



1. Mode de génération explicite

E.7184 Pour chaque question, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$:

a $u_n = \frac{n+1}{n+2}$ **b** $u_n = \sqrt{n^2 + n + 1}$ **c** $u_n = \frac{n-2}{n+1}$

E.9484 Pour chacune des questions, déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) définie par :

a $u_n = \frac{3 \cdot n^2 + n + 2}{n + 2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

b $u_n = \frac{2n^2 + n + 5}{n + 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

E.7185 On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dont

le terme de rang n est donné par la relation :

$$u_n = -\frac{7}{4} \cdot [1 - (-1)^n] + 3$$

- 1** Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.
- 2** Que peut-on dire de la valeur des termes de la suite (u_n) ?

E.8486 On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la formule explicite :

$$v_n = 2n^2 - 3n + 2 \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

On souhaite étudier la différence entre deux termes consécutifs de la suite (v_n) :

- 1** Donner l'expression du terme v_{n+1} en fonction de n .
- 2** Étudier la valeur de $v_{n+1} - v_n$ en fonction de n .

2. Mode de génération par récurrence

E.2377 On définit la suite par récurrence $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par la relation :

$$u_0 = 5 ; \quad u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) .

E.9510 On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{R}}$ définie par :

$$v_{n+1} = \frac{1 - v_n}{1 + v_n} ; \quad v_0 = 3$$

- 1** Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n) .
- 2** Que remarque-t-on?

E.9509 Pour chaque question, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$:

a $u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 2 ; \quad u_0 = 3$

b $u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 2 ; \quad u_0 = 1$

c $u_{n+1} = \frac{u_n - 2}{u_n + 1} ; \quad u_0 = 2$

E.5041 Justifier que, dans chaque question, les informations ci-dessous ne définissent pas de suites :

- a** $u_0 = 5 ; \quad u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 3 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$
- b** $u_0 = 1 ; \quad u_1 = 4 ; \quad u_{n+1} = u_n - 3 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$
- c** $u_0 = 3 ; \quad u_n = 2 \cdot u_{n-1} - 2 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$
- d** $u_0 = -1 ; \quad u_n = \frac{u_{n-1} - 2}{u_{n-1} + 1} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$

3. Mode de génération par récurrence d'ordre 2

E.9513 On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par les relations :

$$u_0 = 2 ; \quad u_1 = 3 ; \quad u_{n+1} = u_n + 2 \cdot u_{n-1} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .

E.5857 On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 ; \quad u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 2 \cdot u_{n+1} + u_n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Donner les cinq premiers termes de la suite (u_n) .

E.10358 On considère la suite (u_n) définie

pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = 1 ; \quad u_1 = -2 ; \quad u_{n+2} = \frac{2 \cdot u_{n+1} - u_n + 2}{u_{n+1} + u_n - 2}$$

- 1** Déterminer les 4 premiers termes de la suite (u_n) .
- 2** Que peut-on en déduire de la suite (u_n) ?

E.10359 On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = 2 ; \quad u_1 = -2 ; \quad u_{n+2} = \frac{u_{n+1} - u_n + 2}{2 \cdot u_{n+1} + 2 \cdot u_n + 2}$$

Montrer que la suite (u_n) est périodique de période 2 à partir du terme de rang 4.

4. Autres modes de générations

E.9512 🔑 🍷 📦 On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par les relations :

$$u_0 = -1 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n + n - 2 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .

E.8405 🔑 🍷 📦 On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = 3 \cdot u_n - 2 \cdot n + 1$$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .

E.9515 🔑 🍷 📦 On considère la suite (v_n) définie par :

$$v_0 = -3 \quad ; \quad v_{n+1} = n - 2 \cdot v_n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Donner les quatre premiers termes de la suite (v_n) .

E.9539 🔑 🍷 📦 On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - 4 \cdot n + 3$$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .

E.5104 🔑 🍷 📦 On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par les relations :

$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot u_n + 3 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .

