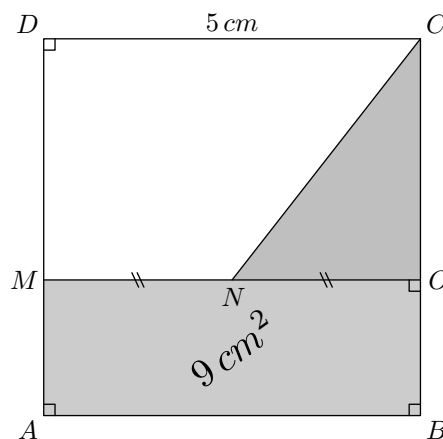
E.4227    La siguiente figura está formada por un rectángulo y un triángulo rectángulo:



- 1) Determina el perímetro de la figura sombreada.
- 2) Determina el área de la figura sombreada.

E.11131    Considera la siguiente figura donde:

- el cuadrilátero $ABCD$ es un cuadrado de lado 5 cm ;
- el cuadrilátero $ABOM$ es un rectángulo de 9 cm^2 área;
- triángulo NOC es rectángulo en O donde N es el punto medio del segmento $[MO]$.

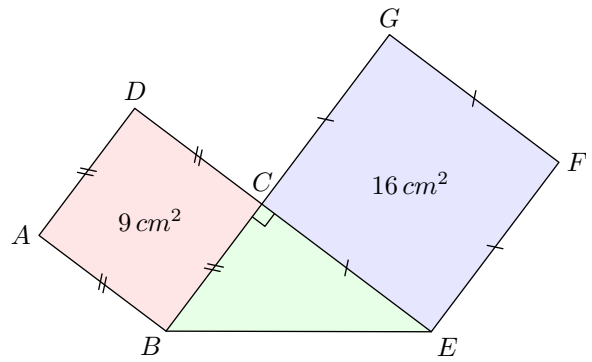


Determina la ayuda de la parte sombreada (el polígono $ABCNM$).

E.11134



La siguiente figura está formada por los dos cuadrados $ABCD$ y $CEFG$ y el triángulo BCE acutángulo en E .



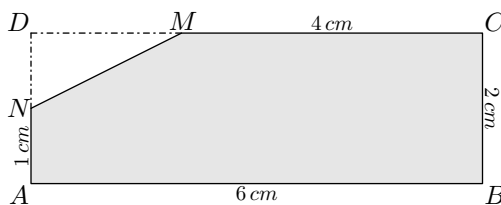
Determina el área total de la figura.

10. Rectángulos y métodos sustractivos

E.11226



El polígono $ABCMN$ sombreado a continuación:



construido a partir del rectángulo $ABCD$ y los puntos:

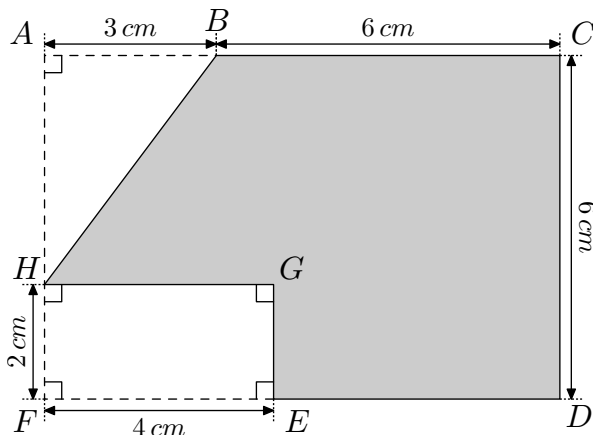
- M pertenecientes a $[CD]$;
- N pertenecientes a $[AD]$.

Tenemos las medidas:

$$AB = 6 \text{ cm} ; BC = 2 \text{ cm} ; CM = 4 \text{ cm} ; AN = 1 \text{ cm}$$

- Determinar la longitud de los segmentos $[DN]$ y $[DM]$.
 - Determinar el área del triángulo DMN .
- Determinar el área del polígono $ABCMN$.

E.1690

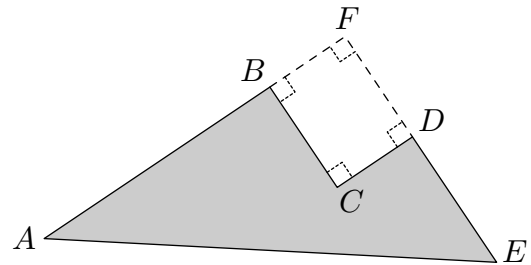


- Indique la naturaleza de los polígonos ABH y $HGEF$.
 - Da el área de cada uno de estos dos polígonos.
- Calcula el área del polígono $BCDEGH$.

E.1689



La figura representa el triángulo rectángulo AFE en F . El punto B es un punto del segmento $[AF]$ y el punto D es un punto del segmento $[FE]$. El punto C es tal que el cuadrilátero $BCDF$ es un rectángulo.



Aquí hay algunas medidas de esta figura:

- $AB = 4,5 \text{ cm}$; • $AF = 6 \text{ cm}$; • $FD = 2 \text{ cm}$
- $DE = 2,5 \text{ cm}$; • $AE = 7,5 \text{ cm}$

- Calcula el perímetro de la figura "sombreada".
- Calcula el área de la figura "sombreada".

E.2634

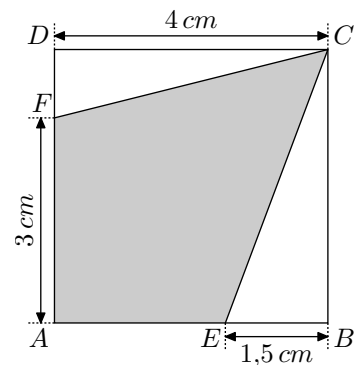


Considera la figura de al lado que representa un cuadrado $ABCD$ 4 cm de lados.

El punto E pertenece al segmento $[EB]$ y la distancia de E a B mide $1,5 \text{ cm}$.

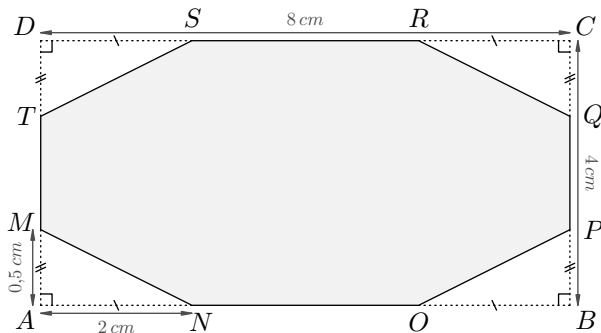
El punto F es un punto de la figura que verifica

$$\begin{cases} F \in [AD] \\ FA = 3 \text{ cm} \end{cases}$$



- Determina el área del triángulo rectángulo EBC .
- Determina el área del triángulo CDF .
- Determina el área del polígono $AECF$.

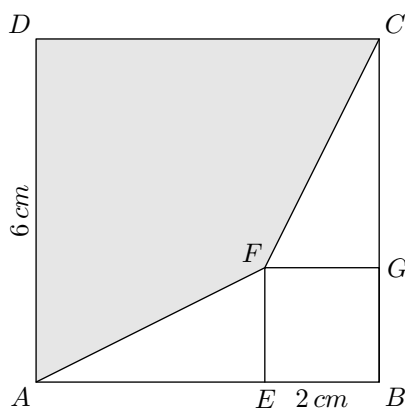
E.11099 Consideremos el polígono $\mathcal{P}$ $MNOPQRST$ representado a continuación, donde $ABCD$ es un rectángulo y los triángulos rectángulos AMN , BOP , CQR , DST son idénticos.



