



ChingQuizz : 10 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM :

1. *Rappels : manipulation d'expressions rationnelles*

E.8366 Établir les identités ci-dessous :

a $\frac{2}{x} + \frac{5}{x+1} = \frac{7x+2}{x \cdot (x+1)}$

b $\frac{3}{x+3} - \frac{2}{5x-1} = \frac{13x-9}{(x+3)(5x-1)}$

E.6002 Établir les égalités suivantes :

a $\frac{x}{x+1} - \frac{2x-3}{x-1} = \frac{3-x^2}{(x-1) \cdot (x+1)}$

b $\frac{x+1}{3x-2} - \frac{x+2}{3x+1} = \frac{5}{(3x-2)(3x+1)}$

E.10592 Simplifier les expressions ci-dessous sous la forme d'un quotient où :

- le numérateur est développé et réduit
- le dénominateur est écrit sous la forme d'un produit.

a $\frac{x}{2x-1} + \frac{4}{x+1}$ b $\frac{x+3}{x^2+1} - \frac{4}{x+3}$

E.10588 Établir l'égalité suivante :

$$\frac{1}{x+1} + \frac{2}{2x-1} = \frac{4x+1}{x \cdot (x+1) \cdot (2x-1)}$$

E.10593 Établir les égalités suivantes :

a $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2} = \frac{16}{x^2 \cdot (x+4)}$

b $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{2x^2+4x+1}{x \cdot (x+1)^2}$

E.6003 Exprimer chacune des expressions algébriques ci-dessous sous la forme d'un quotient où le numérateur et le dénominateur sont des produits de facteurs du premier degré :

a $\frac{3x}{x+2} + \frac{x+2}{1-x}$ b $\frac{x^2+x+3}{x+1} - \frac{x^2+4x}{x+2}$

2. *Travail préliminaire sur l'obtention des nombres dérivés*

E.8368 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

Établir les égalités suivantes :

a $f(1+\pi) = \pi^2 + 3 \cdot \pi + 3$

b $f(2+h) = h^2 + 5 \cdot h + 7$ où $h \in \mathbb{R}$

E.6060 Soit f la fonction définie par la relation :

$$f(x) = x^2 - 3 \cdot x + 2$$

a Établir, pour tout $h \in \mathbb{R}$, l'identité :

$$f(2+h) = h^2 + h$$

b Pour $h \in \mathbb{R}$, déterminer une expression simplifiée de $f(1+h)$.

E.9552 On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$$

Pour $h \in \mathbb{R}$, établir l'égalité suivante :

$$g(1+h) - g(1) = \frac{-h \cdot (h+1)}{h^2 + 2 \cdot h + 2}$$

E.10587 Soit f la fonction définie sur $[2; +\infty[$ par la relation :

$$f(x) = \sqrt{x-2} + 3$$

1 On considère l'expression A définie par :

$$A = f(4+h) - f(4)$$

a Justifier que, pour $h = -3$, l'expression A n'est pas définie.

b Justifier que, pour toute $h \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$, l'expression A est définie.

2 Pour tout $h \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$, établir l'égalité :

$$A = \frac{h}{\sqrt{h+2} + \sqrt{2}}$$

E.8367 Soit f la fonction définie sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ par la relation :

$$f(x) = \sqrt{2x-1} - 3$$

Établir, pour tout $h \in \left[-\frac{3}{2}; +\infty\right[$, l'égalité :

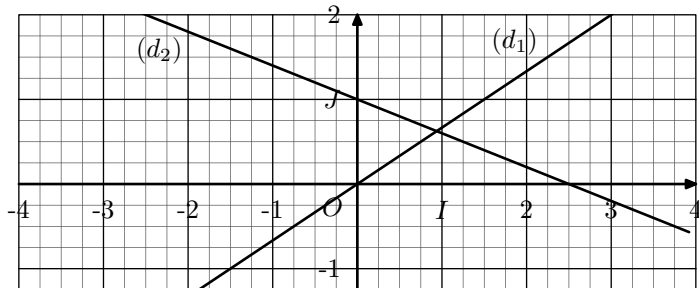
$$f(h+2) - f(2) = \frac{2 \cdot h}{\sqrt{2h+3} + \sqrt{3}}$$

3. Approche des tangentes et coefficient directeur des fonctions affines

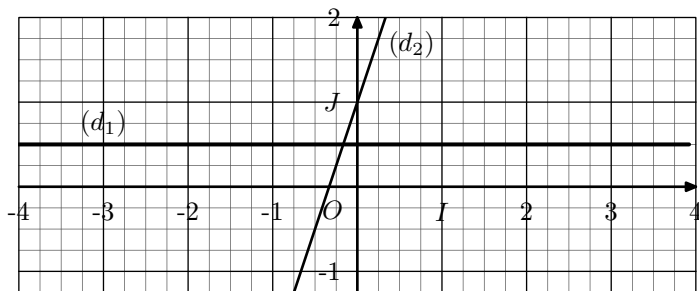
E.2291   

Proposition : soit f une fonction affine dont la courbe représentative passe par les deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$. Le coefficient directeur m de la fonction f a pour valeur : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Déterminer les coefficients directeurs des droites (d_1) et (d_2) représentées ci-dessous :



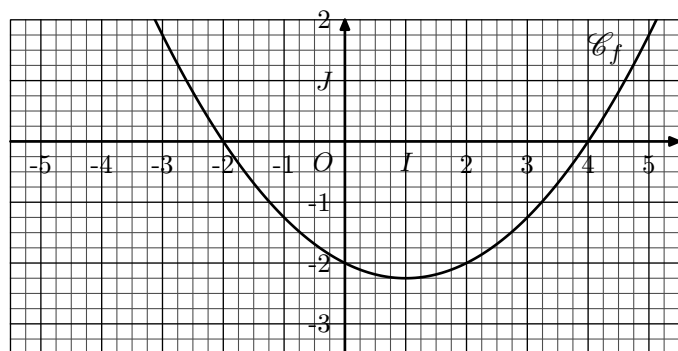
E.9560    Déterminer les coefficients directeurs des droites (d_1) et (d_2) représentées ci-dessous :



E.4713    On considère la fonction f définie par la relation est :

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f :



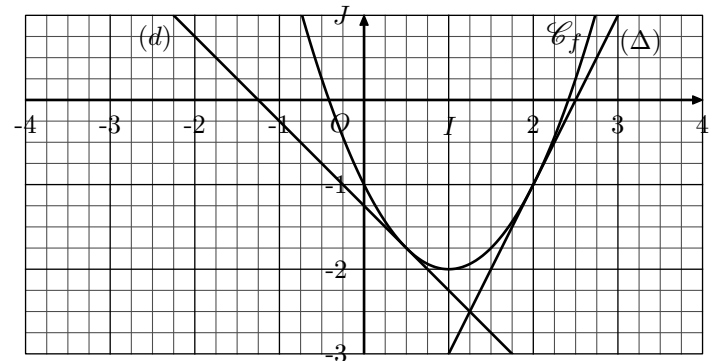
- 1 a Effectuer le tracé de la droite (d) dont l'équation est : $y = \frac{1}{2}x - 3$
- b Effectuer le tracé de la droite (Δ) dont l'équation est :

$$y = -\frac{3}{2}x - 3$$

- 2 Quelle particularité possède les droites (d) et (Δ) relativement à la courbe $\mathcal{C}_f$?