E.8045 🔑 🍷 📦 On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{4 \cdot u_n}{3 \cdot n - 2}$$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n)

E.8404 🔑 🍷 📦 On considère la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$v_0 = 1 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{3 \cdot v_n}{2 \cdot n - 3}$$

Déterminer les six premiers termes de la suite (v_n)

E.5134 🔑 🍷 📦 Pour chacune des questions, déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) définie par :

$$v_0 = 1 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{-4 \cdot v_n}{3 \cdot n - 4} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

5. Utilisation de suites auxiliaires

E.3020 🔑 🍷 📦 Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par la relation :

$$u_n = 7 \times 4^n - 2 \times 3^n$$

① Montrer que la suite (u_n) vérifie la relation suivante :

$$u_{n+2} = 7 \cdot u_{n+1} - 12 \cdot u_n.$$

② On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation :

$$v_n = u_{n+1} - 3 \cdot u_n$$

Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. On donnera le premier terme et la raison.

6. Suites définies conjointement

E.9511 🔑 🍷 📦 On définit la suite par récurrence $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ par la relation :

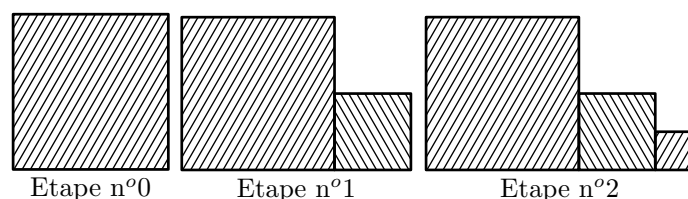
$$v_1 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1 - v_n}{n} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n) .

E.4628 🔑 🍷 📦 On considère la construction d'une figure par étapes successives :

- À l'étape 0, la figure est constituée d'un carré de côté 4.
- On construit une série d'étapes en rajoutant un carré dont le côté mesure la moitié du carré précédemment ajouté.

Voici les trois premières étapes de construction de cette figure :



On note (u_n) l'aire totale de la figure construite à l'étape n^e . Ainsi, la suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n et on a : $u_0 = 16$

- ① Justifier que la suite (u_n) vérifie la relation de récurrence : $u_{n+1} = u_n + \frac{4}{2^{2n}}$
- ② On admet l'existence de deux nombres réels α et β tels que la suite (u_n) admette pour expression explicite : $u_n = \alpha + \beta \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n$.

Conjecturer les valeurs de α et β

E.7306 🔑 🍷 📦 On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{(n+2) \cdot u_n + 1}{n+1} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- ① Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .
- ② Conjecturer la nature de la suite (u_n) en justifiant votre démarche.

E.9514 On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies par les relations :

$$u_0 = -2 ; v_0 = 1 ; \begin{cases} u_{n+1} = u_n + v_n - 3 \\ v_{n+1} = 2 \cdot u_n - v_n + 1 \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Déterminer les quatre premiers termes de ces deux suites.

E.9541 On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = 2 ; v_0 = 3 ; \begin{cases} u_{n+1} = \frac{2 \cdot u_n + v_n}{3} \\ v_{n+1} = \frac{u_n + 5 \cdot v_n}{6} \end{cases}$$

1 Déterminer les trois premiers termes de chacune des suites (u_n) et (v_n) .

2 On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par : $w_n = u_n - v_n$

Démontrer que la suite (w_n) est une suite géométrique dont on précisera les éléments caractéristiques.

E.10396 On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_0 = 10 ; v_0 = 7 ; \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n - 4 \cdot v_n}{3} \\ v_{n+1} = \frac{-5 \cdot u_n + 2 \cdot v_n}{3} \end{cases}$$

1 Déterminer les trois premiers termes de chacune de ces deux suites.

2 On définit la suite (w_n) , pour tout entier naturel n , par :

$$w_n = u_n - v_n$$

a Établir que la suite (w_n) est une suite géométrique. On précisera sa raison.

b Sachant que $u_{19} = 699\,042$ et en laissant les étapes de votre raisonnement, déterminer la valeur de v_{19} .

E.10397 On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_0 = 5 ; v_0 = 2 ; \begin{cases} u_{n+1} = 4 \cdot u_n - 3 \cdot v_n \\ v_{n+1} = 2 \cdot u_n - v_n \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1 On définit la suite (w_n) définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$: $w_n = u_n - v_n$

a Établir que la suite (w_n) est une suite géométrique de raison 2 dont on précisera le premier terme.

b Donner l'expression explicite des termes de la suite (w_n) en fonction de n .