Determine el área del polígono $\mathcal{P}$.

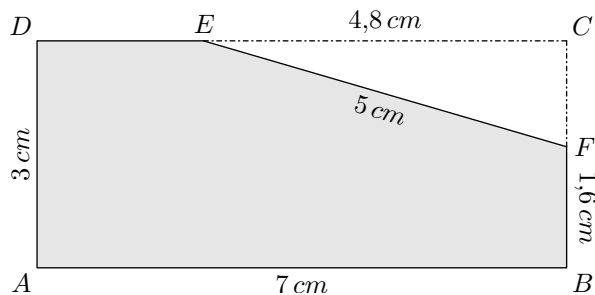
Indicación: recuerde escribir los pasos de su razonamiento.

E.4228 La figura siguiente está formada por los dos cuadrados $ABCD$ y $EFGB$:



Determina el área de la parte sombreada.

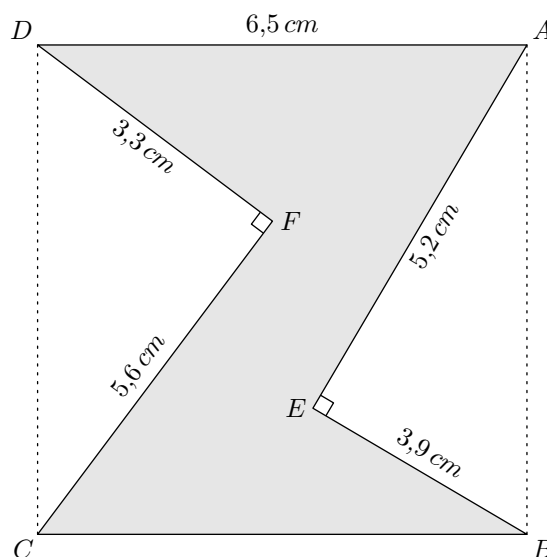
E.11098 Consideremos el pentágono $\mathcal{F}$ sombreado a continuación:



donde el cuadrilátero $ABCD$ es un rectángulo, $E \in [CD]$ y $F \in [BC]$.

- 1 a Justificar que $ED = 2,2 \text{ cm}$.
- b Determinar el perímetro de la figura $\mathcal{F}$
- 2 a Justificar que $CF = 1,4 \text{ cm}$.
- b Determinar el área de la figura $\mathcal{F}$.

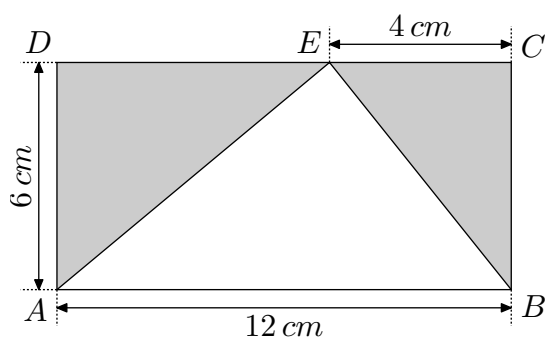
E.11101 Considera el cuadrado $ABCD$ que aparece a continuación:



Determina el área de la parte sombreada.

11. Introducción al área de triángulos cualesquiera

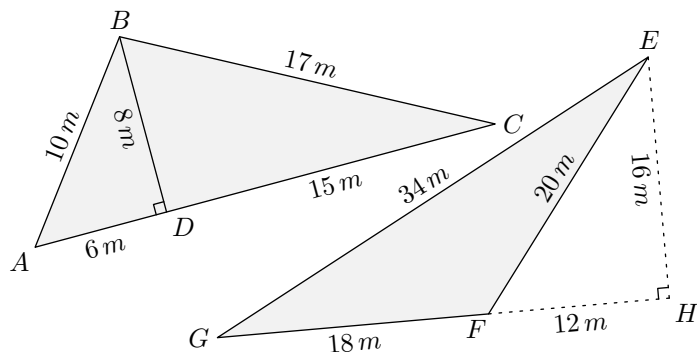
E.1696 Queremos calcular el área del triángulo en blanco. Para ello, sigue estos pasos:



- 1 a Calcula el área del rectángulo
- b Calcula el área de los dos triángulos “en gris” ADE y BEC .

- c Deduce el área del triángulo “blanco”.
- 2 Mediante qué cálculo se puede obtener fácilmente el área del triángulo ABE utilizando los números 6 y 12.

E.11089    Considera los dos triángulos ABC y EFG que aparecen a continuación:

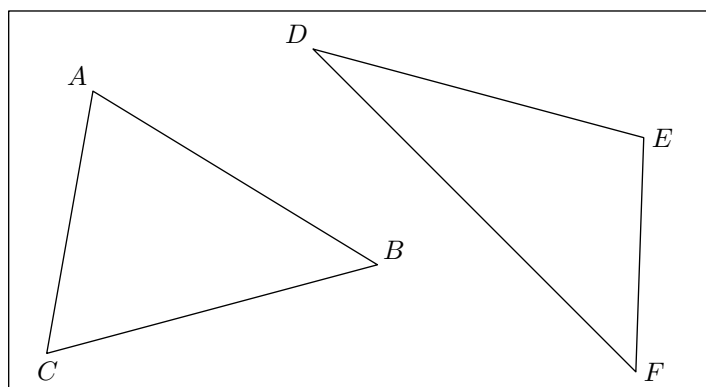


- 1
 - a) Determina el área del triángulo ABD .
 - b) Determina el área del triángulo BCD .
 - c) Deduce el área del triángulo ABC .
- 2
 - a) Determina el área del triángulo EFH .
 - b) Determina el área del triángulo EGH .
 - c) Deduce el área del triángulo EFG .
- 3 Determina los valores de los dos cocientes:

$$\frac{AC \times BD}{2} ; \frac{FG \times EH}{2}$$

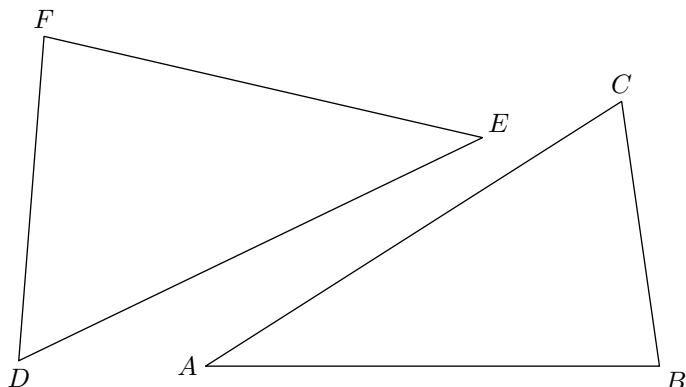
12. Altura y lado opuesto

E.6702    Considera los dos triángulos ABC y CDE que se muestran a continuación:



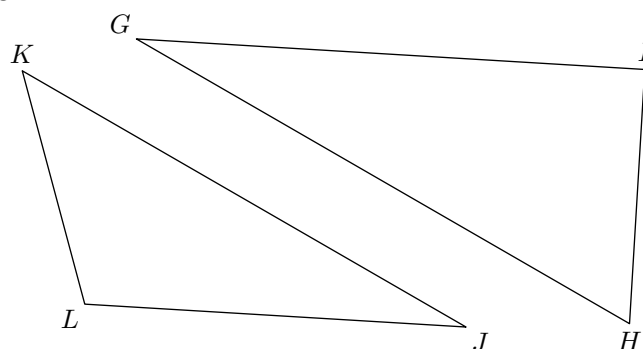
- 1 Dans el triángulo ABC , traza la altura desde el vértice B .
- 2 En el triángulo DEF , dibuje la altura a partir del vértice D .

