



1. Cálculo en $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ y $\mathbb{Q}$

E.11326   

Definiciones:

Clasificamos los siguientes números según su naturaleza:

- el conjunto de **números racionales**, denominado $\mathbb{Q}$, es el conjunto de números que se escriben en forma de fracción.
- El conjunto de **números decimales**, denotado por $\mathbb{D}$, es el conjunto de números que se escriben en forma de fracción decimal (*cuyo denominador es una potencia de 10*).

- 1 Demuestra que cada uno de los siguientes números pertenece a $\mathbb{Q}$ y a $\mathbb{D}$:

a $\frac{5}{4}$ b 0,54 c 12

- 2 Demuestra que cada uno de los siguientes números pertenece a $\mathbb{Q}$, pero no a $\mathbb{D}$:

a $\frac{1}{3}$ b $1 + \frac{4}{7}$

E.8270   

Consideremos las dos expresiones:

$$A = 5 - 4x \quad ; \quad B = \frac{2x+2}{x-1}$$

- 1 Evalúa cada una de las dos expresiones A y B para cada uno de los números $x=2$ y $x=-5$.
- 2 Completa la tabla siguiente con los conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ o $\mathbb{Q}$ para indicar el conjunto más pequeño al que pertenece

cada uno de estos números:

	$x=2$	$x=-5$
$A=5-4x$		
$B=\frac{2x+2}{x-1}$		

E.8271    Considera las dos expresiones:

$$A = x^2 - 3x + 1 \quad ; \quad B = -6x^2 + x + 3$$

- 1 Evalúa cada una de las dos expresiones A y B para cada uno de los números $x=-1$ y $x=\frac{1}{2}$.
- 2 Completa la siguiente tabla con los conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$ o $\mathbb{Q}$ para indicar el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de estos números:

	$x=-1$	$x=\frac{1}{2}$
$A=x^2-3x+1$		
$B=-6x^2+x+3$		

E.8505    Sea n un número natural ($n \in \mathbb{N}$).

- 1 Establece la identidad para cualquier $n \in \mathbb{N}$:
- $$4 - \frac{6}{n+2} = \frac{4n+2}{n+2}$$
- 2 Deducir los tres valores de n para los que el entero $n+2$ es divisor del entero $4n+2$

2. Fije $\mathbb{D}$ y el marco

E.8272   

Definición: un **Un número decimal** es un número que se escribe en forma de fracción decimal (*en la que el denominador es una potencia de 10*).

El conjunto de todos los números decimales se denota $\mathbb{D}$.

- 1 Consideremos el número π , cuyo valor aproximado es: $\pi \approx 3,14159265$
- a Indique el rango del número π con una precisión de una décima.
- b Indique el rango del número π con una precisión de una milésima
- 2 Consideremos el número $\sqrt{2}$, cuyo valor aproximado es: $\sqrt{2} \approx 1,4142136$
- a Indique el rango del número $\sqrt{2}$ con una precisión de

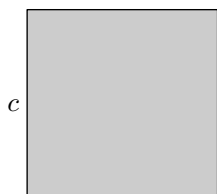
una décima.

- b Indique el rango del número $\sqrt{2}$ con una precisión de una milésima

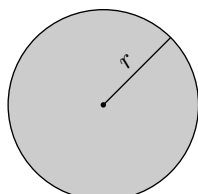
E.8506   

- 1 Dar un número d perteneciente al conjunto $\mathbb{D}$ y verificar la trama: $\frac{4}{49} < d < \frac{5}{49}$
- 2 Dar un número d' tal que $d' \in \mathbb{D}$ y $\sqrt{2} < d' < \sqrt{3}$.

E.8273    Consideremos el cuadrado y el disco siguientes:



$$A = c^2$$



$$A = \pi \times r^2$$

- 1 Sabiendo que el área del cuadrado es 5 m^2 , da un rango, con una precisión de dos decimales, de la medida del lado de este cuadrado.
- 2 Sabiendo que el área del disco es 4 m^2 , da un intervalo, con una precisión de dos decimales, de la medida del radio del disco.

3. Q y afiliación a $\mathbb{D}$

E.8511   

Definición: el conjunto de números racionales, denotado $\mathbb{Q}$, es el conjunto de números que admiten una expresión en forma de cociente $\frac{a}{b}$ donde a y b son dos números enteros relativos.

Este ejercicio es un cuestionario de opción múltiple (QCM). Por pregunta, solo hay una respuesta correcta.

- 1 Para el número $\frac{1}{3}$:

☐ $\frac{1}{3}=0,33$
☐ $\frac{1}{3}=0,34$
☐ $\frac{1}{3}=0,3333$
☐ $\frac{1}{3}=0,3334$

☐ las respuestas anteriores son falsas.
- 2 La escritura decimal del número $\frac{1}{3}$ tiene una parte decimal compuesta por:

☐ 10 dígitos
 ☐ 100 dígitos
 ☐ 10 0000 dígitos

☐ las respuestas anteriores son incorrectas.

4. Comparación de cocientes

E.346    Sin utilizar calculadora, compara los siguientes cocientes:

- a $\frac{6}{5}$ y $\frac{9}{5}$

c $-\frac{7}{3}$ y $-\frac{10}{3}$

b $\frac{5}{8}$ y $\frac{5}{9}$

d $\frac{10}{27}$ y $\frac{10}{31}$

E.1735   

Propuesta: (admitida)

Una fracción $\frac{a}{b}$ irreducible pertenece al conjunto $\mathbb{D}$ si, y solo si, su denominador admite una descomposición en productos de factores primos de la forma $2^m \times 5^n$ con m y n números naturales.