2 Sachant que $v_{22} = 25\,165\,820$, déterminer la valeur du terme u_{22} .

E.10454 On considère les suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 0,1 \cdot u_n + 0,4 \cdot v_n \\ u_n + v_n = 5 \end{cases}$$

Justifier que ces deux suites vérifient les conditions ci-dessous :

$$\begin{cases} u_0 = 2 ; v_0 = 3 \\ u_{n+1} = 0,1 \cdot u_n + 0,4 \cdot v_n \\ v_{n+1} = 0,9 \cdot u_n + 0,6 \cdot v_n \end{cases}$$

7. Tout mode de génération

E.6645 On considère trois suites (u_n) , (v_n) et (t_n) dont les premiers termes ont été donnés dans la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D
1	n	u_n	v_n	t_n
2	0	3	5	6
3	1	7	8	4
4	2	15	10	-8
5	3	31	11	-16
6	4	63	11	0
7	5	255	10	32

1 Vérifier que les formules ci-dessous sont vérifiées par les valeurs du tableau :

• $B5 = 2 \cdot B4 + 1$ • $C3 = C2 - A2 + 3$ • $D6 = D5 - 2 \cdot D4$

2 Utiliser ces formules pour en déduire la formule de récurrence définissant chacun des termes de ces suites.

E.6522 On considère les suites de nombres ci-dessous :

a 4 ; 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; 19 ; 22 ...

b 1 ; -2 ; 4 ; -8 ; 16 ; -32 ; 64 ...

c 2 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ...

d 0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ...

e 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ...

f 1 ; 2 ; 1 ; 2 ; 1 ; 2 ; 1 ...

Associer à chacune de cette suite une relation ci-dessous qui permet d'obtenir un terme en fonction de ses prédécesseurs :

1 $u_n + u_{n+1} = u_{n+2}$ 2 $\frac{2}{u_n} = u_{n+1}$

3 $u_n + n = u_{n+1}$ 4 $-2 \times u_n = u_{n+1}$

5 $u_n + 3 = u_{n+1}$ 6 $u_n = n^2$

E.7305    On considère une suite (u_n) dont on connaît la valeur de ses cinq premiers termes :

$$u_0=0 \quad ; \quad u_1=11 \quad ; \quad u_2=20 \quad ; \quad u_3=27 \quad ; \quad u_4=32$$

Parmi les expressions de suites ci-dessous, lesquelles permettent d'obtenir ces mêmes cinq premiers termes?

a $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + n + 11 \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$

b $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = -u_n + 3n + 11 \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$

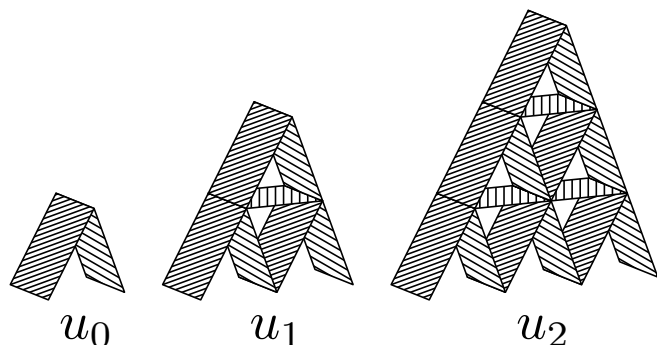
c $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n - 2n + 11 \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$

d $u_n = 13 \cdot n - 2 \cdot n^2$ **e** $u_n = -n^2 + 12 \cdot n$

f $u_n = 2 \cdot n^2 + 9 \cdot n$

8. Approfondissement : un peu plus loin

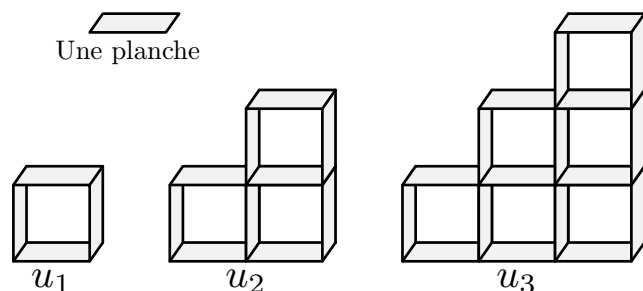
E.2986    On considère la construction d'un château de cartes :



On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ désignant le nombre de cartes utilisées dans la construction du château à l'étape n .

- 1 Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .
- 2 Pour tout entier naturel n , déterminer une expression du terme u_{n+1} en fonction du terme précédent u_n et du rang n .
- 3 À quelle étape de construction peut-on arriver avec deux jeux de 72 cartes?