E.1212    Consideremos los dos triángulos siguientes:



- 1 En el triángulo ABC :
 - a) Nombra el lado opuesto al vértice A .
 - b) Traza la altura desde el vértice A . Nombra M el pie de esta altura.
- 2 En el triángulo DEF :
 - a) Nombra el lado opuesto al vértice E .
 - b) Traza la altura que sale del vértice E . Nombra N el pie de esta altura.

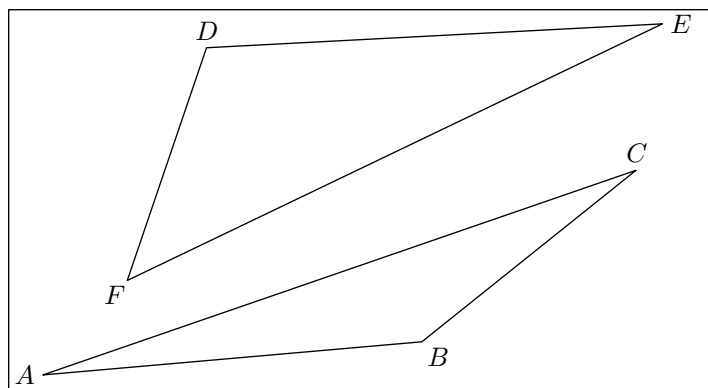
E.11100    Consideremos los dos triángulos siguientes:



- 1 En el triángulo JKL :
 - a) Nombra el lado opuesto al vértice J .
 - b) Traza la altura desde el vértice J y nombra M como el pie de esta altura.
- 2 En el triángulo GHI :
 - a) Nombra el lado opuesto al vértice G .
 - b) Traza la altura que sale del vértice G y nombra N el pie de esta altura.

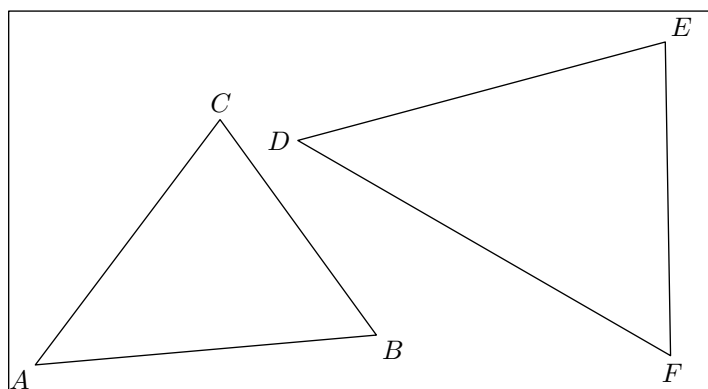
13. Áreas de triángulos

E.10532    Consideremos los dos triángulos ABC y DEF representados a continuación:



1.
 - a) Traza la altura del triángulo ABC desde C . Nombra H el pie de la altura.
 - b) Mida las siguientes longitudes:
 $AB = \dots$; $CH = \dots$
 - c) Determine el área del triángulo ABC .
2.
 - a) Trace la altura del triángulo DEF desde el vértice F . Denomine I al pie de esta altura.
 - b) Mida las siguientes longitudes:
 $DE = \dots$; $FI = \dots$
 - c) Determine el área del triángulo DEF .

E.10531 Consideremos los dos triángulos ABC y DEF representados a continuación:

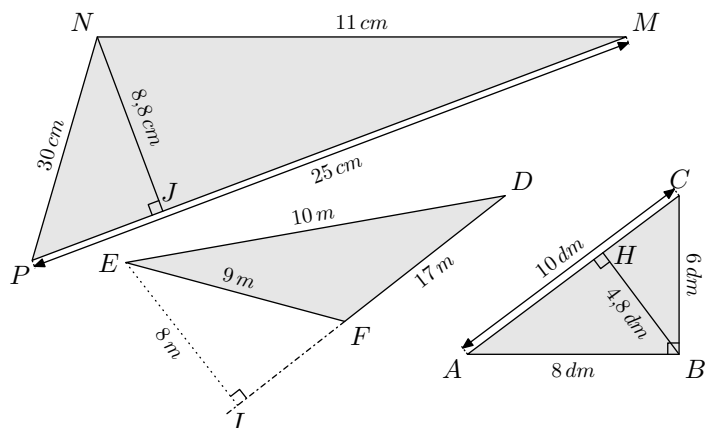


1.
 - a) Traza la altura del triángulo ABC desde C . Nombra H como el pie de la altura.
 - b) Mida las siguientes longitudes:
 $AB = \dots$; $CH = \dots$
 - c) Determine el área del triángulo ABC .
2.
 - a) Trace la altura del triángulo DEF desde el vértice

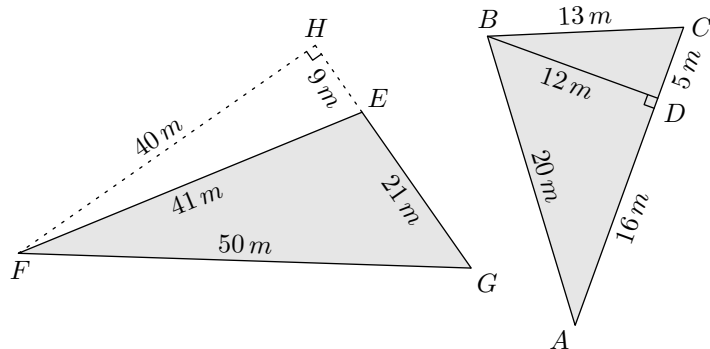
F . Denomine I al pie de esta altura.

- b) Mida las siguientes longitudes:
 $DE = \dots$; $FI = \dots$
- c) Determine el área del triángulo DEF .

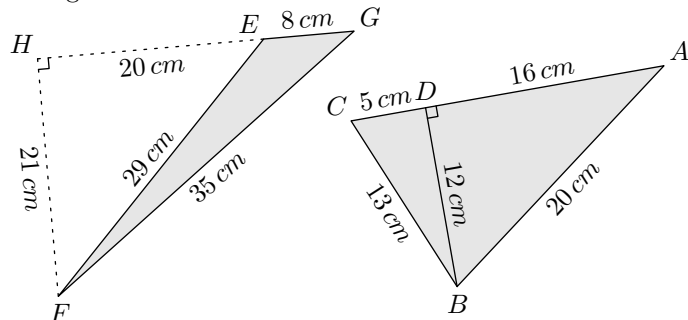
E.7887 Determina el área definida por cada uno de los triángulos sombreados de abajo:



E.11090 En cada caso, determina las áreas de los triángulos ABC y EFG :

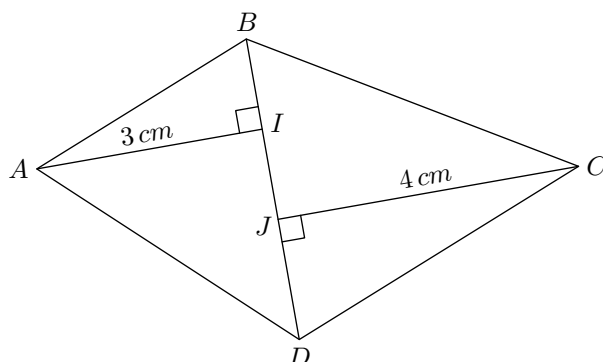


E.11091 En cada caso, determina el área del triángulo ABC :