Consideremos los tres números:

$$A = \frac{36\,359}{363\,519} \quad ; \quad B = 0,1000195313 \quad ; \quad C = \frac{5\,121}{51\,200}$$

- 1 Con ayuda de la calculadora, compara los valores aproximados de estos tres números.
¿Qué conjetura podemos formular?
- 2 a Verifique la igualdad: $363\,519 = 3^2 \times 13^2 \times 239$
A continuación, justifique que el número A no pertenece a $\mathbb{D}$.
b Justifique que los números A y B son distintos.
- 3 a Indique la cifra de las unidades del producto: $1\,000\,195\,313 \times 512$
b Justifique que los números B y C son distintos.

- 3 Para el número $\frac{1}{3}$, tenemos:

$$\square \frac{1}{3} \in \mathbb{N} \quad \square \frac{1}{3} \in \mathbb{Z} \quad \square \frac{1}{3} \in \mathbb{D} \quad \square \frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$$

E.8274   

- 1 Consideremos el número $x=0,333333$.
¿Es verdadera o falsa la afirmación " $3 \times x = 1$ "?
- 2 Consideremos el número $y=0,333334$.
¿La afirmación " $3 \times y = 1$ " es verdadera o falsa?
- 3 Consideremos la ecuación: (E): $3 \times z = 1$.
a Resuelve la ecuación (E) en $\mathbb{Q}$.
b ¿Qué se puede decir de la resolución de la ecuación (E) en $\mathbb{D}$?

E.8510    Consideremos un cociente $\frac{a}{b}$ donde $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}^*$.

- 1 Dar un cociente tal que: $\frac{a}{b} \notin \mathbb{D}$ y $\frac{b}{a} \in \mathbb{D}$.
- 2 Dar un cociente tal que: $\frac{a}{b} \in \mathbb{D}$ y $\frac{b}{a} \in \mathbb{D}$.

E.9443    Sea n un número entero mayor o igual que 2, compara los dos cocientes: $\frac{n}{n+1}$ y $\frac{n}{n-1}$.

E.291 Para n un número natural, $n \in \mathbb{N}$, compara los siguientes racionales:

$$\frac{n+1}{n+2} ; \frac{n+6}{n+3} ; \frac{n+7}{n+3}$$

E.243

1 Realiza los siguientes cálculos:

a $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ b $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ c $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ d $\frac{1}{5} - \frac{1}{6}$

2 a Sea m un número entero estrictamente positivo, haz una conjetura sobre la escritura de la siguiente diferencia:

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}$$

b Prueba esta conjetura.

E.313 Sea $a > 1$:

1 Compara: $\frac{a}{a-1}$ y $\frac{a}{1+a}$.

2 Ordena estos números en orden ascendente: 0 ; $\frac{a}{1+a}$; $\frac{a}{a-1}$; 1 ; $\frac{a}{1-a}$; $\frac{-a}{1+a}$

E.314 Para x un número positivo. Compara los números:

$$\frac{x}{x+1} ; \frac{x+1}{x+2}$$

E.10220 Compara los siguientes cocientes:

a $\frac{3}{\pi}$ y $\frac{5}{-\pi}$ b $\frac{\sqrt{2}}{7}$ y $\frac{\sqrt{2}}{5}$

5. Cálculos en $\mathbb{Q}$

E.8275 Calcula y da el resultado en fracciones simplificadas.

a $\frac{3}{4} + \frac{2}{6}$ b $\frac{2}{15} + \frac{3}{20}$ c $\frac{5}{12} - \frac{9}{8}$
d $\frac{5}{6} - \frac{13}{9}$ e $\frac{5}{12} - \frac{2}{15}$ f $\frac{15}{66} - \frac{10}{44}$

E.11289 Calcula y da la expresión reducida de los cálculos: a $\frac{1}{3} + \frac{35}{3} \times \frac{5}{14}$ b $\frac{5}{9} - \frac{2}{3} \left(\frac{5}{4} - \frac{7}{6} \right)$

E.8276 Calcula las siguientes fracciones y escríbelas en formas irreducibles:

a $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$ b $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \times \frac{5}{6}$ c $\frac{5-3 \times 7}{5+9 \times 3}$

E.8313 Dejando los pasos de cálculo en tu redacción, realiza los cálculos siguientes, dando el resultado como fracción reducida:

a $\frac{2}{7} + \frac{5}{14}$ b $\frac{3}{4} - \frac{5}{6}$ c $\frac{1}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{2}{4}$ d $\frac{3}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{8}$

E.8277 Realiza los siguientes cálculos:

a $\frac{5}{7} + \frac{1}{7} \times \left(5 + \frac{1}{2} \right)$ b $\frac{\frac{1}{3} + \frac{4}{3}}{\frac{10}{9}}$
c $\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}}{\frac{17}{9} - \frac{1}{3}}$ d $\frac{2}{13} - \frac{5}{13} \div \frac{10}{16}$

E.4418 Realiza los siguientes cálculos:

a $\frac{1 + \frac{3}{7}}{2 - \frac{3}{8}}$ b $\frac{\frac{5}{2} + \frac{7}{2}}{\frac{11}{3} - \frac{5}{2}}$ c $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$

E.1717 Realiza los cálculos siguientes; ten en cuenta que una fracción sólo puede simplificarse cuando su numerador y su denominador están totalmente determinados:

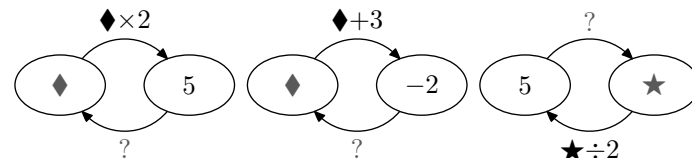
a $\frac{1 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{23}{7}}$ b $\frac{5 - \frac{2-3}{5-9}}{\frac{3+1}{4} + \frac{9-4}{3}}$ c $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$

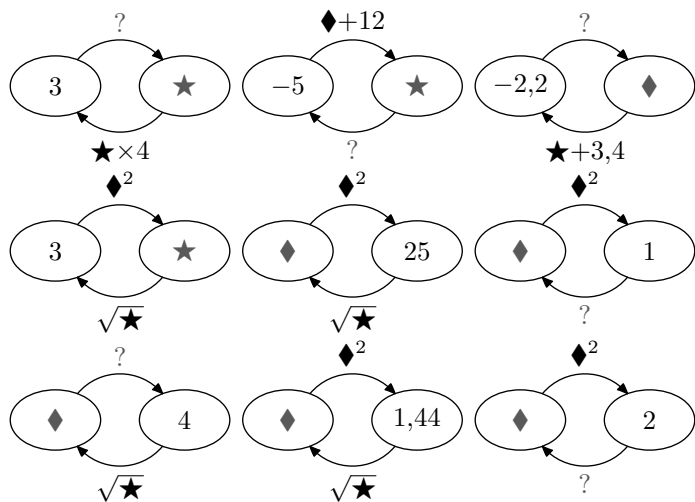
E.241 Realizar los cálculos:

a $\frac{2}{\frac{2}{\frac{1}{4} + 2} - 1}$ b $\frac{\left(1 - \frac{3}{2} \right)^3}{5^3 - 101}$ c $\frac{52}{\frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{5}{6}}} - 3}$

6. Números irracionales

E.776 A continuación se muestran “*diagramas de conmutación*”. Encuentra los valores que faltan, así como las operaciones inversas.





E.265 En este ejercicio, demostraremos que, para cualquier número natural a , $\sqrt{a}$ es un número entero o un número no decimal.

Un número decimal X (en base 10) es un número que admite la escritura:

$$X = x_0, x_1 x_2 x_3 \dots x_n$$

donde $\begin{cases} x_0 \text{ es su parte entera,} \\ n \text{ es el número de decimales de } X \\ x_1, x_2, \dots, x_n \text{ enteros entre 0 y 9} \end{cases}$

La primera observación es que como X es un número con n decimales, entonces x_n es distinto de cero.

Ejemplo: para $X = 25,153$. Tenemos:

● $x_0 = 25$ ● $n = 3$ ● $x_1 = 1, x_2 = 5, x_3 = 3$

Sea a un número natural, supongamos que $\sqrt{a}$ es un número decimal no entero: $a \in \mathbb{D}$; $a \notin \mathbb{N}$

Así, $\sqrt{a}$ admite la siguiente descomposición decimal:

$\sqrt{a} = x_0, x_1 x_2 x_3 \dots x_n$
donde n es distinto de cero.

- 1 a) Realice, bajándolas, las siguientes operaciones:
 $1,1 \times 1,1$; $1,2 \times 1,2$; $1,3 \times 1,3$; ... ; $1,9 \times 1,9$
- b) Justifique que el cuadrado de un número decimal con una sola cifra en la parte decimal no puede ser un número entero.

- 2) Deduzca que $\sqrt{a}$ no puede ser un número decimal.

E.779 Queremos demostrar que $\sqrt{2}$ es un número irracional. Es decir, el número $\sqrt{2}$ no puede escribirse como cociente irreducible $\frac{a}{b}$ donde a y b serían dos enteros.

A continuación anotaremos $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

Razonaremos por el **absurdo**.

Supongamos la existencia de dos enteros a y b que verifiquen la igualdad $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ y tal que esta fracción es irreducible.

Y desarrollaremos nuestro razonamiento hasta llegar a una contradicción derrotando así nuestra hipótesis inicial.

- 1) Demuestra que a y b verifica la igualdad: $a^2 = 2b^2$
- 2) Deduce que a es un entero par.

Por tanto, existe un número entero c tal que: $a = 2 \times c$.

- 3) Utilizando la pregunta 1), deduce la paridad de b .
- 4) ¿Es irreducible la fracción $\frac{a}{b}$?

Acabamos de llegar a una contradicción. Dado que nuestro razonamiento es correcto, tenemos que cuestionar nuestra hipótesis inicial: el número $\sqrt{2}$ no puede escribirse como una fracción irreducible.