E.5937    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation : $f(x) = x^2 - 2x - 1$

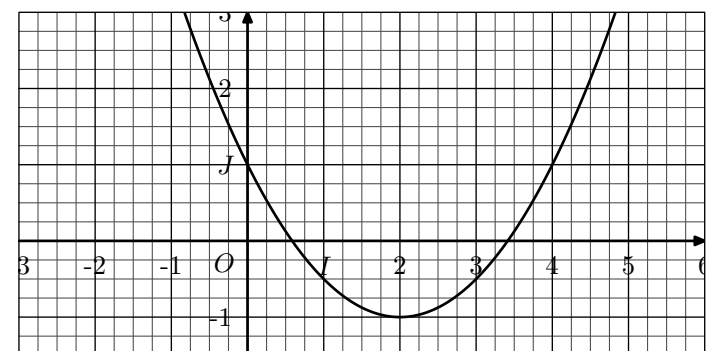
On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé. On donne ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de f .



On note respectivement (d) et (Δ) les tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$ et 2.

- 1 Déterminer les coordonnées des points de la courbe $\mathcal{C}_f$ ayant respectivement $\frac{1}{2}$ et 2 pour abscisse.
- 2 a Graphiquement, donner l'équation réduite de la droite (d) .
- b Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) .

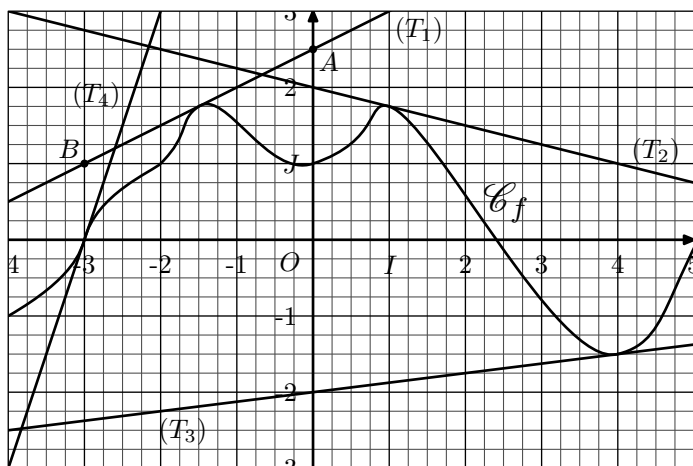
E.6878    On donne ci-dessous la courbe $\mathcal{C}$ représentative d'une fonction dans un repère $(0; I; J)$:



- 1 a Tracer la tangente (d) à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 4.
- b Donner le coefficient directeur de la droite (d) .
- 2 a Tracer la tangente (Δ) à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.
- b Donner le coefficient directeur de la droite (Δ) .

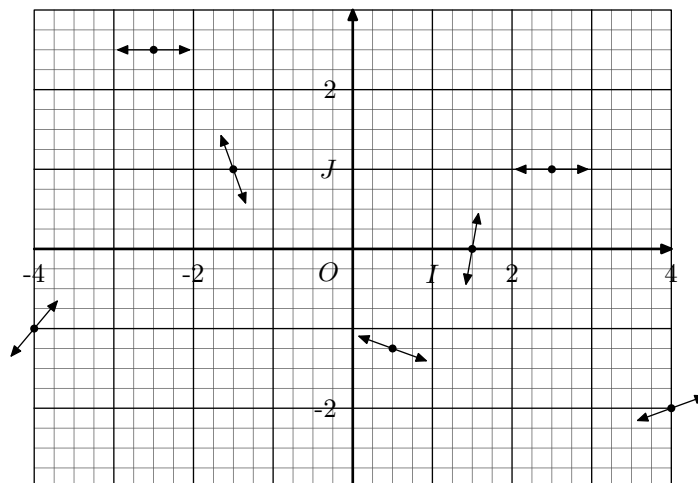
4. Champs de tangentes

E.4654    Ci-dessous est représentée, dans le repère $(O; I; J)$, la courbe $\mathcal{C}_f$ et quatre de ses tangentes :



- 1 La droite (T_1) s'appelle :
“La tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $-1,5$ ”
 Nommer de même les trois autres droites.
- 2 a La tangente (T_1) passe par les points $A(0; 2,5)$ et $B(-3; 1)$. Déterminer le coefficient directeur de la droite (T_1) .
- b Déterminer les coefficients directeurs des tangentes (T_2) , (T_3) et (T_4) .

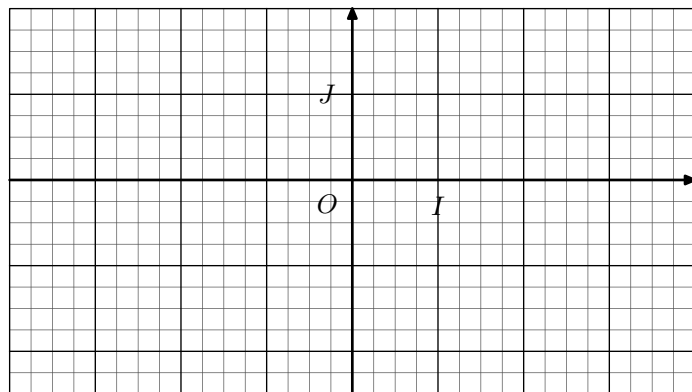
E.2313    Tracer la courbe représentative d'une fonction passant par tous les points indiqués et respectant en chacun d'eux la tangente représentée :