14. Áreas de triángulos: propiedad aditiva del área

E.5587 Considera el cuadrilátero $ABCD$ que se muestra a continuación:



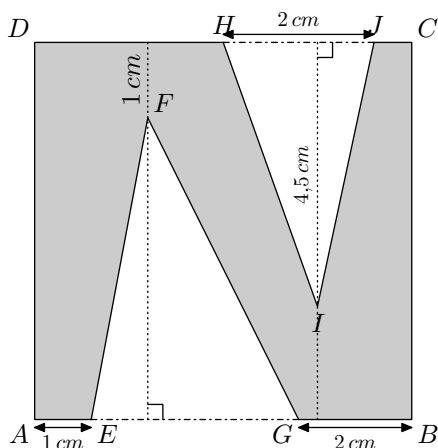
I es el pie de la altura desde A en el triángulo ABD . J es el pie de la altura que surge de C en el triángulo BCD . Tenemos las siguientes medidas:

$$BD = 4 \text{ cm} ; AI = 3 \text{ cm} ; CJ = 4 \text{ cm}$$

Determina el área del cuadrilátero $ABCD$.

15. Áreas de triángulos: figuras compuestas por diferencias

E.11133 Consideremos la figura sombreada que se muestra a continuación, incluida en el cuadrado $ABCD$ de lado 6 cm :

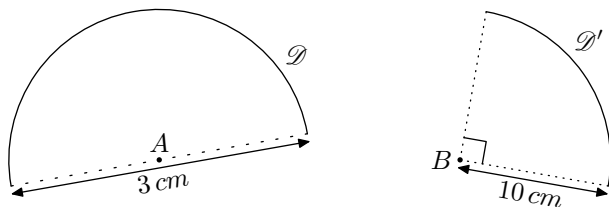


- 1 Determinar el área del triángulo HII .
- 2 a Sin justificación y en el triángulo EFG , indique la longitud de la altura que parte del vértice F y la longitud del lado opuesto al vértice F .
- b Determine el área del triángulo EFG .
- 3 Determinar el área de la figura sombreada.

16. Área de un disco

E.9996 A continuación se representan:

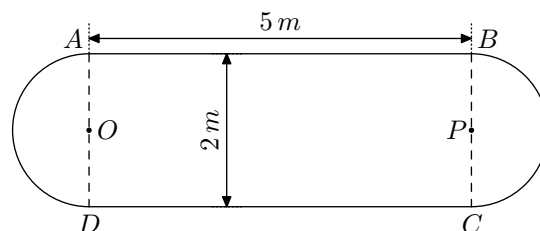
- el semidisco $\mathcal{D}$ con centro A y diámetro 3 cm
- el cuarto de disco $\mathcal{D}'$ con centro B y radio 10 m



Determine el área de cada una de estas figuras redondeada al décimo de centímetro cuadrado más cercano.

Indicación: se utilizará: $\pi \approx 3,1416$

E.1694 El siguiente diagrama muestra una mesa de sección rectangular con dos extensiones semicirculares.

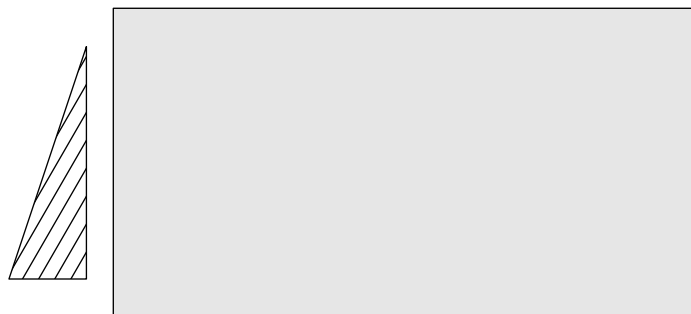


- 1 Determina el perímetro de esta mesa redondeado al décimo más próximo.
- 2 Determina el área de esta tabla redondeada al metro cuadrado más próximo.

Pista: utilizaremos $\pi \approx 3,14$

17. Problemas abiertos

E.5759 Tenemos una joya de forma triangular (representada a continuación por el triángulo sombreado) y una lámina de oro rectangular (representada por el rectángulo sombreado a continuación):



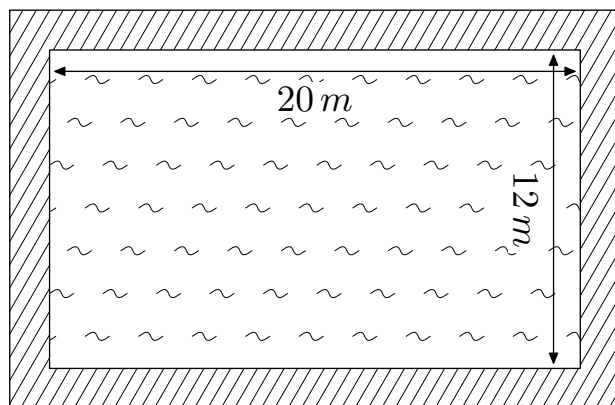
¿Cuántas joyas se pueden cubrir con esta lámina de oro?

Indicación: se pueden utilizar varios trozos de la lámina de oro para cubrir la misma joya

E.5760



Una piscina tiene una longitud 20 m y una anchura 12 m . Alrededor de la piscina se dispone una pasarela de madera de anchura 2 m como se muestra en el siguiente croquis:



Determina el área en m^2 de esta calzada.

18. Ortocentro

E.572



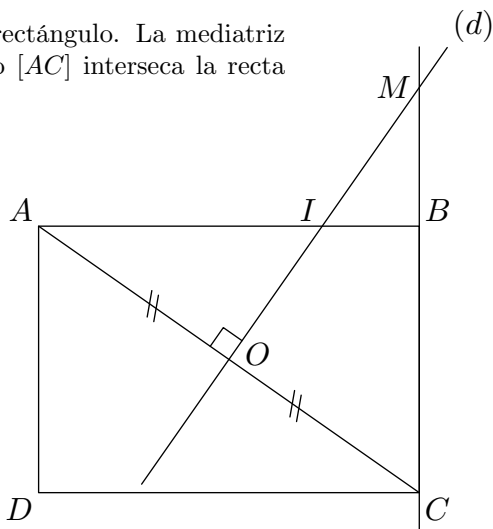
Sean A y B dos puntos del plano y M un punto del plano que no pertenezca a (AB) .

Situar el punto C de tal manera que M sea el ortocentro del triángulo ABC .

E.1103



Sea $ABCD$ un rectángulo. La mediatriz (d) del segmento $[AC]$ interseca la recta (BC) en M .

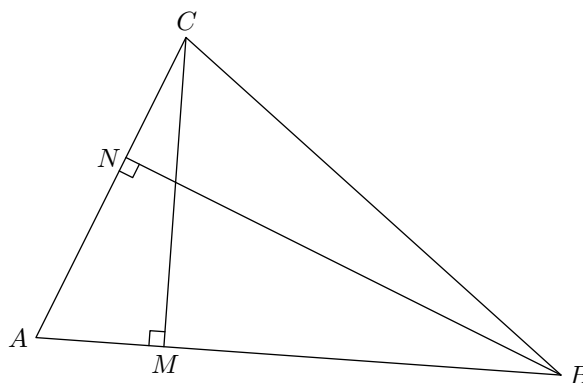


- 1 ¿Qué representan las rectas (AB) y (OM) para el triángulo AMC ? Justifique su respuesta.
- 2 ¿Qué puede decir de las rectas (CI) y (AM) ? Justifique su respuesta.