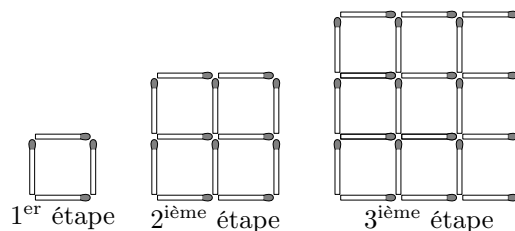
E.5858    On construit successivement un objet comme le représente le schéma ci-dessous :



Pour tout entier naturel n non-nul, on note u_n le nombre de planches nécessaires pour construire la figure à l'étape n .

Donner une relation de récurrence caractérisant la suite (u_n) .

E.6132    On considère les constructions suivantes :

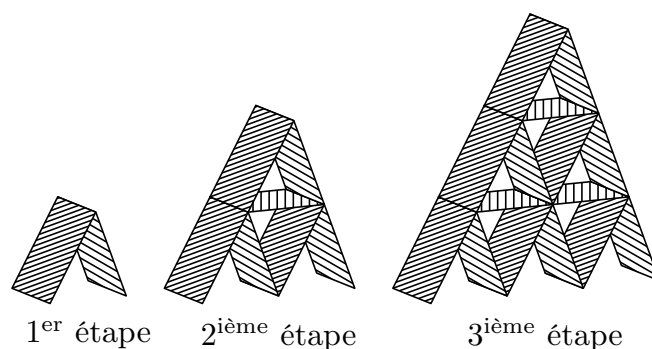


On note (u_n) la suite numérique définie sur $\mathbb{N}^*$ où u_n représente le nombre d'allumettes nécessaire à la construction de la $n^{\text{ième}}$ étape.

- 1 Déterminer une relation de récurrence entre un terme de la suite (u_n) et de son prédécesseur.
- 2 On considère la suite (v_n) définie par la relation :
 $v_n = 2 \cdot n^2 + 2 \cdot n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

À l'aide d'un tableur, déterminer les 10 premiers termes des suites (u_n) et (v_n) .

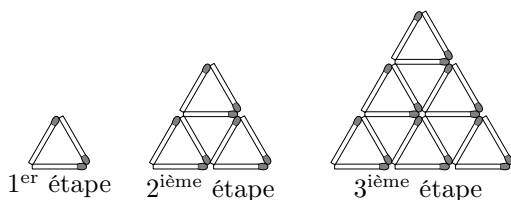
E.7245    On considère la construction d'un château de cartes :



On note u_n le nombre de cartes nécessaires à la construction de château de cartes à l'étape n . On définit ainsi une suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$.

Conjecturer une relation de récurrence sur les termes de la suite (u_n) .

E.8047    On considère la construction ci-dessous effectuée d'étapes en étapes la construction de triangles équilatéraux à l'aide d'allumettes :



Pour tout entier naturel n non-nul, on note u_n le nombre d'allumettes nécessaires à la construction de la figure à l'étape n . Ainsi, on a : $u_1 = 3$

1 Parmi les relations ci-dessous, laquelle vérifie les termes de la suite (u_n) :

a $u_{n+1} = 3 \cdot u_n + 3$ **b** $u_{n+1} = u_n + 3 \cdot n + 3$

c $u_{n+1} = u_n + 6 \cdot n$ **d** $u_{n+1} = u_n - 3 \cdot n + 9$

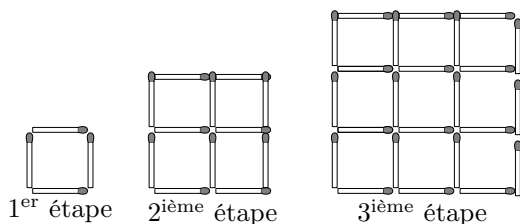
2 Parmi les relations ci-dessous, laquelle vérifie les termes de la suite (u_n) :

a $u_n = \frac{3}{2} \cdot n^2 + \frac{3}{2} \cdot n$ **b** $u_n = n^2 + 2 \cdot n$

c $u_n = \frac{3}{2} \cdot n^2 - \frac{1}{2} \cdot n + 1$ **d** $u_n = n^2 + \frac{3}{2} \cdot n + \frac{1}{2}$