E.2311    On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-4; 4]$ dont des informations sur cette fonction et sa courbe représentative sont données dans le tableau ci-dessous :

x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	2,5	-2	2	0	-1,5
Coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse x	-2	0	0	-1	$\frac{5}{4}$

Dans le plan muni du repère ci-dessous, tracer une courbe respectant les informations données sur la fonction f et sa courbe $\mathcal{C}_f$:

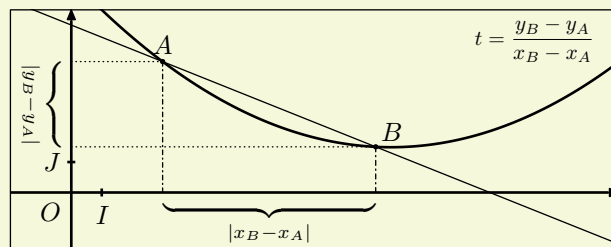


5. Taux d'accroissement

E.2292   

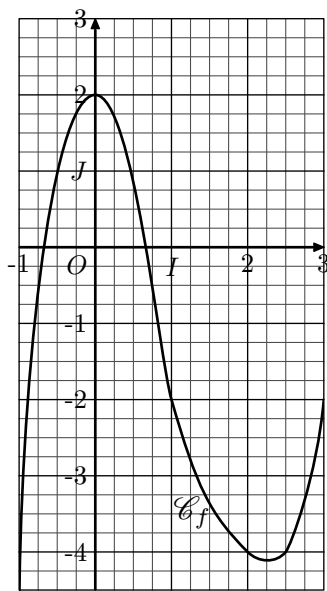
Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a, b deux nombres réels appartenant à I .
 On appelle taux d'accroissement de la fonction f entre a et b , le nombre t défini par : $t = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

Remarque : Dans un repère et en considérant la courbe $\mathcal{C}$ représentative de la fonction f sur I , le taux d'accroissement de la fonction f entre a et b correspond au coefficient directeur de la courbe entre les points A et B d'abscisse respective a et b :



Dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-contre est donnée la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f .

On considère les points A, B, C de la courbe $\mathcal{C}_f$ d'abscisses respectives 0, 1 et 2.



1 Placer les points A, B et C et par lecture graphique, donner leur coordonnée.

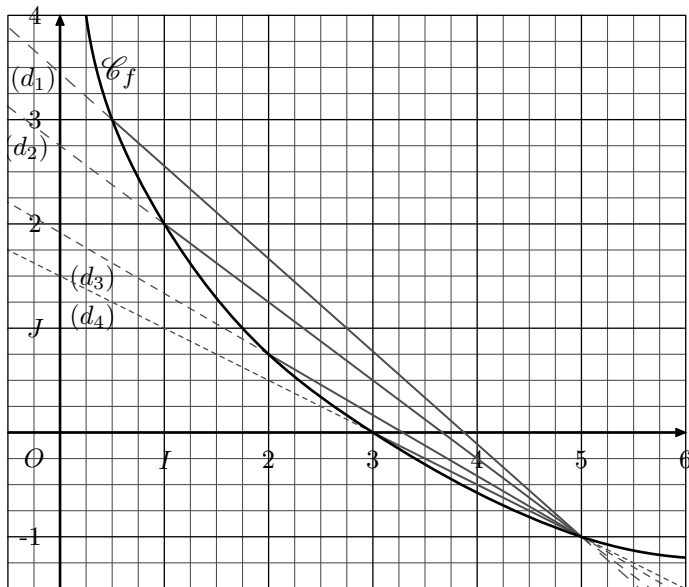
2 Calculer le taux d'accroissement de la fonction f :

a entre 0 et 2;

b entre 1 et 2.

E.5945 On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ dans lequel sont représentées:

- La courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f ;
- Les cordes $(d_1), (d_2), (d_3)$ et (d_4) à la courbe $\mathcal{C}_f$ respectivement aux points d'abscisses (0,5 et 5), (1 et 5), (2 et 5), (3 et 5).



6. Première notion de limites

E.2295

Première approche de la notion de limite et de convergence:

Pour une valeur (terme d'une suite ou image par une fonction) assujéti à la variation d'un paramètre (rang du terme ou variation de la variable) lorsque celle-ci se "stabilise" vers une valeur, on parle alors de **convergence**.

Dans le cas d'une convergence, on parlera de **valeur limite**

1 a Saisir le code suivant dans votre éditeur Python:

```
x=1;
for i in range(1,10):
```

1 a Déterminer le taux d'accroissement de la fonction f entre 0,5 et 5.

b Déterminer les coefficients directeurs des cordes $(d_2), (d_3), (d_4)$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ (si nécessaire, arrondies au millièmes près).

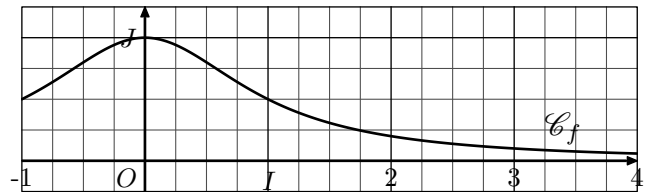
2 a Tracer, à l'aide d'une règle, la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point de coordonnées $(5; -1)$.

b Donner la valeur du coefficient directeur de la tangente (T) , arrondie au centième près.

E.8385 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation:

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous, est donnée la courbe représentative de la fonction $\mathcal{C}_f$:



1 Déterminer les taux d'accroissements de f :

a entre 1 et 3 b entre 1 et 2 c entre 1 et $\frac{4}{3}$

2 Tracer la tangente (d) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1, puis conjecturer la valeur du coefficient directeur de la tangente (d) .

3 Que peut-on dire de la suite de nombres:

$$\left(-\frac{1}{5}; -\frac{3}{10}; -\frac{21}{50}; -\frac{1}{2}\right)$$

```
x=x/10
```

```
y=(x*x+x)/(2*x*x+3*x)
```

```
print(x,"t",y)
```

b Après l'exécution de ce code et en analysant l'affichage de la console, répondre aux questions suivantes:

- Les valeurs successives prises par la variable x semblent se stabiliser vers quelles valeurs?
- Même question, pour les valeurs successives de la variable y ?

Synthèse: considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{2x^2 + 3x}$$

Le tableau de valeurs, ci-contre, de la fonction f présente des valeurs de x se stabilisant vers 0, on remarque que leurs images convergent vers $\frac{1}{3}$.