E.4966



Consideremos el triángulo ABC representado a continuación:

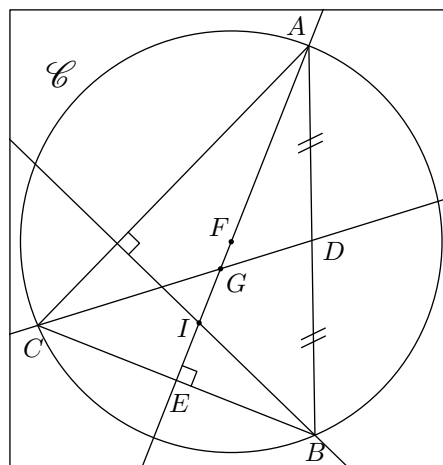


Los puntos M y N son los pies de las alturas respectivas de los vértices C y B .

Utilizando únicamente una regla sin graduaciones, sitúe el pie P de la altura que sale de A . Justifique su procedimiento.

E.1109   Consideremos la circunferencia $\mathcal{C}$ con centro F . Tenemos:

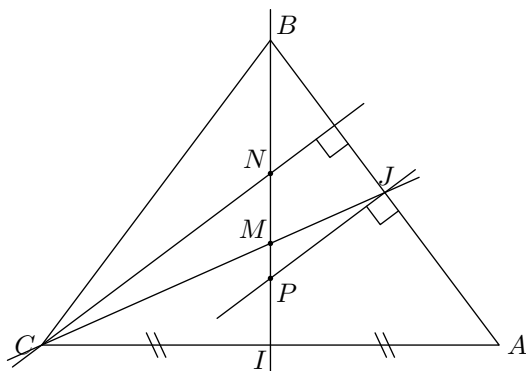
- Los puntos A , B y C pertenecen a la circunferencia $\mathcal{C}$ y son tales que el triángulo ABC es un triángulo isósceles en A ;
- E es el pie de la altura del triángulo ABC desde el punto A ;
- D es la mitad del segmento $[AB]$;
- I es el punto de intersección de la recta (AE) y la recta que pasa por B y es perpendicular a (AC) ;
- El punto G es la intersección de la recta (AE) y la recta (CD) .



- ¿Cuál es el ortocentro del triángulo ABC ? Justifica.
 - Dibuja la altura del triángulo ABC que surge de C .
- Justifica que el punto E es el punto medio del segmento $[BC]$.
 - ¿Cuál es el centro de gravedad del triángulo ABC ? Justifica tu respuesta.
 - Sitúa el punto medio del segmento $[AC]$.

19. Centro de gravedad

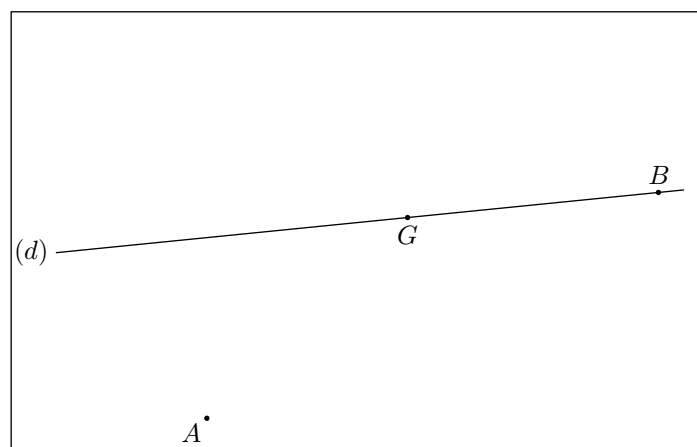
E.1101   Consideremos un triángulo ABC isósceles en B . Los puntos I y J son los respectivos puntos medios de los segmentos $[AC]$ y $[AB]$.



- M es el punto de intersección de las rectas (BI) y (CJ) ;
- N es el punto de intersección de la recta (BI) y la recta que pasa por C y es perpendicular a la recta (AB) ;
- P es el punto de intersección de la recta (BI) y la recta que pasa por el punto J y es perpendicular a la recta (AB) .

Determina la posición del ortocentro, el centro de gravedad y el centro de la circunferencia circunscrita en el triángulo ABC .

E.1110   Halla el punto C tal que el triángulo ABC tenga como centro de gravedad el punto G .

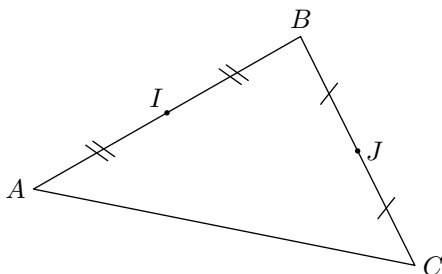


Propón un programa para trazar el punto C utilizando la regla no graduada y el compás.

E.1108   Las líneas de construcción deben permanecer visibles en su hoja.

- 1 Realice el siguiente programa de trazado:
 - a Trace una recta (d) ;
 - b Sitúe dos puntos C y I pertenecientes a (d) de forma que $[CI]$ mida 6 cm .
 - c Sitúa un punto A que no pertenezca a la recta (d) y tal que: $IA = 4\text{ cm}$.
- 2 Con el compás, sitúa el punto B tal que $[CI]$ sea la mediana de C en el triángulo ABC .
- 3
 - a Recuerda la propiedad:
"El centro de gravedad de un triángulo se sitúa en el $\frac{2}{3}$ de cada mediana partiendo del vértice."
Sitúa el centro de gravedad del triángulo ABC .
 - b A partir del centro de gravedad del triángulo ABC , situar los puntos J y K los respectivos puntos medios de los segmentos $[AC]$ y $[BC]$.

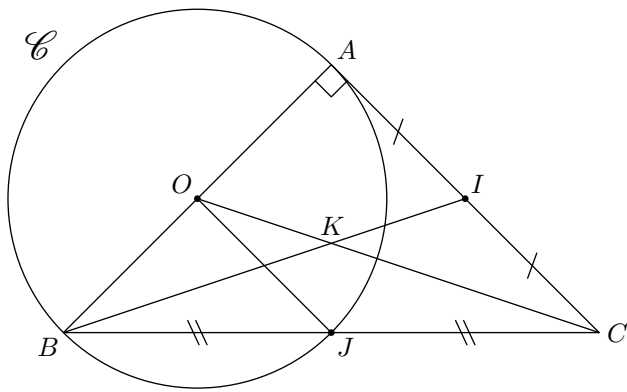
E.1106   Consideremos un triángulo ABC . Los puntos I y J son los respectivos puntos medios de los lados $[AB]$ y $[BC]$.



Utilizando sólo la recta no graduada, sitúa el punto K punto medio del segmento $[AC]$. Justifica tu planteamiento.

E.2930   En el plano, consideremos $\mathcal{C}$ una circunferencia de centro O y diámetro $[AB]$; C es un punto del plano tal que el triángulo ABC forma ángulo recto con A ; los puntos I y J son los respectivos puntos medios de los segmentos $[AC]$ y $[BC]$; el punto K es la intersección de las rectas

(IB) y (OC) .