7. Conjunto de números reales $\mathbb{R}$

E.8023

Definiciones:

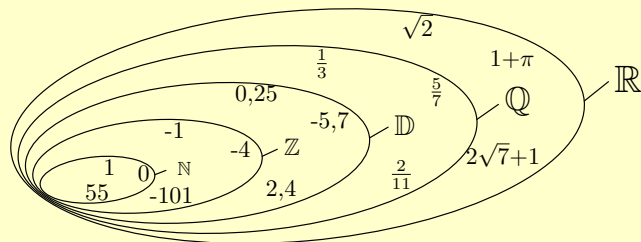
Clasificamos los siguientes números según su naturaleza:

- Todos los números enteros positivos o cero forman el conjunto de **números naturales** denominado $\mathbb{N}$.
- Todos los números enteros (*positivos, cero y negativos*) forman el conjunto de los **números relativos** denotado por $\mathbb{Z}$.
- Todos los números que se escriben como una fracción decimal (*cuyo denominador es una potencia de 10*) forman el conjunto de **números decimales** denominado $\mathbb{D}$.
- Todos los números que pueden escribirse como cociente de dos números enteros forman el conjunto de **números racionales** denotado por $\mathbb{Q}$.
- Todos los números existentes forman el conjunto de **números reales** denominado $\mathbb{R}$.

Relaciona cada uno de los números con el conjunto más pequeño al que pertenece:

$\frac{4}{3}$	$\sqrt{2}$	-3	$\frac{5}{2}$	$0,6$
$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$

Vocabulario: A continuación se representan los cinco conjuntos de números más conocidos: el conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$), el conjunto de los números relativos ($\mathbb{Z}$), el conjunto de los números decimales ($\mathbb{D}$), el conjunto de los números racionales ($\mathbb{Q}$), el conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$),



Relaciona cada uno de los números siguientes con el conjunto más pequeño al que pertenece:

$$\frac{-3}{2}, \quad \frac{-4}{3}, \quad \frac{-6}{-2}, \quad \frac{\pi}{3}, \quad \frac{28}{-7}$$

$\mathbb{N}$ $\mathbb{Z}$ $\mathbb{D}$ $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$

E.8315 Para cada uno de los números siguientes, indica el conjunto de números más pequeño al que pertenece: a) $\frac{-4+2 \times 5}{2}$ b) $\frac{-9+8}{4}$ c) $\frac{1}{\pi}$ d) $\frac{8 \times 2 - 5}{3}$

E.11407 Entre $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$, indique para cada número el conjunto más pequeño al que pertenece:

a) $\frac{-56}{8}$ b) $\sqrt{64}$ c) $\frac{12}{9}$ d) $\sqrt{2}$ e) $\sqrt{6,25}$

E.11429 Entre $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$, indique para cada número el conjunto más pequeño al que pertenece:

a) $\frac{24}{6}$ b) $\frac{-72}{8}$ c) $\sqrt{3}$ d) $\sqrt{64}$ e) $\sqrt{0,49}$

E.269 Para cada uno de los números siguientes, determina el conjunto de números más pequeño al que pertenece:

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{0,3}{2,4}$ d) $\frac{5,1}{1,7}$
e) $\sqrt{18}$ f) $\sqrt{121}$ g) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$ h) $\sqrt{1,44}$

8. Intervalo

Número	Nature	Se escribe
1	Número natural	$1 \in \mathbb{N}$
-5		$-5 \in$
-3,12		$-3,12 \in$
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3} \in$
$\frac{4}{5}$		$\frac{4}{5} \in$
$\sqrt{2}$		$\sqrt{2} \in$
$\frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{2}$		$\frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{2} \in$
$\frac{3^6 \times 4^4 \times 15^2}{3^7 \times 2^3}$		$\frac{3^6 \times 4^4 \times 15^2}{3^7 \times 2^3} \in$

E.9528 Indique la naturaleza de cada uno de los siguientes números:

a) $\sqrt{2}$ b) 4×10^{10} c) $\sqrt{6^2 - 3^2}$
d) $\frac{-5}{2}$ e) $\frac{3 \times 10^5 \times 14 \times 10^{12}}{21 \times 10^4}$ f) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})$

E.278 Para cada uno de los números siguientes, indica el conjunto más pequeño al que pertenece (indica tus cálculos si es necesario):

a) $1 + \frac{1}{3}$ b) $-\frac{5}{2}$ c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{7^{500}}$
e) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$ f) $1 + \pi$ g) $(1 + \sqrt{2})^2$ h) $[\cos(60^\circ)]^2$

Definición: Se denomina **intervalo** a cualquier subconjunto de números que puede definirse mediante la delimitación de uno o dos números denominados sus **límites**.

Estos son los diferentes tipos de intervalos y sus notaciones:

$[a; +\infty[$	$x \geq a$	l'ensemble des nombres supérieur ou égal à a	
$]a; +\infty[$	$x > a$	l'ensemble des nombres strictement supérieur à a	
$] -\infty; a]$	$x \leq a$	l'ensemble des nombres inférieur ou égal à a	
$] -\infty; a[$	$x < a$	l'ensemble des nombres strictement inférieur à a	
$[a; b]$	$a \leq x \leq b$	l'ensemble des nombres supérieurs ou égaux à a et inférieurs ou égaux à b	
$[a; b[$	$a \leq x < b$	l'ensemble des nombres supérieurs ou égaux à a et inférieurs à b	

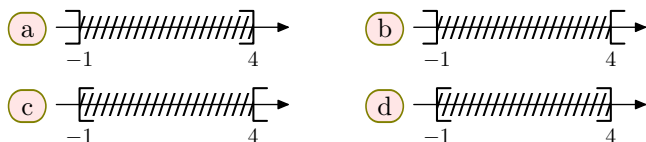
- 1 De los intervalos siguientes, ¿cuál representa el conjunto de números x que cumplen la condición:
 $-1 \leq x < 4$:

(a) $[-1; 4]$ (b) $] -1; 4]$ (c) $[-1; 4[$ (d) $] -1; 4[$

- 2 De los intervalos que se indican a continuación, ¿cuál representa el conjunto de números x que cumplen la desigualdad $x > 4$?