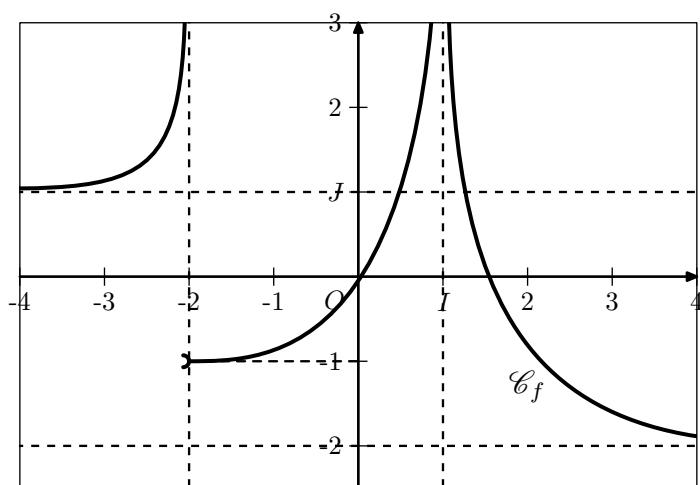
x	$f(x)$
1	0,4
0,1	0,34375
0,01	0,33343708...
0,001	0,33334444...
0,0001	0,33333444...
0,00001	0,33333334...

On peut conjecturer que “la limite de $f(x)$, lorsque x tend vers 0, a pour valeur $\frac{1}{3}$ ” et on note: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{3}$.

- ② À l’aide du programme précédent, conjecturer la valeur des limites suivantes :

a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x+2}$
 b $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x}{x}$
 c $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x^2}$

E.10327    Ci-dessous est représentée la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f définie sur l’intervalle $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$:



- ① Sur l’intervalle $]-\infty; -2[$, conjecturer les limites suivantes :
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$
- ② Sur l’intervalle $]-2; 1[$, conjecturer les limites suivantes :
- $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- ③ Sur l’intervalle $]1; +\infty[$, conjecturer les limites suivantes :
- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

E.2803    On considère trois fonctions f , g et h trois fonctions définies sur $\mathbb{R}_+^*$ par les relations :

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2+3} \quad ; \quad g(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x}} \quad ; \quad h(x) = \frac{2x^2+x}{5x}$$

- ① Vérifier l’exactitude des égalités suivantes :
- $f(0,01) = \frac{2,01}{3,00101}$; $g(0,0001) = \frac{-0,9998}{0,01}$; $h(0,01) = \frac{0,0102}{0,05}$
- ② On donne, ci-dessous, les tableaux de valeurs des fonctions f , g et h :

x	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
$f(x)$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2,1}{3,01}$	$\frac{2,01}{3,0001}$	$\frac{2,001}{3,00001}$	$\frac{2,0001}{3,000001}$

x	1	0,01	0,0001	0,000001
$g(x)$	1	$\frac{-0,98}{0,1}$	$\frac{-0,9998}{0,01}$	$\frac{-0,999998}{0,001}$

x	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
$h(x)$	$\frac{3}{5}$	$\frac{0,12}{0,5}$	$\frac{0,0102}{0,05}$	$\frac{0,001002}{0,005}$	$\frac{0,00010002}{0,0005}$

À l’aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous à l’aide des valeurs arrondies au dix-millième près :

x	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$
1			
0,1			
0,01			
0,001			
0,0001			
0,00001			
0,000001			

- ③ Conjecturer la valeur des trois limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} h(x)$$

E.2288    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2}; 0\}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{2x^2 + 3x}$$

- ① a Montrer que: $f(10^{-2}) = \frac{101}{302}$

b Montrer que: $f(10^{-2}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{906}$

- ② Pour tout entier naturel n ($n \in \mathbb{N}$) :

a Montrer que: $f(10^{-n}) = \frac{10^n + 1}{3 \times 10^n + 2}$

b Montrer que: $f(10^{-n}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{9 \times 10^n + 6}$

- ③ a À l’aide de la question ② b, compléter le tableau ci-dessous :

x	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001
$f(x)$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{96}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{906}$			

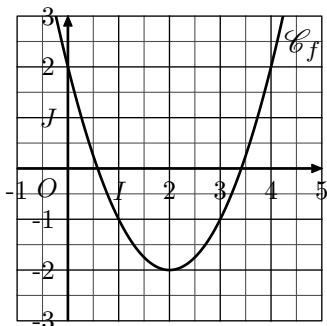
b En déduire la valeur de la limite: $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(10^{-n})$

7. Introduction au nombre dérivé

Dans un repère $(O; I; J)$, on considère la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = x^2 - 4x + 2$$

Au cours de cet exercice, nous allons déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point $A(1; -1)$.



- 1 a Établir l'égalité suivante :

$$\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = x - 3 \quad \text{pour tout } x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

- b En déduire le coefficient directeur de la corde à la courbe $\mathcal{C}_f$ passant par les points A et $B(2; -2)$. Vérifier graphiquement votre réponse.

- 2 On considère les deux fonctions u et v définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par les relations :

$$u(x) = \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \quad ; \quad v(x) = x - 3$$

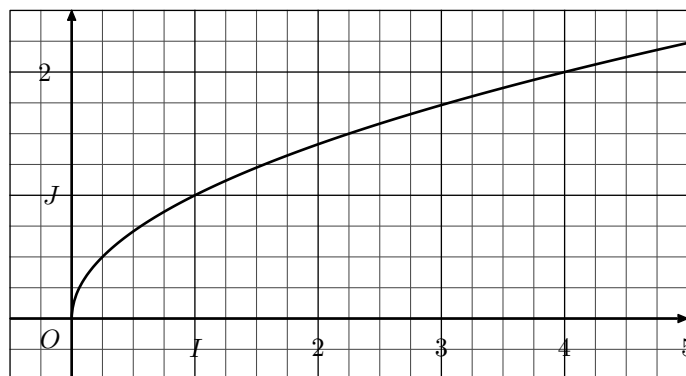
- a Voici deux tableaux de valeurs de u et de v :

x	1,1	1,01	1,001	1,000 1
$u(x)$	$\frac{-0,19}{0,1}$	$\frac{-0,0199}{0,01}$	$\frac{-0,001999}{0,001}$	$\frac{-0,00019999}{0,0001}$

x	1,1	1,01	1,001	1,000 1
$v(x)$	-1,9	-1,99	-1,999	-1,9999

Que peut-on dire de la valeur de $u(x)$ lorsque le nombre x se rapproche de la valeur 1 ?