Contesta a las siguientes preguntas, justificando cada una de tus respuestas:

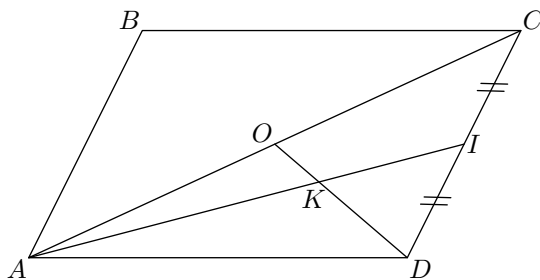
- 1 Determina el centro de la circunferencia circunscrita del triángulo ABC .
- 2 Determina el centro de gravedad del triángulo ABC .
- 3 Determina la mediatriz del segmento $[AB]$.

E.1104   Sea $ABCD$ un paralelogramo y O el punto de intersección de las diagonales.

Observamos:

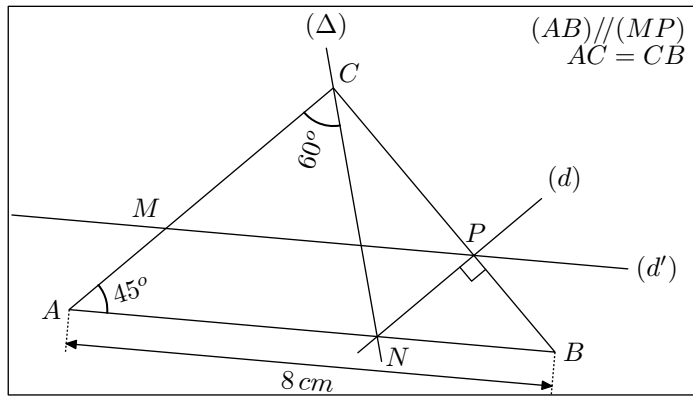
- I el punto medio del segmento $[CD]$;
- K la intersección de las rectas (OD) y (AI) .

Demuestra que la recta (CK) interseca al segmento $[AD]$ en su punto medio.



20. Ejercicios no clasificados

E.5723    Considere la siguiente figura:



- 1 Escribe el programa de ploteo para obtener la figura de abajo:

- 2 Traza esta figura a tamaño completo.

E.393 Sean A y B dos puntos del plano tales que $AB=6\text{ cm}$. Consideremos las circunferencias $\mathcal{C}$ y $\mathcal{C}'$ de centros respectivos A y B del mismo radio r .

- ¿Qué condición debe tener el radio r de estas dos circunferencias para que estas dos circunferencias se intercepten en dos puntos?
- En esta pregunta se supone que $r=4\text{ cm}$. Observemos M y N estos dos puntos de intersección.

Copia la siguiente tabla y completa la cadena deductiva que aparece a continuación, que permite demostrar que la recta (MN) es la bisectriz del segmento $[AB]$.

Nosotros sabemos	Nosotros usamos	Nosotros déduit
altura0,75cm pro-fundi- dad0,75cm $AM=r$ $BM=r$		
altura0,75cm pro-fundi- dad0,75cm		N appartient à la médiatrice de $[AB]$

E.396

- ¿Qué proposición debemos utilizar en este eslabón deductivo?

Je sais	$(d)\perp(\Delta)$ et $(d')\perp(\Delta)$
J'utilise	
J'en déduis	$(d)\parallel(d')$

- ¿Qué consecuencia se obtiene en este eslabón?

Je sais	Dans le triangle ABC : $\widehat{ABC}=65^\circ$ et $\widehat{BCA}=40^\circ$
J'utilise	La somme de la mesure d'un angle dans un triangle vaut 180° .
J'en déduis	

E.122 Este es el triángulo de Pascal, que permite encontrar fácilmente el valor de una combinatoria:

$n \backslash p$	0	1	2	3	4	5
0	1					
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1

Esta tabla representa los números $\binom{n}{m}$, donde m representa el número de columna y n el número de fila (La numeración comienza en 0).

- Rodea en verde el número $\binom{4}{3}$.
A continuación, el número $\binom{4}{4}$.
 - Rodee con rojo el número $\binom{5}{4}$.
 - ¿Qué se observa?

Para construir esta tabla, basta con utilizar las tres reglas siguientes:

- Para todo número natural n , tenemos: $\binom{n}{0}=1$.
Se sobreentiende que solo existe un conjunto que no contiene ningún número: el conjunto vacío.
- Para todo número natural n , tenemos: $\binom{n}{n}=1$.
- Para todo número natural m y n tal que $m < n$, se tiene:
$$\binom{n-1}{m-1} + \binom{n-1}{m} = \binom{n}{m}$$

- Construye las dos líneas siguientes de esta tabla.

E.1221 Realiza las siguientes tramas, dejando huellas de tus construcciones:

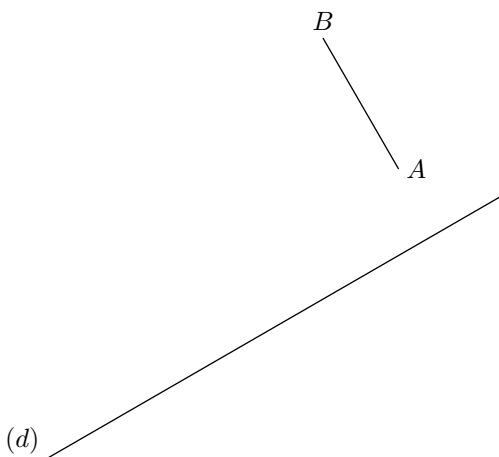
- Dibuja un triángulo EDF tal que:
 $ED = 8,5\text{ cm}$; $\widehat{FED} = 60^\circ$; $\widehat{FDE} = 30^\circ$
- Dibuja la altura de F .
- Dibuja la bisectriz del ángulo $\widehat{FED}$ utilizando tu regla y tu compás.

E.1213



Sea (d) una recta y un segmento $[AB]$ perpendicular a (d) pero que no corta a la recta (d) .

- 1 Reproduce una figura análoga en tu copia.
- 2 Localiza un punto C tal que ABC tenga (d) como altura desde C .

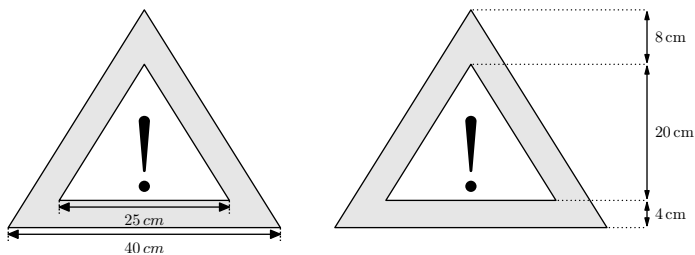


E.4226



Una señal de tráfico está formada por dos triángulos (*uno interior y otro exterior*) que permiten definir una superficie gris que posteriormente se pintará de rojo.