3 Donner la valeur du terme u_6 .

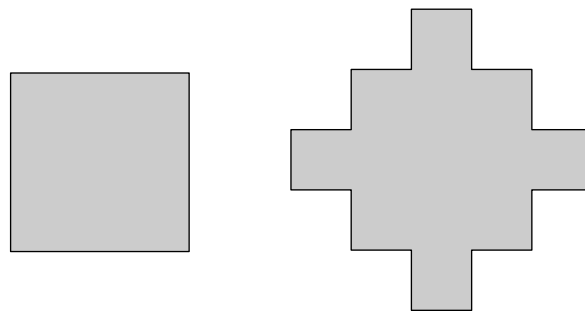
E.7244    On considère les constructions suivantes :



On note (u_n) la suite numérique définie sur $\mathbb{N}^*$ où u_n représente le nombre d'allumettes nécessaire à la construction de la $n^{\text{ième}}$ étape.

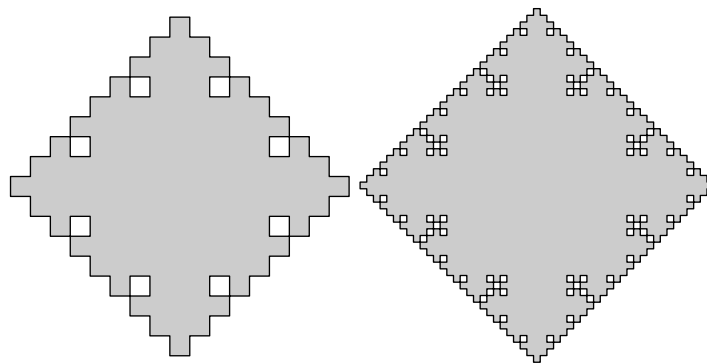
Conjecturer une relation de récurrence entre un terme de la suite (u_n) et de son prédécesseur.

E.7310    Ci-dessous sont présentés les étapes récurrentes de la construction d'une figure géométrique



Etape 1

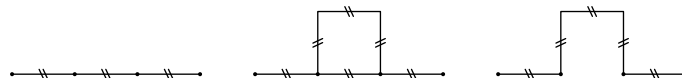
Etape 2



Etape 3

Etape 4

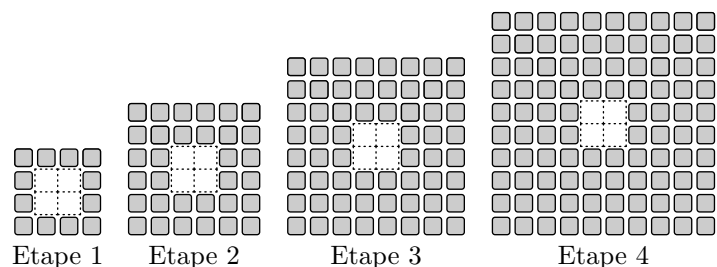
À chaque étape, chaque segment de la figure est divisée en 3 parties égales et sur le segment du milieu, on construit un carré dont on efface le segment du milieu :



Sachant que le carré de l'étape 1 a ses côtés qui mesurent 1, déterminer le périmètre de la figure obtenue à l'étape 4.

On donnera la valeur exacte et la valeur arrondie au centième près.

E.11578   On considère la construire d'une figure étape par étape ci-dessous :



où on entoure au fure et à mesure un carré de côté 2 par des arreaux de côté 1.

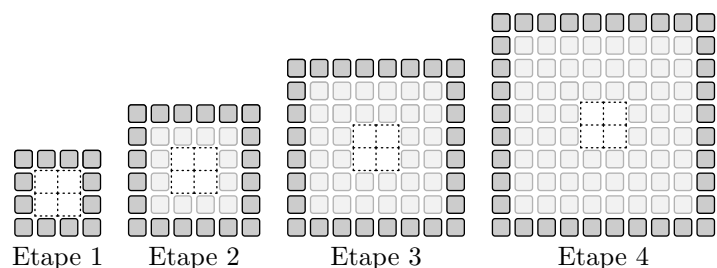
On note u_n le nombre de carreaux utilisés à l'étape n .

- ① Compléter le tableau ci-dessous :

n	1	2	3	4	5
u_n					

- ② Déterminer les valeurs de $a, b \in \mathbb{R}$ vérifiant la relation :
- $$u_{n+1} = u_n + a \cdot n + b$$

La figure ci-dessous met en avance les éléments ajoutés d'une étape à l'autre :



On note v_n le nombre de carreaux ajoutés pour obtenir la figure à l'étape n .