- b Tracer dans le repère la droite (d) d'équation :
 $(d) : y = -2x + 1$



- 1 Tracer la corde $(\mathcal{D})$ de la courbe $\mathcal{C}$ passant par les points d'abscisse 2 et 4.

- 2 On considère la fonction u définie par : $u(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$

Justifier que le coefficient directeur de la corde $(\mathcal{D})$ est $u(2)$.

- 3 On considère la fonction v définie par : $v(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$

- a Établir l'égalité $u(x) = v(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

- b Les fonctions u et v sont-elles définies pour $x = 4$?

- 4 a Voici un tableau "presque" de valeurs pour chacune des fonctions u et v :

x	4,41	4,0401	4,004001	4,00040001
$u(x)$	$\frac{0,1}{0,41}$	$\frac{0,01}{0,0401}$	$\frac{0,001}{0,004001}$	$\frac{0,0001}{0,00040001}$
$v(x)$				

x	4,41	4,0401	4,004001	4,00040001
$v(x)$	$\frac{1}{4,1}$	$\frac{1}{4,01}$	$\frac{1}{4,001}$	$\frac{1}{4,0001}$
$u(x)$				

Compléter ces deux tableaux avec les valeurs décimales arrondis à 10^{-5} près.

- b Quelle valeur peut-on conjecturer pour la limite :

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{4}}{x - 4} ?$$

8. Calcul de nombre dérivé (version 1) : fonctions polynomiales

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un nombre appartenant à I . On dit que la fonction f est **dérivable en a** si la limite suivante existe :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x \neq a}} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Alors cette limite s'appelle le **nombre dérivé en a de la fonction f** et on le note $f'(a)$.

Le nombre dérivé de la fonction carrée en 3 :

- 1 Pour $x \neq 3$, établir l'égalité suivante : $\frac{x^2 - 3^2}{x - 3} = x + 3$

- 2 On considère f la fonction carrée :

- a À l'aide de la question 1, déterminer la valeur de la limite : $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$

- b Donner la valeur du nombre dérivée en 3 de la fonction carrée.

E.10325    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2 \cdot x^2 - x + 1$$

- 1 Établir l'identité ci-dessous, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$:

$$\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 2 \cdot x + 1$$

- 2 En déduire la valeur du nombre dérivée en 1 de la fonction f .

E.10598    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4 \cdot x^2 - 7 \cdot x + 3$$

- 1 Établir l'identité ci-dessous pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$:

$$\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 4x + 1$$

- 2 En déduire la valeur du nombre dérivé en 2 de la fonction f .

E.10347    On considère la fonction f définie

par :

$$f(x) = -3 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1$$

- 1 Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, on a :

$$\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -3x - 2$$

- 2 a En déduire la valeur de la limite : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

- b Donner le nombre dérivé de la fonction f en 2.

E.10606    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 3$$

- 1 Déterminer les réels a et b réalisant l'identité sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$:

$$\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = a \cdot x + b$$

- 2 En déduire la valeur du nombre dérivé $f'(1)$ de la fonction f en 1.

9. Calcul de nombre dérivé (version 1) : fonctions rationnelles

E.9553   

- 1 Pour $x \neq 3$, établir l'égalité suivante : $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{3}}{x - 3} = \frac{-1}{3x}$

- 2 On note f la fonction inverse.

- a Déterminer la limite : $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$

- b Donner la valeur de $f'(3)$.

E.10599    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{3}\}$:

$$f(x) = \frac{4}{3 \cdot x + 1}$$

- 1 Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{3}; 1\}$, établir l'identité :

$$\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \frac{-3}{3 \cdot x + 1}$$

- 2 a En déduire la limite : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

- b Donner la valeur du nombre dérivé $f'(1)$ de la fonction f en 1.

E.10589    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{3x - 6}$$

- 1 Établir l'égalité : $\frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \frac{-1}{3x - 6}$

- 2 a Déterminer la valeur de la limite :

- b En déduire la valeur nombre dérivée de la fonction f en 3.

E.10326    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$ par :

$$f(x) = \frac{x + 1}{2 \cdot x - 1}$$

- 1 Établir l'identité ci-dessous, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; -\frac{1}{2}\}$:

$$\frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} = \frac{3}{5 \cdot (2 \cdot x - 1)}$$

- 2 En déduire la valeur du nombre dérivée en -2 de la fonction f .

E.10600    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par :

$$f(x) = \frac{2 \cdot x - 1}{x + 1}$$

- 1 Établir l'identité pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$:

$$\frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} = -\frac{3}{x + 1}$$

- 2 a En déduire la valeur de la limite : $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)}$

- b Donner la valeur du nombre dérivé de la fonction f en -2 .

10. Calcul de nombre dérivé (version 1) : avec radicaux

E.9554   

- 1 Pour $x \neq 3$, établir l'identité : $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{3}}$

2 On note f la fonction racine carrée.

a En déduire la valeur de la limite: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$

b Donner la valeur de $f'(3)$.

E.10601    On considère la fonction f définie sur $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ par:
$$f(x) = \sqrt{2x + 1}$$

1 Établir l'identité pour tout $x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[\setminus \{4\}$:

$$\frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = \frac{2}{\sqrt{2x + 1} + 3}$$

2 a Déterminer la limite: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$

b Déterminer la valeur du nombre dérivé $f'(4)$ de la fonction f en 4.

11. Calcul de nombre dérivé (version 2): fonctions polynomiales

E.2822   

Définition: Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un nombre appartenant à I . On dit que la fonction f est **dérivable en a** si la limite suivante existe:

$$\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h \neq 0}} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Alors cette limite s'appelle le **nombre dérivé en a de la fonction f** et on le note $f'(a)$.

On considère la fonction f définie par:

$$f: x \mapsto 3x^2 - 2x$$

1 Pour tout $h \in \mathbb{R}$, établir l'identité:

$$f(2+h) = 3h^2 + 10h + 8$$

2 a Établir que: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 10$

b Donner la valeur de $f'(2)$.

E.9605    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = x^2 - 3x + 1$$

1 Soit h un nombre réel non-nul. Montrer que:

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = h + 1.$$

2 En déduire la valeur de $f'(2)$

E.10608    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = -3x^2 + 4x - 2$$

1 a Établir l'identité ci-dessous:

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -3h - 2$$

b Donner la valeur du nombre dérivé de la fonction f en 1.