La señal se ha representado dos veces, a continuación, indicando sus medidas:

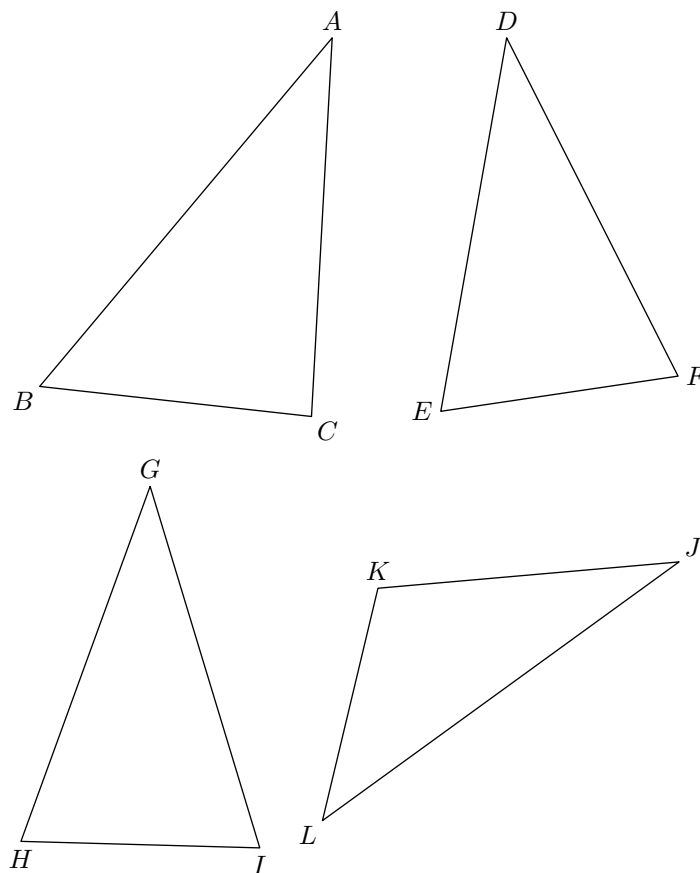


Determina el área de la parte sombreada.

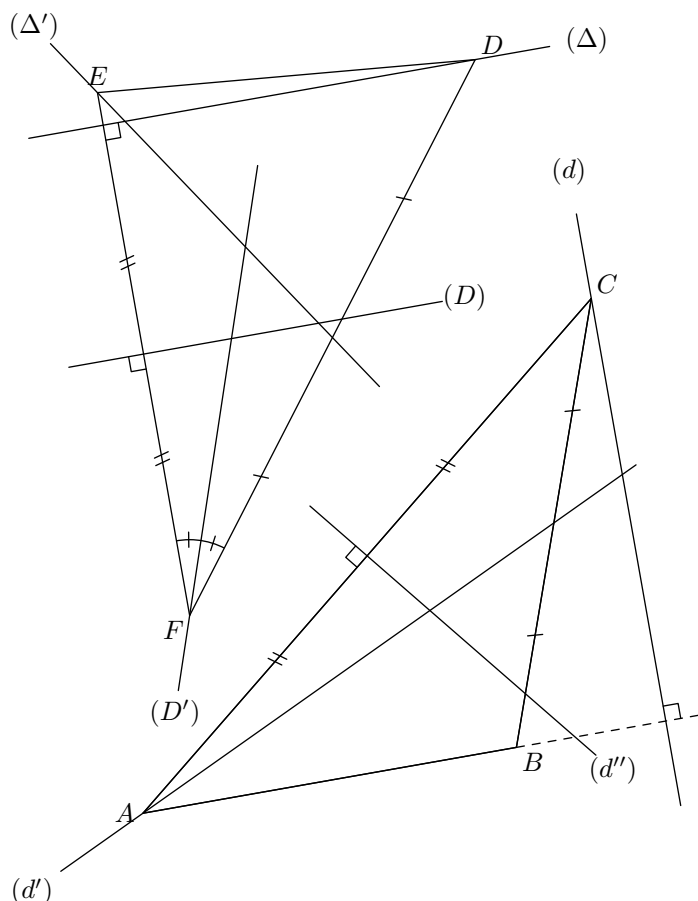
E.1773



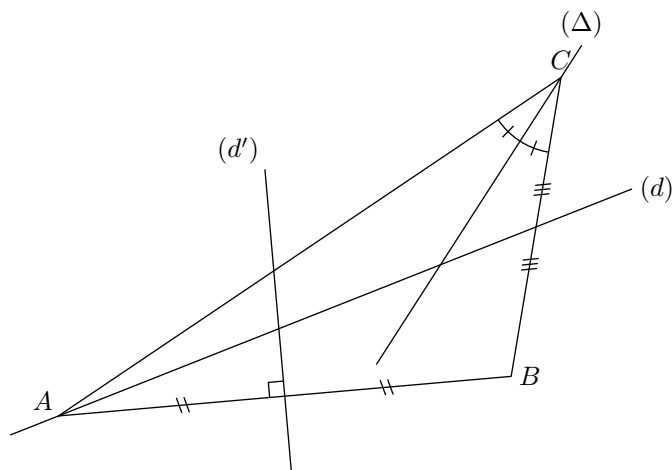
- 1 En la siguiente figura, dibuja:
 - Las tres bisectrices del triángulo ABC .
 - Las tres medianas del triángulo DEF .
 - Las tres medianas del triángulo GHI .
 - Las tres alturas del triángulo LKJ .
- 2 ¿Qué propiedad tiene cada una de estas rectas notables?



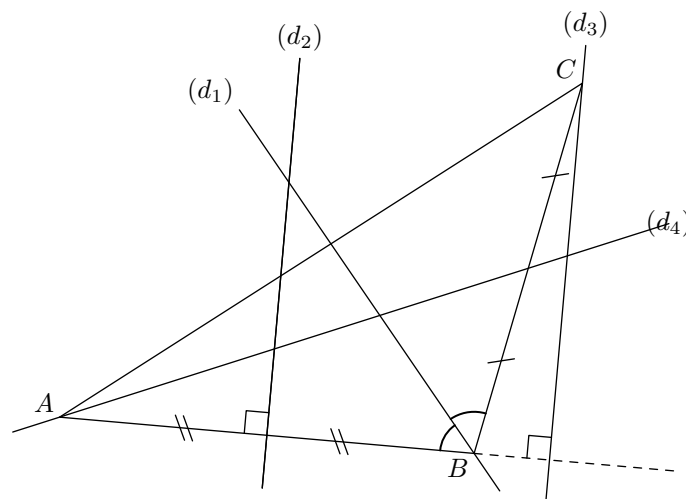
E.1216   En cada una de las figuras siguientes, describe cada una de las líneas trazadas:



E.1218   En la figura siguiente, especifica la naturaleza de las rectas (d) , (d') y (Δ) respecto al triángulo ABC .



E.1220   Determina la naturaleza de cada una de las tres rectas siguientes:



E.5717   Consideremos un triángulo equilátero ABC cuyos lados tienen medida 8 cm . El punto D se sitúa en el plano de forma que:

- el triángulo ABD es isósceles en B ;
- la semirrecta $[BC)$ es la bisectriz del ángulo $\widehat{ABD}$.

- 1 Representa esta figura a tamaño real.
- 2 Se supone la siguiente medida: $\widehat{BDA} = 30^\circ$.
Determina, justificando tu planteamiento, la medida de los otros dos ángulos del triángulo ABD .

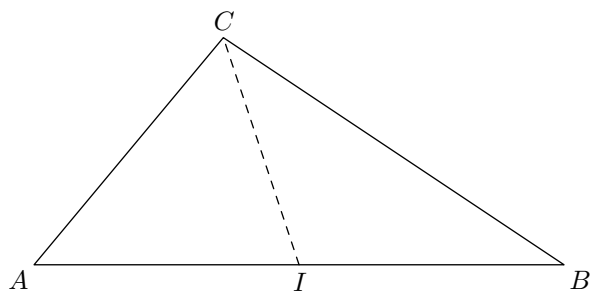
E.1217   Dibuja las líneas de abajo, dejando trazos de tus construcciones:

- 1 Dibuja un triángulo EDF tal que:
 $ED = 6\text{ cm}$; $\widehat{FED} = 60^\circ$; $\widehat{FDE} = 30^\circ$
- 2 Dibuja la mediatriz del segmento $[ED]$ y la perpendicular del segmento $[DF]$.
- 3 Observa O el punto de intersección de las dos mediatrices.
Dibuja la circunferencia circunscrita al triángulo EDF .