(a) $]-\infty; 4[$ (b) $] -\infty; 4]$ (c) $[4; +\infty[$ (d) $] 4; +\infty[$

E.4202 A continuación se muestran cuatro conjuntos de números sobre una línea graduada:



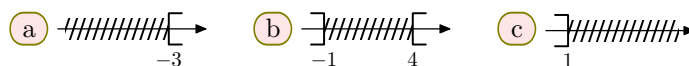
Asocia a cada uno de estos conjuntos de números, el marco que se verifica con todos los números de ese conjunto:

(1) $-1 \leq x \leq 4$ (2) $-1 < x < 4$

(3) $-1 \leq x < 4$ (4) $-1 < x \leq 4$

E.4201 Cada línea de abajo muestra un

conjunto de números:



Utiliza un intervalo para describir cada uno de estos conjuntos.

E.6512 Copia la información que falta en tu copia:

(a)		$-4 \leq x < 1$
(b)		
(c)		
(d)		$x < 2$
		$-3 < x \leq 1$

9. Intervalo y afiliación

E.316 Completa utilizando los símbolos $\in$ y $\notin$:

(a) $3 \dots [0; \frac{5}{2}[$ (b) $0,33 \dots [\frac{1}{3}; 1]$

(c) $-3 \dots [2; 4]$ (d) $1 \dots] -0,2; 3]$

E.11430 Completa los puntos con los símbolos $\in$ y $\notin$:

(a) $-2 \dots] -5; -3]$ (b) $1,41 \dots] 1,5; 4[$

(c) $\frac{8}{9} \dots [1,1; 5]$ (d) $-\sqrt{3} \dots] -6; -1,7[$

E.11408 Completa los puntos con los símbolos $\in$ y $\notin$:

(a) $3 \dots] 2; 4]$ (b) $-3,2 \dots] -7; -4[$

(c) $\frac{5}{3} \dots [2,6; 5]$ (d) $-\sqrt{2} \dots] -3; -1,2]$

E.8571 Utilizando los símbolos de perte-

nencia ($\in$) y no pertenencia ($\notin$), enuncie los números que pertenecen al intervalo $[-2; 1]$:

0 ; $-\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{\pi}{4}$

E.9328 Completa las líneas de puntos con los símbolos $\in$ o $\notin$:

(a) $\pi \dots] 3,14; 5]$ (c) $\sqrt{2} \dots [2; 3]$

(b) $\pi \dots] 0,5; 3,1]$ (d) $\pi \dots] 3,1; 4]$

(e) $\frac{1}{3} \dots] 0; 0,33[$

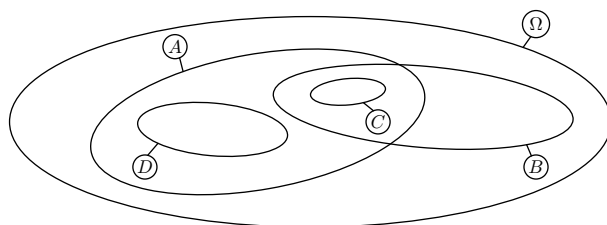
E.311 Copia y completa utilizando el símbolo de afiliación ($\in$) y no afiliación las siguientes líneas:

(a) $\sqrt{2} \dots] 1; 3[$ (b) $\frac{2}{\sqrt{2}} \dots [\sqrt{2}; 5]$

(c) $\frac{1-\sqrt{11}}{\sqrt{11}} \dots] -\infty; 0[$ (d) $\frac{\sqrt{16}}{4} \dots] -4; 4[$

10. Inclusión de intervalos

E.9475 A continuación se muestra el universo de resultados Ω de un experimento aleatorio y cuatro sucesos de este tipo A , B , C y D :



Utilizando el símbolo $\subset$, escribe la relación de inclusión inducida por el diagrama anterior.

E.601    Di si las siguientes inclusiones son verdaderas o falsas:

a) $]3; \sqrt{17} \subset]-\infty; 4]$ b) $\left[-\frac{2}{3}; \frac{\sqrt{2}}{2} \subset \left[-1; \frac{1}{\sqrt{2}}\right]\right.$

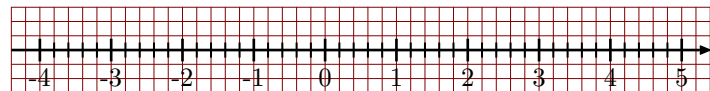
E.337    Dar dos números reales a y b que verifiquen las dos condiciones siguientes:

$$b - a = 1 \quad \text{y} \quad [a; b] \subset \left[\frac{3}{4}; \frac{5}{2}\right].$$

11. Encuentro e intersección de intervalos

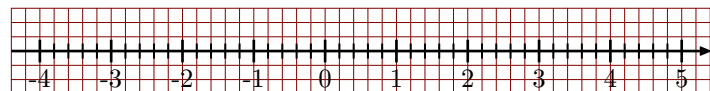
E.5243   

1) a) Muestre, en la línea graduada inferior, los dos intervalos $[-1; 3]$ y $[0; 4]$:



b) Dar el intervalo obtenido al unir los intervalos $[-1; 3]$ y $[0; 4]$.