2 On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère.

Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

E.10602    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

1 Pour tout $h \in \mathbb{R}^*$, simplifier l'expression:

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

2 En déduire le nombre dérivé $f'(1)$ de la fonction f en 1.

E.9555    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = x^2 + 3x + 1$$

Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en -1 .

12. Calcul de nombre dérivé (version 2): fonctions rationnelles

E.10591    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par:

$$f(x) = \frac{6}{x + 2}$$

1 Établir que, pour tout h tel que $1+h \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, on a:

$$f(1+h) - f(1) = \frac{-2h}{h + 3}$$

2 Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en 1.

E.10590    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par:

$$f(x) = \frac{-3}{x + 1}$$

Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en 1.

E.8488    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par:

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x + 2}$$

Déterminer le nombre dérivé de la fonction f pour $x = 1$.

E.10603    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{2}\right\}$ par:

$$f(x) = \frac{2x + 1}{2x - 5}$$

1 Pour tout $h \in \mathbb{R}^* \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$, donner la forme simplifiée de l'expression: $\frac{f(3+h) - f(3)}{h}$

2 En déduire le nombre dérivé $f'(3)$ de la fonction f en 3.

13. Calcul de nombre dérivé (version 2): avec radicaux

E.9556    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$f(x) = x \cdot \sqrt{x}$$

Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en 4.

14. Calcul de nombres dérivées et coefficient directeur des tangentes

E.2810   

Proposition: (admis) Soit f une fonction définie sur un intervalle I et dérivable en $a \in I$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère.

La courbe $\mathcal{C}_f$ admet une tangente au point d'abscisse a et cette tangente a pour coefficient directeur le nombre $f'(a)$.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

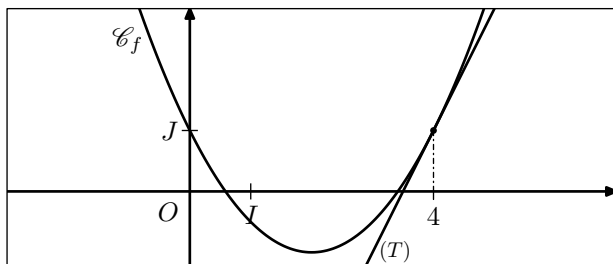
$$f: x \mapsto \frac{1}{2} \cdot x^2 - 2 \cdot x + 1$$

- 1 a Montrer que, pour tout $h \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(4+h) - f(4) = \frac{1}{2} \cdot h^2 + 2 \cdot h$$

- b Déterminer la valeur de la limite: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$

- 2 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, sont tracées la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f et la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 4 :

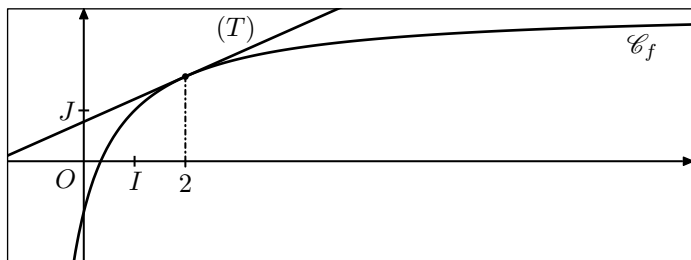


Donner le coefficient directeur de la tangente (T) .

E.9557    On considère la fonction f définie sur $] -1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3 \cdot x - 1}{x + 1}$$

Dans le plan muni du repère $(O; I; J)$ orthonormé, sont représentées la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f et la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.



- 1 Pour tout $h \in [-1; 1]$, établir l'identité :

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{4}{3 \cdot (h+3)}$$

- 2 Déterminer le coefficient directeur de la tangente (T) .

E.9606    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par :

$$f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

- 1 Établir que pour tout entier h tel que $h+1 \neq 0$, on a :

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -\frac{1}{h+2}$$

- 2 En déduit le nombre dérivé de la fonction f en 1.

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère.

- 3 Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

E.2350    On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{6x+1}{x^2-x+2}$$

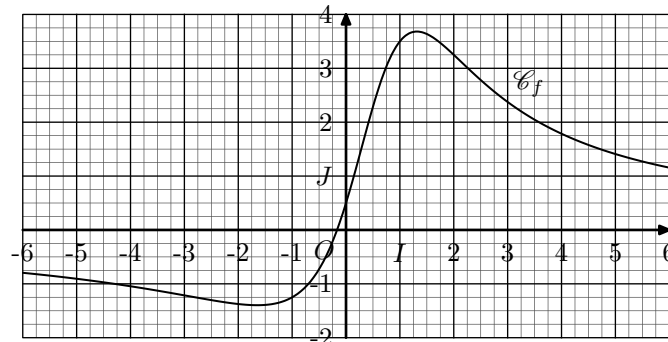
- 1 Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

- 2 a Établir l'égalité suivante :

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{-7h+5}{2(h^2+h+2)}$$

- b En déduire la valeur du nombre dérivée de la fonction f en 1.

- 3 Dans le plan muni du repère $(O; I; J)$, est donnée la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f :



En justifiant votre démarche, tracer la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

15. Equation réduite de la tangente

E.9558   

Proposition : soit f une fonction définie sur un intervalle I et dérivable en $a \in I$.

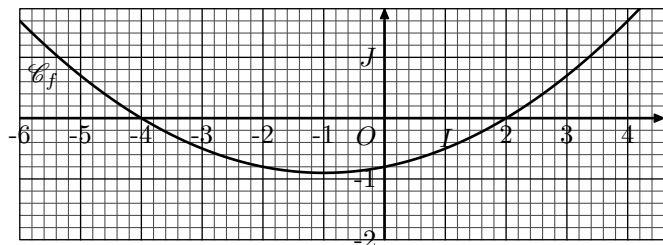
La tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a a pour équation réduite :

$$y = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$$

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 0,1 \cdot x^2 + 0,2 \cdot x - 0,8$$

On donne la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-dessous :

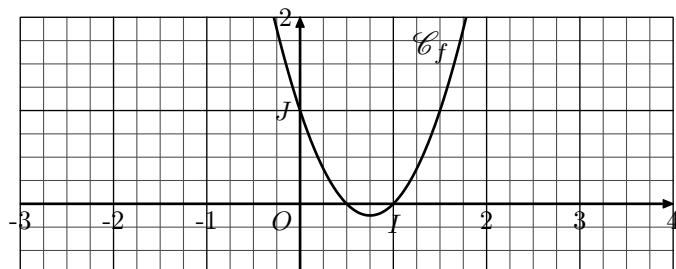


- 1 a Pour tout $h \in \mathbb{R}$, établir l'identité :
$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 0,1 \cdot h + 0,6$$
- b En déduire le nombre dérivé de la fonction f en 2.
- 2 a Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.
- b Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous.