- ② a) Compléter le tableau ci-dessous :

n	1	2	3	4	5
v_n					

- b) Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Donner ses éléments caractéristiques.
- ③ On remarque que :
- $$u_2 = v_1 + v_2 \quad ; \quad u_3 = v_1 + v_2 + v_3 \quad ; \quad \dots$$
- a) Comment peut-on décrire les termes de la suite (u_n) en fonction des termes de la suite (v_n) ?
- b) Etablir que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

9. Activité TICE

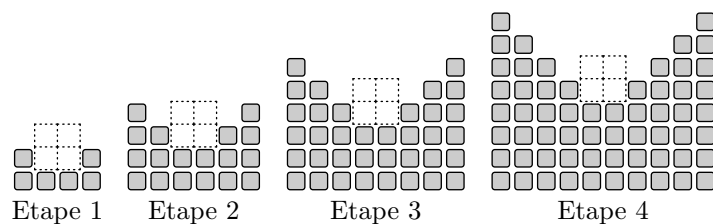
E.7556    On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = 2 \cdot u_n + 3^n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

- ① a) Vérifier la valeur des deux termes suivants :
- $$u_1 = 3 \quad ; \quad u_2 = 9$$
- b) Déterminer la valeur du terme de rang 3 de la suite (u_n) .
- ② a) Compléter l'algorithme ci-dessous afin que la vari-

$$u_n = 4 \cdot n^2 + 8 \cdot n$$

E.11583   On considère la construire d'une figure étape par étape ci-dessous :



où on entoure au fure et à mesure un carré de côté 2 par des arreaux de côté 1.

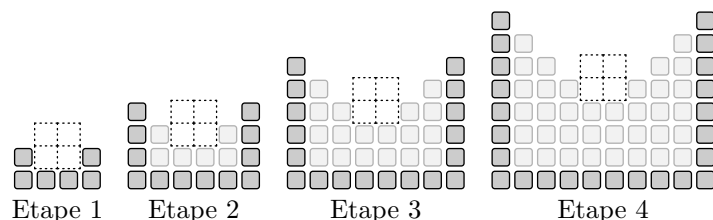
On note u_n le nombre de carreaux utilisés à l'étape n .

- ① Compléter le tableau ci-dessous :

n	1	2	3	4	5
u_n					

- ② Déterminer les valeurs de $a, b \in \mathbb{R}$ vérifiant la relation :
- $$u_{n+1} = u_n + a \cdot n + b$$

La figure ci-dessous met en avance les éléments ajoutés d'une étape à l'autre :



On note v_n le nombre de carreaux ajoutés pour obtenir la figure à l'étape n .

- ② a) Compléter le tableau ci-dessous :

n	1	2	3	4	5
v_n					

- b) Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Donner ses éléments caractéristiques.
- ③ On remarque que :
- $$u_2 = v_1 + v_2 \quad ; \quad u_3 = v_1 + v_2 + v_3 \quad ; \quad \dots$$
- a) Comment peut-on décrire les termes de la suite (u_n) en fonction des termes de la suite (v_n) ?
- b) Etablir que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :
- $$u_n = 3 \cdot n^2 + 3 \cdot n$$

able u prenne successivement les 20 premiers termes de la suite (u_n)

```

u ← 1
Pour i allant de 0 à ...
    u ← ...
Fin Pour
    
```

- b) Saisir cet algorithme dans AlgoBox afin qu'il affiche les 20 premiers termes de la suite (u_n) . Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de la suite (u_n) ?

E.7557    On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = 9 \times 2^n - u_n$$

- 1
 - a) Vérifier la valeur des deux termes suivants :
 $u_1 = 6 \quad ; \quad u_2 = 12$
 - b) Déterminer la valeur du terme de rang 3 de la suite (u_n) .
- 2
 - a) À l'aide d'une feuille de calcul, générer les 20 premiers termes de cette suite.
 - b) Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de la suite (u_n) ?

E.7558    On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{(n+2) \cdot u_n + 1}{n+1} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1
 - a) Vérifier la valeur des deux termes suivants :
 $u_1 = 3 \quad ; \quad u_2 = 5$
 - b) Déterminer la valeur du terme de rang 3 de la suite (u_n) .
- 2
 - a) À l'aide d'une feuille de calcul, générer les 20 premiers termes de cette suite.
 - b) Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de la suite (u_n) ?