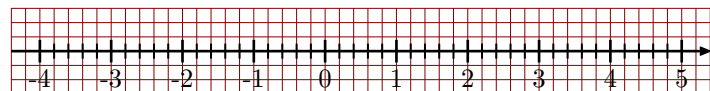
2) a) Muestra, en la línea graduada de abajo, los dos intervalos $[-3; 1]$ y $[-1; 2]$:



b) Dar el intervalo obtenido por la intersección de los intervalos $[-3; 1]$ y $[-1; 2]$.

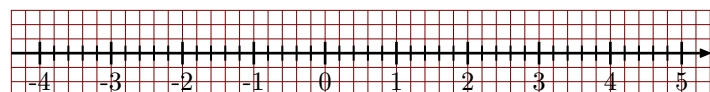
E.8394   

1) a) Muestre, en la línea graduada inferior, los dos intervalos $]0; 4]$ y $[-2; 5[$:



b) Dar el intervalo obtenido al unir los intervalos $]0; 4]$ y $[-2; 5[$.

2) a) Muestra, en la línea graduada inferior, los dos intervalos $] -2; 0[$ y $[-1; 2]$:



b) Dar el intervalo obtenido por la intersección de los intervalos $] -2; 0[$ y $[-1; 2]$.

E.8425    Da la expresión simplificada para cada uno de los conjuntos siguientes:

a) $[2; 5] \cup [0; 4]$ b) $]-1; 2] \cap [3; 5]$ c) $[2; 4] \cap]-1; 3[$

E.298    En cada caso, traza los dos intervalos en una línea graduada. A continuación, determina sus intersecciones y sus encuentros:

a) $[0; 2]$; $[1; 3]$ b) $[0; 2]$; $]2; 3]$
c) $[0,33; 2]$; $[0,5; 1[$

E.8168   

1) Dar, si es posible, una expresión simplificada para las siguientes uniones de intervalos:

a) $[3; 5] \cup [0; 4]$ b) $[-3; 3] \cup [-2; 2]$ c) $[-1; 2] \cup [4; 7]$

2) Da la expresión para las intersecciones de intervalos:

a) $[3; 5] \cap [0; 4]$ b) $[-3; 3] \cap [-2; 2]$ c) $[-1; 2] \cap [4; 7]$

E.1935    Antes de realizar la operación sobre los intervalos solicitados, representa cada uno de los dos intervalos en una recta graduada y, a continuación, da el conjunto resultante.

a) $[2; 5] \cup]-1; 7]$ b) $]3; +\infty[\cup [0; 3[\cup \{3\}$
c) $[2; 5] \cap]-1; 7]$ d) $] -\infty; 3] \cap]3; +\infty[$

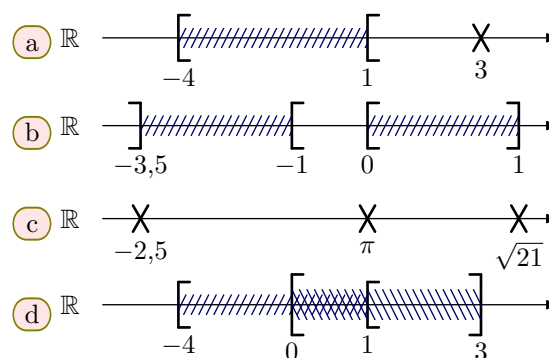
E.9347    Para cada pregunta, represente el conjunto obtenido en una recta graduada y, a continuación, si es posible, dé una representación simplificada de dicho conjunto.

a) $[-1; 1] \cup [1; 4]$ b) $[1; 4] \cup [-4; -1]$
c) $[4; 5] \cap [-1; 4]$ d) $[-1; 1] \cap [2; 3]$

E.1794    A continuación se representan subconjuntos de $\mathbb{R}$:

- rayando los intervalos que constituyen este subconjunto;
- marcando con una cruz los puntos aislados que le pertenecen.

Utilizando la notación de conjuntos, describe cada uno de estos subconjuntos:



E.1905 Representa en una recta graduada cada uno de los conjuntos que aparecen a continuación y da su escritura algebraica:

- (a) $[-1; \pi] \cup \sqrt{2}; 5[$ (b) $]-\infty; 2] \cup]-1,5; +\infty[$
 (c) $]-2; 8] \cap]-\infty; 3[$ (d) $]-\infty; -\sqrt{3}] \cap [-\sqrt{3}; +\infty[$

E.8632 Para cada pregunta, represente el conjunto obtenido en una recta graduada y, a continuación, si es posible, dé una representación simplificada de dicho conjunto.

- (a) $[1; 2] \cup [\frac{3}{2}; \frac{14}{8}]$ (b) $[-2; \frac{5}{4}] \cap [1; 100]$

E.2711 Simplifica la escritura de los siguientes conjuntos:

- (a) $]-\infty; 3] \cap [-2; 5[$ (b) $[\frac{5}{2}; \sqrt{10}] \cap [3; \pi[$
 (c) $]-\frac{12}{5}; \sqrt{3}[\cup [-\sqrt{3}; \frac{9}{4}[$

E.8546 Para cada par de intervalos, dar el conjunto resultante de su intersección y reunión:

- (a) $[1; 6[$ et $[3; 8]$ (b) $[-\sqrt{2}; \frac{1}{3}[$ et $]\frac{1}{3}; 5]$
 (c) $]-\infty; \pi]$ et $]1; +\infty[$

E.859 Determina el conjunto de números que realizan simultáneamente las dos inecuaciones siguientes y representa este conjunto en una recta graduada:

$$\begin{cases} 2x + 4 < 3x - 2 \\ 3x - 5 < 2x + 2 \end{cases}$$

12. Valores absolutos y distancia

E.354

Definición: Se denotará $d(x; y)$ la distancia, en una recta graduada, entre los puntos de abscisas respectivas x y y .