E.9607    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 1$$

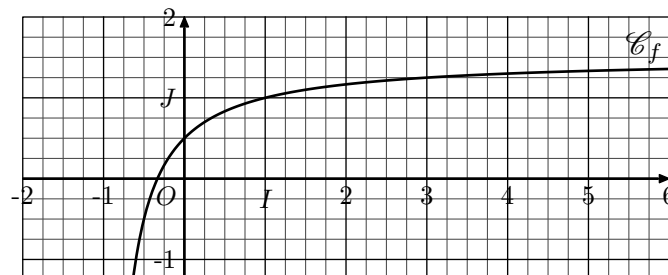
On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous



- 1 Établir que : $f'(1) = 1$
- 2 Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

E.9559    On considère la fonction f définie sur l'intervalle $] -1; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{3 \cdot x + 1}{2 \cdot x + 2}$

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ muni d'un repère orthonormé, est donnée la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f .



- 1 Démontrer que : $f'(1) = \frac{1}{4}$
- 2 a Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.
- b Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous.

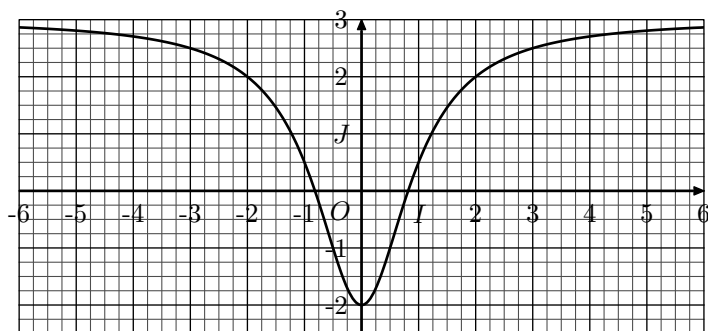
E.10604    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par :

$$f(x) = \frac{3}{x + 2}$$

- 1 a Pour toute valeur de $h \in \mathbb{R} \setminus \{0; -3\}$, déterminer la simplification de l'expression :
$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$
- b En déduire la valeur du nombre dérivé $f'(1)$ de la fonction f en 1.
- 2 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f . Déterminer l'équation réduite (T) de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

E.2843 🔑 🍷 📖 + Soit f la fonction dont l'image d'un nombre réel x est définie par la relation : $f(x) = \frac{3 \cdot x^2 - 2}{x^2 + 1}$

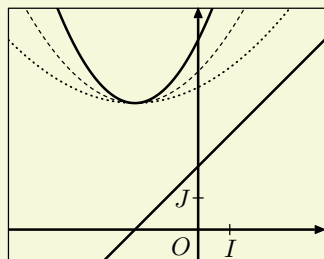
- 1 a Pour tout nombre réel h non-nul, établir l'égalité :
$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{5 \cdot h + 10}{2 \cdot h^2 + 4 \cdot h + 4}$$
- b En déduire la valeur du nombre dérivée $f'(1)$ de la fonction f en 1.
- 2 On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ et on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f .



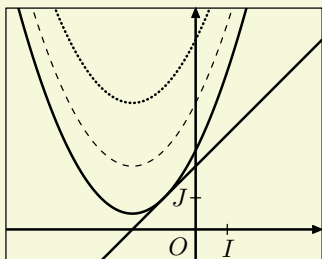
- a Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.
- b Tracer la tangente (T) dans le repère.
- 3 Déterminer les coordonnées des différents points d'intersection de (T) et de $\mathcal{C}_f$.

E.9612 🔑 🍷 📖

Remarque : en choisissant, une droite dans le plan, il est toujours possible d'ajuster les coefficients d'un polynôme du second degré pour que cette droite soit une tangente en -1 à la courbe de la fonction :



Ajustement de la valeur a



Ajustement de la valeur b

16. Tangente et position relative

E.2961 🔑 🍷 📖 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

$$f(x) = 2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - x + 1$$

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f . On note (T) la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

- 1 a Pour tout nombre réel h non-nul, établir l'identité :
$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 2 \cdot h^2 + 3 \cdot h - 1$$

On considère la fonction f du second degré définie par :

$$f(x) = a \cdot x^2 + 2 \cdot x + b \quad \text{où } a, b \in \mathbb{R}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f . La droite (T) d'équation réduite $y = x + 2$ est la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -1 .

- 1 Pour tout $h \in \mathbb{R}^*$, établir l'identité :
$$\frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = a \cdot h - 2 \cdot a + 2$$
- 2 En déduire l'expression de la fonction f .

E.10607 🔑 🍷 📖 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par :

$$f(x) = \frac{2 \cdot x + 3}{x + 1}$$

- 1 a Déterminer les réels a et b réalisant l'identité :
$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{-1}{a \cdot h + b}$$
- b Établir que : $f'(1) = -\frac{1}{4}$
- 2 On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

E.10609 🔑 🍷 📖 On munit le plan d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ et on considère :

- la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{a}{x + b} \quad \text{où } a, b \in \mathbb{R}$$

et on note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

- la droite (T) représentative de la fonction g définie par :

$$g(x) = -4x + 4$$

Déterminer les valeurs de a et b pour que la droite (T) soit la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

E.2961 🔑 🍷 📖 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

$$f(x) = 2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - x + 1$$

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f . On note (T) la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

- 1 a Pour tout nombre réel h non-nul, établir l'identité :
$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 2 \cdot h^2 + 3 \cdot h - 1$$

- b Quel est le coefficient directeur de la tangente (T) ? Justifier votre démarche.

- 2 Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$.

- 3 a Déterminer la valeur des réels a , b et c réalisant l'identité :

$$f(x) + x = (x - 1) \cdot (a \cdot x^2 + b \cdot x + c)$$

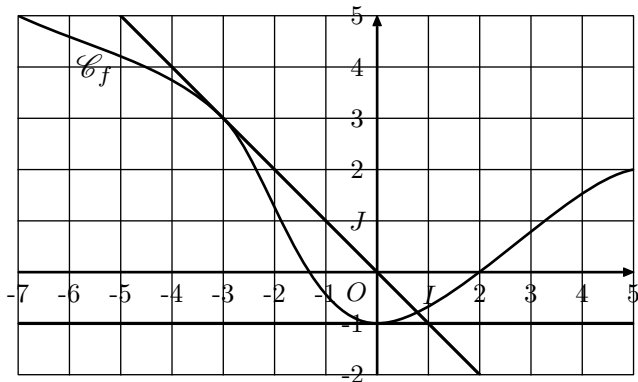
- b En déduire les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ avec la tangente (T) .