E.1200  

- 1 Dar las definiciones en un triángulo GFE de la mediana que sale de G y de la altura relativa al lado $[FG]$
- 2 Citar la desigualdad triangular en un triángulo ABC .
- 3 Da la definición de la circunferencia circunscrita a un triángulo.
¿Qué se puede decir de su centro?

E.5628   Consideremos el triángulo ABC representado a continuación, donde I es el punto medio del segmento $[AB]$.

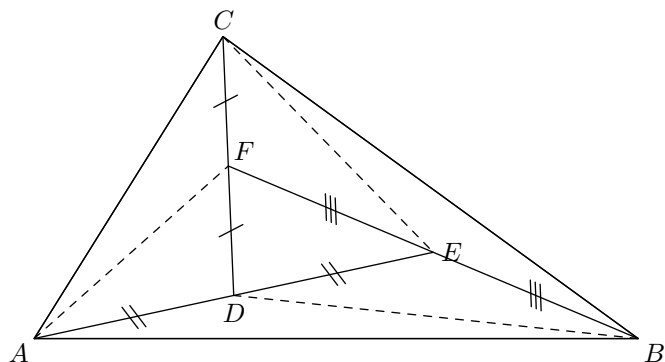


- 1 Traza la altura del triángulo ABC desde el vértice C .
- 2 Justificar que los triángulos AIC y CIB son dos triángulos con la misma área.

E.1412   Consideremos un triángulo ABC y los puntos D, E, F que cumplen:

- D es el punto medio del segmento $[AE]$;
- E es el punto medio del segmento $[BF]$;
- F es el punto medio del segmento $[CD]$.

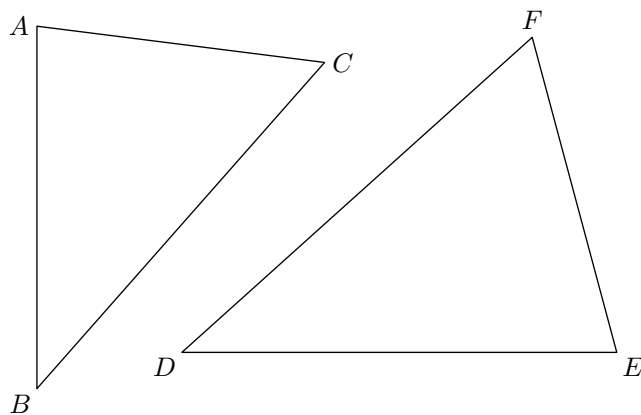
A continuación se representa dicha figura:



- 1
 - a ¿Cómo se llama el segmento $[AF]$ en el triángulo ACD ?
 - b Justifique que el segmento $[AF]$ divide el triángulo ADC en dos triángulos de igual medida. (Se indicará con H el pie de la altura que sale de A).

Se admitirá la siguiente propiedad: *En un triángulo, la mediana que sale de un vértice divide este triángulo en dos triángulos de igual longitud.*
- 2
 - a Justifique que los tres triángulos EFD , EFC y EBC tienen la misma área.
 - b Deduzca que el triángulo ABC tiene siete veces el área del triángulo DEF .

E.1215   Dibuja las medianas de los tres vértices de cada triángulo de la siguiente figura:

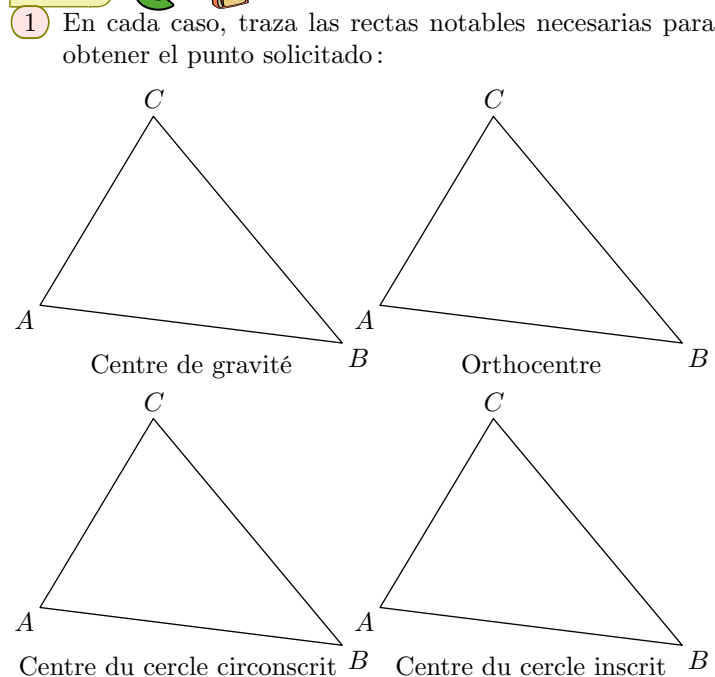


¿Qué observas?

E.1214   Construye un triángulo ABC tal que:

- la altura $[AH]$ mide 6 cm ,
- $\widehat{BAH} = 10^\circ$
- su área mide 18 cm^2

E.1105   En cada caso, traza las rectas notables necesarias para obtener el punto solicitado:



- 2 El punto de intersección de las bisectrices y el centro de una circunferencia particular del triángulo ABC . Especifica las características y propiedades de esta circunferencia.

E.1861   Dibuja el triángulo ABC tal que:

- 1 $\widehat{BAC} = 35^\circ$; $AB = 7\text{ cm}$; $AC = 8\text{ cm}$
- 2 Dibuja la mediatriz del segmento $[AB]$.
- 3 Dibuja la mediana del segmento C .
- 4 Traza la altura a partir de C .

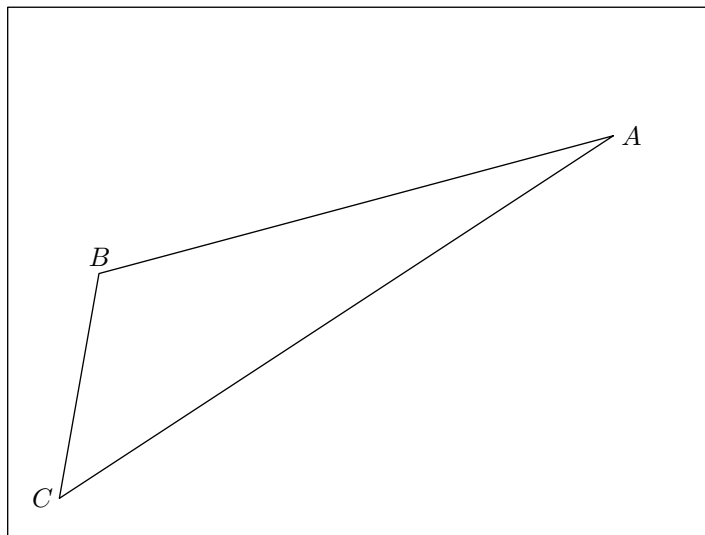
E.1201   Dar la definición de la mediatriz.

- 1 Dar la definición de la mediatriz.
- 2 Dar las dos propiedades relacionadas con la mediatriz.

E.6679



Consideremos el triángulo ABC siguiente:



- 1 Con ayuda del compás y la regla sin graduar, traza la mediatriz del segmento $[AB]$.
- 2 Trace la mediana del triángulo ABC desde el vértice C .
- 3 Con ayuda de la escuadra, trace la altura del triángulo ABC desde el vértice B .