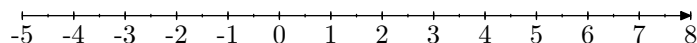
Observación: como consecuencia directa, se tiene la propiedad: para cualquier número x y y :

$$d(x; y) = d(y; x)$$

1 Calcular las distancias indicadas a continuación:

- (a) $d(5; 2) = \dots\dots$ (b) $d(1; 7) = \dots\dots$
 (c) $d(0; 5) = \dots\dots$ (e) $d(-2,5; 0) = \dots\dots$
 (f) $d(-1; 5) = \dots\dots$ (g) $d(-3; -4) = \dots\dots$
 (h) $d(-1; -5) = \dots\dots$ (i) $d(4; -2) = \dots\dots$
 (j) $d(-2,5; -1,5) = \dots\dots$

Se puede utilizar la regla graduada que aparece a continuación:



2 (a) Completar la siguiente tabla:

x	y	$x - y$	$d(x; y)$
5	2		
3	7		
-2	5		
1	-3		
-1	-6		

(b) Comparar $x - y$ et $d(x; y)$?

13. Valores absolutos

E.321 Calcula algebraicamente las siguientes expresiones:

- (a) $|2 - 3|$ (b) $|5 + 3|$ (c) $|2 \times (4 - 5)|$
 (d) $|4 \times 2 - 5 \times 7|$ (e) $|7 + 2| \times |4 - 6|$ (f) $|2 - 3| \times 2$
 (g) $|5,5| + |-5,5|$ (h) $|-5,5| - |4,5|$ (i) $|2 \times 3 - 7|$

E.11409 Realizar los siguientes cálculos:

- (a) $|-5| - |7| - 6$ (b) $|2 \times 3 - 4 \times 5| - |3 - 3 \times 2|$

E.11431 Realizar los siguientes cálculos:

- (a) $|-3| - 10 - |3|$ (b) $|5 - 5 \times 4| - |3 \times 2 - 6 \times 4|$

E.1595 Realiza los siguientes cálculos:

- (a) $2 \times |3 \times 2 - 7| - |5 - 3|$ (b) $|3 \times 2 - 4| \times |3 - 5|$
 (c) $\frac{|8 - 11 \times 2|}{|+5| + |-5|}$ (d) $\frac{|2 \times 4 - 7|}{|3 \times 3 - 12|}$

E.1936 Realiza los siguientes cálculos:

- (a) $2 \times \left| 3 \times \frac{1}{4} - 2 \right| + 1$ (b) $\frac{|3| + |-3|}{\left| 2 - \frac{1}{3} \right|}$ (c) $|2 \times |2 \times 5 - 12| - 7|$

E.11290 Realizar los siguientes cálculos:

- (a) $|2 - 3 \times 2| - |2 - 5^2|$ (b) $\frac{|5 \times 2 - 2 \times 9|}{|5 \times 2 - 2|}$

E.4376 Realiza los siguientes cálculos:

(a) $||5 - 4| + |4 - 5||$ (b) $|2 \times |3 - 5| + 2| - 5$

E.9329 Simplifica las siguientes expresiones:

(a) $|\sqrt{2} - \sqrt{3}|$ (b) $|3 - \pi|$ (c) $|\pi - 4|$

14. Centro de un intervalo y ecuación

E.9332

(1) ¿Cuáles son los puntos que se encuentran a una distancia de 5 del número 3?

(2) Resuelve la ecuación: $|x - 3| = 5$

E.332 Resuelve las siguientes ecuaciones:

(a) $|x| = 3$ (b) $|x - 2| = 3$ (c) $|x - 4| = 7$

(d) $|x + 2| = 3$ (e) $|x - 4| = 0$ (f) $|x - 2| = -1$

E.330 Traduciendo las siguientes ecuaciones a un problema sobre distancias, da el conjunto solución de las

ecuaciones.

Ejemplo:

$|x + 2| = 3$ se traduce en $d(x; -2) = 3$.

(a) $|x - 4| = 3$

(b) $|x + 2| = 1,5$

(c) $|x - 5| = \pi$

(d) $|x + \sqrt{5}| = \sqrt{2}$

(e) $|x - 5| = |x - 1|$

(f) $|x + 2| = |x - 2|$

E.11292 Dar las dos soluciones numéricas de la ecuación:

$|3x - 5| = 4$

15. Centro de un intervalo e inecuación

E.9331

(1) Resuelve la ecuación: $|x - 3| = 5$

(2) (a) Expresa, en forma de intervalo, el conjunto de números x que cumplen la relación: $|x - 3| \leq 5$

(b) ¿Qué relación se puede establecer entre el número 3 y los extremos del intervalo solución obtenido en la pregunta (a)?