E.7559    On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence et vérifiant les conditions :

$$u_0 = 5 \quad ; \quad u_1 = 11 \quad ; \quad u_{n+2} = 2 \cdot u_{n+1} - u_n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1
 - a) Vérifier la valeur des deux termes suivants :
 $u_2 = 17 \quad ; \quad u_3 = 23$
 - b) Déterminer la valeur du terme de rang 4 de la suite (u_n) .
- 2
 - a) Compléter l'algorithme suivant afin que la variable **a** prenne au cours de l'exécution de l'algorithme les 20 premiers termes de la suite (u_n) :

```

a ← 5
b ← a
a ← 11
Pour i allant de 2 à ...
    c ← a
    a ← ...
    b ← c
Fin Pour
    
```

- b) Saisir cet algorithme dans AlgoBox afin qu'il affiche les 20 premiers termes de la suite (u_n) . Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de la suite (u_n) ?

E.7285    On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme de 2 et de raison 2 :

- 1 Saisir l'algorithme ci-dessous.

```

n ← 0
u ← 2
Tant que u < 1000
    u ← 2 × u
    n ← n + 1
Fin Tant que
    
```

Interpréter la valeur de la variable **n** à la fin de l'exécution de l'algorithme.

- 2 Modifier l'algorithme pour connaître le rang du premier terme supérieur à 5 000.

E.8357    On considère l'algorithme ci-dessous :

```

a ← 2
Pour i allant de 0 à 5
    a ← a + 3
Fin
    
```

- 1 Afin de connaître la valeur de la variable **a** à la fin de l'exécution de cet algorithme, saisissez cet algorithme dans le langage Python :

```

a=2;
for i in range(0,6):
    a=a+3;
print(a)
    
```

- 2 Parmi les suites ci-dessous laquelle a été implémentée dans l'algorithme précédent :

- | | |
|---|--|
| a) $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$ | b) $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2 \times u_n \end{cases}$ |
| c) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ | d) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3 \times u_n \end{cases}$ |

E.8358    On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 4 et de raison 2.

- 1 Parmi les algorithmes ci-dessous, lequel permet d'afficher le terme de rang 8 de la suite (u_n) :

- | | |
|--|--|
| a) <pre> a ← 4 Pour i allant de 0 à 8 a ← a × 2 Fin Pour Afficher a </pre> | b) <pre> a ← 4 Pour i allant de 1 à 8 a ← a × 2 Fin Pour Afficher a </pre> |
| c) <pre> a ← 2 Pour i allant de 0 à 8 a ← a × 4 Fin Pour Afficher a </pre> | d) <pre> a ← 2 Pour i allant de 1 à 8 a ← a × 4 Fin Pour Afficher a </pre> |

- 2 Modifiez l'algorithme pour obtenir la valeur du terme u_{12}

E.5092    On considère l'algorithme suivant :

```
a ← -1
Pour i allant de 0 à 4
  a ← a×2-i+1
Fin Pour
```

- Donner les différentes valeurs prises par la variable a lors d'une exécution pas à pas de cet algorithme.
- Donner l'expression d'une suite (u_n) dont les cinq premiers termes sont les différentes valeurs prises par la variable a lors de l'exécution de cet algorithme.

E.5091    On considère l'algorithme suivant :

```
a ← 2
Pour i allant de 0 à 5
  a ← a×2
Fin Pour
```

- Lors de son exécution pas à pas, indiquer les différentes valeurs prises par la variable a
- Parmi les expressions choisies qu'elle(s) peuvent être l'expression d'une suite (u_n) afin que ses six premiers termes soient les valeurs prises par la variable a lors de l'exécution de l'algorithme précédent :

- (a) $u_n = 2 \cdot n, \quad \forall n \in \mathbb{N}$ (b) $u_n = 2^n, \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- (c) $u_n = 2^{n+1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$ (d) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 \cdot u_n, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$
- (e) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_n = 2 \cdot u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$ (f) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_n = 2 \cdot u_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

E.5090     On considère l'algorithme suivant :

```
Pour i allant de 0 à 5
  a ← i × (i-1)
Fin Pour
```

- Lors de l'exécution pas à pas de cet algorithme, donner les valeurs prises par la variable a .
- Donner l'expression d'une suite (u_n) dont les six premiers termes sont les valeurs affichées par l'algorithme.