E.8287

(1) Da el centro de cada uno de los intervalos:

(a) $[5; 9]$

(b) $[-2; 6]$

(c) $[0; 4]$

(2) Completa las líneas de puntos:

(a) $x \in [5; 9] \Rightarrow d(x, 7) \leq \dots$

(b) $x \in [-2; 6] \Rightarrow d(x, \dots) \leq 4$

(c) $x \in [0; 4] \Rightarrow d(x, \dots) \leq \dots$

E.349 Completa los puntos suspensivos:

(1) $|2 - x| \leq 1$ equivale a $x \in \dots$

(2) $|x + \dots| \dots 1$ equivale a $x \in [2; 4]$

(3) $3 \times |x + 2| \leq 1$ equivale a $x \in \dots$

(4) $|x + 5| \geq 2$ equivale a $x \in \dots \cup \dots$

E.9330 Completa las líneas de puntos que aparecen a continuación:

(a) $|x - 3| \leq 2 \Rightarrow x \in [1; \dots]$

(b) $|x - 5| \leq 1 \Rightarrow x \in [\dots; \dots]$

(c) $|x + 1| \leq 2 \Rightarrow x \in [\dots; \dots]$

E.352 Completa la siguiente tabla línea por

línea.

Droite graduée				
Intervalle	$x \in [-1; 5]$		$x \in [-4; 1]$	
Valeur absolue	$ x - 2 \leq 3$			$ x + 1 < 1$
Encadrement	$-1 \leq x \leq 5$	$3 < x < 7$		
En terme de distance	La distance de x à 2 est inférieure à 2 ou égale à 3			

16. Desarrollo ilimitado

E.68    Determina las expresiones fraccionarias correspondientes a las siguientes series decimales infinitas:

a) $x = 0,7\overline{1}$ b) $y = 1,2\overline{17}$

E.67   

- 1 Dar las escrituras fraccionarias de las siguientes expansiones decimales:

$$A = 0,1\overline{7} \quad ; \quad B = 0,784\overline{84}$$

- 2 Justificando tu planteamiento, da la expansión ilimitada del número fraccionario $B = \frac{5}{6}$.

17. Compartir

E.9531   Realiza los siguientes cálculos y da el resultado de forma simplificada:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{3}$ b) $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{10}\right) \times \frac{5}{2}$ c) $\frac{\frac{1}{9} + \frac{2}{6}}{\frac{16}{3}}$

Pista: los detalles de los pasos de cálculo se tendrán en cuenta durante la evaluación.

18. Ejercicios no clasificados

E.312   

- 1 Traduce las siguientes ecuaciones en términos de distancia y da sus soluciones:

a) $|x+2|=5$ b) $|x-\pi|=\sqrt{2}$ c) $|x-\sqrt{2}|=|x+2\sqrt{2}|$

- 2 Resuelve las siguientes ecuaciones algebraicamente:

a) $|x-3|=1$ b) $|x-3|=\sqrt{3}$ c) $|2x+1|=|3x-4|$

- 3 En cada caso, representa en una recta graduada las soluciones de las siguientes desigualdades:

a) $|x+2|>2$ b) $|x-3|\leq 5$ c) $|2x+1|>-1$

E.322   

- 1 En términos de distancia, ¿qué debe verificar x en la ecuación $|x-10|=5$? A continuación, indique los valores posibles de x .
- 2 En términos de distancia, ¿qué debe verificar x en la ecuación $|x-10|\geq 5$? A continuación, indique los valores posibles de x .

E.308      Queremos comparar los siguientes números:

$$A = \frac{513}{6103515625} \quad \text{menos1cm} ; \quad \text{menos1cm } B = 0,000\,000$$

$$\text{menos1cm} ; \quad \text{menos1cm } C = \frac{1}{11897691}$$

- 1 Compara estos tres números con ayuda de tu calculadora. Haz una conjetura.

- 2 a) Con ayuda de la calculadora, halla el valor de 5^{14} .

b) Demuestra que: $A = \frac{8\,404\,992}{10^{14}}$

- c) ¿Cuál es la naturaleza del número A ?

- 3 Se admite la siguiente proposición:

Proposición: Una fracción $\frac{a}{b}$ irreducible es un número decimal si, y solo si, su denominador admite una descomposición en productos de factores primos de la forma $2^m \times 5^n$, siendo m y n números naturales.

Justifica que el número C no es un número decimal.

- 4 Retoma tu conjetura de la pregunta 1.

E.9476   Sean a, b, c, d y e cinco números distintos por parejas. Considera los siguientes conjuntos:

$$A = \{a; c; d\} \quad ; \quad B = \{c; e\} \quad ; \quad C = \{a; d\}$$

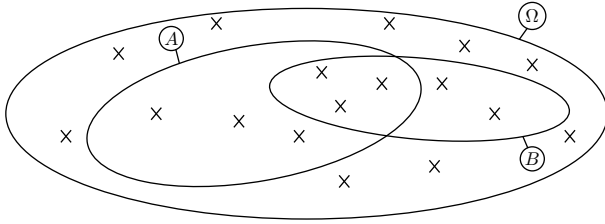
Determina la expresión de los siguientes conjuntos:

a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $B \cap C$ d) $A \cap (B \cap C)$



Definición: Se denomina cardinal de un conjunto A al número de elementos que componen dicho conjunto. Este número se denota $\text{card}(A)$

Consideremos Ω el conjunto de resultados de un experimento aleatorio y A y B dos sucesos de este universo.



- 1 Indique el número de sucesos elementales que componen este experimento aleatorio.
- 2 a Determine el valor de los siguientes números:
 $\text{card}(A)$; $\text{card}(B)$; $\text{card}(A \cup B)$; $\text{card}(A \cap B)$
- b ¿Qué fórmula encontramos?
- 3 Determine el valor de los siguientes números:
 $\text{card}(A \cap \overline{B})$; $\text{card}(A \cup \overline{B})$; $\text{card}(\overline{A} \cap \overline{B})$