E.7190    Dans un langage de programmation, saisir l'algorithme suivant :

```
a ← 2
Pour i allant de 0 à 4
  a ← a+3
Fin Pour
```

- En effectuant une exécution pas à pas, noter les valeurs successives prises par la variable a :
... ; ... ; ... ; ... ; ... ; ...
- (a) Modifier l'algorithme pour que les valeurs successives prises par la variable a soit :
2 ; 6 ; 10 ; 14 ; 18 ; 22
- (b) Modifier l'algorithme pour que les valeurs successives prises par la variable a soit :
5 ; 10 ; 15

10. Autour des suites arithmétiques et géométriques

E.9540    On considère la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$v_0 = 2 \quad ; \quad v_1 = 3 \quad ; \quad v_{n+2} = v_{n+1} + 2 \cdot v_n - 3$$

Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite arithmétique.

E.10360    On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_0 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = 3 \cdot u_n - 4 \cdot n - 4$$

Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite géométrique.

E.9542    On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_0 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 3 \cdot n - 1$$

- (a) Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .
- (b) Quelle conjecture peut-on poser pour la nature de la suite (u_n) ?

(2) On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme 4 et raison 3.

- Exprimer l'expression $v_{n+1} - 2 \cdot v_n$ en fonction de n .
- Montrer que les suites (u_n) et (v_n) sont égales.

E.9543    On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = 3 \quad ; \quad v_0 = -1 \quad ; \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{6 \cdot u_n + 3 \cdot v_n}{6} \\ v_{n+1} = \frac{8 \cdot u_n - 2 \cdot v_n}{4} \end{cases}$$

- Déterminer les trois premiers termes de chacune des suites (u_n) et (v_n) .
- On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par : $w_n = u_n - v_n$

Démontrer que la suite (w_n) est une suite géométrique dont on précisera les éléments caractéristiques.

11. Exercices non-classés

E.8046    On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par la relation :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = 3 \cdot u_n - 6 \cdot n + 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Déterminer les valeurs des quatre premiers termes.
- 2 Quelle conjecture peut-on émettre sur la nature de la suite et de ses éléments caractéristiques?

E.5119   

1 On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = 2 \cdot u_n + 3^n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

- a Déterminer les cinq premiers termes de (u_n) .
- b Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de (u_n) ?
- 2 Montrer que la suite géométrique (v_n) de premier terme 1 et de raison 3 vérifie la relation :
$$v_{n+1} = 2 \cdot v_n + 3^n.$$

E.7304    On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = 9 \times 2^n - u_n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Déterminer la valeur des quatre premiers termes de la suite (u_n) .
- 2 Conjecturer la nature de la suite (u_n) en justifiant votre démarche.

E.5173    On considère les deux suites (a_n) et (b_n) définies conjointement par les relations :

$$\begin{cases} a_0 = 0,40 \\ b_0 = 0,41 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} a_{n+1} = 0,6a_n + 0,3b_n \\ b_{n+1} = 0,3a_n + 0,6b_n \end{cases} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Donner la valeur exacte des trois premiers termes de chacune des suites (a_n) et (b_n) .
- 2 On définit les deux suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par :
$$u_n = a_n + b_n \quad ; \quad v_n = b_n - a_n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

- a Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,9. On précisera également le premier terme.
- b Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera les éléments caractéristiques.

E.10225   

1 On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_0 = 0 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n + 2 \cdot n + 2$$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .

- 2 On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie, pour $n \in \mathbb{N}$, par :
$$v_n = n \cdot (n + 1)$$
 - a Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) .
 - b Développer et réduire l'expression $v_{n+1} - v_n$.
 - c En déduire l'égalité des suites (u_n) et (v_n) .

E.10324    On considère la suite (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n + 3 \cdot n^2 + 3 \cdot n - 2$$

- 1 Développer, réduire puis factoriser l'expression :
$$(n + 2)(n - 1)^2 + 3 \cdot n^2 + 3 \cdot n - 2$$
- 2 En déduire que la suite (u_n) admet pour forme explicite :
$$u_n = (n + 2)(n - 1)^2$$

E.10617   On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par la relation :

$$u_n = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$$

Établir que la suite (u_n) vérifie la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = u_n + (n + 1)^2$$

Remarque : on vient d'établir que pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$