17. Nombre dérivée : lecture graphique

E.7714



La représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses -3 et 0 .



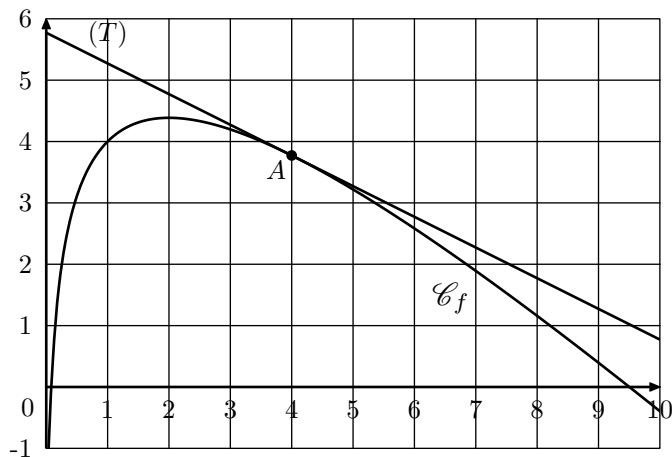
Parmi les quatre réponses ci-dessous, laquelle est correcte :

- (a) Le nombre dérivé de f en 0 vaut -1 ;
- (b) Le nombre dérivé de f en -1 vaut 0 ;
- (c) Le nombre dérivé de f en -3 vaut -1 ;
- (d) Le nombre dérivé de f en -3 vaut 3 .

E.7713



On considère une fonction f définie pour tout réel x strictement positif et dont la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f , ainsi que T , la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 4 sont représentées ci-dessous :



Parmi les quatre propositions ci-dessous, laquelle est exacte?

Sur l'intervalle $]0; 10]$, le nombre dérivé de la fonction f prend la valeur 0 :

- (a) Aucune fois
- (b) Une fois
- (c) Deux fois
- (d) Plus de deux fois

E.7715



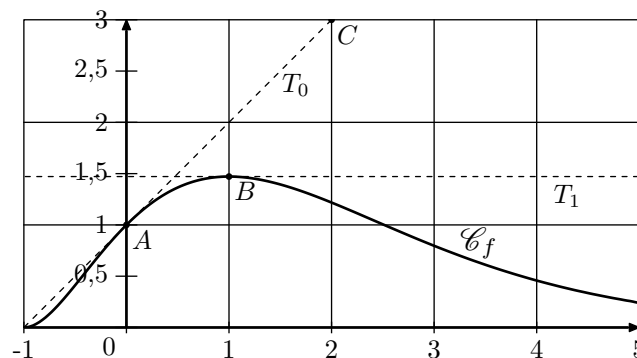
Indication : dans ce questionnaire à choix multiples, aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte. Une bonne réponse rapporte $0,75$ point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point. Noter sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Dans un repère orthonormé du plan, on donne la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1; 5]$.

On note f' la fonction dérivée de f .

La courbe $\mathcal{C}_f$ passe par le point $A(0; 1)$ et par le point B d'abscisse 1 .

La tangente T_0 à la courbe au point A passe par le point $C(2; 3)$ et la tangente T_1 au point B est parallèle à l'axe des abscisses.



- 1 La valeur exacte du nombre dérivé de la fonction f en 1 est :
 - (a) 0
 - (b) 1
 - (c) $1,6$
 - (d) autre réponse
- 2 La valeur exacte du nombre dérivé de la fonction f en 0 est :
 - (a) 0
 - (b) 1
 - (c) $1,6$
 - (d) autre réponse
- 3 La valeur exacte de $f(1)$ est :
 - (a) 0
 - (b) 1
 - (c) $1,6$
 - (d) autre réponse

E.4772



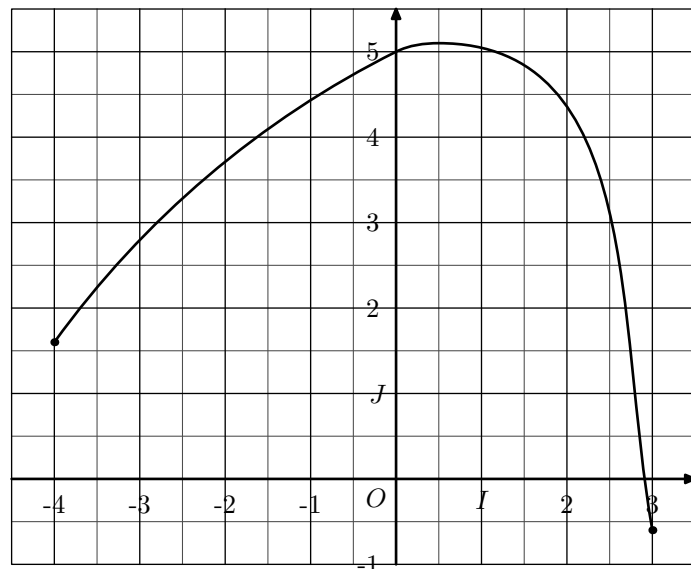
On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-4; 3]$, et l'on note f' la fonction dérivée de f .

La courbe représentative de f est la courbe Γ donnée ci-dessous.

On admet que la courbe Γ possède les propriétés suivantes :

- La courbe Γ passe par le point $A(0; 5)$;
- La tangente en A à la courbe Γ passe par le point $B(-2; 4)$;
- La courbe Γ admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse $0,5$.

En outre, la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[-4; 0,5]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[0,5; 3]$.



- 1 Placer les points A et B et tracer la tangente en A à la courbe Γ .
- 2 Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x)=3$, et donner pour chaque solution un encadrement par deux entiers consécutifs.
- 3
 - a Donner le nombre dérivé de la fonction f en 0 (aucune justification n'est demandée).
 - b Sur son ensemble de définition, combien de fois le nombre dérivé de la fonction f vaut 0 . Justifier votre réponse.
 - c Sur quel intervalle le plus grand, le nombre dérivé de la fonction f est strictement négatif.

18. Nombres dérivés et racines carrées

E.8386



On considère la fonction g définie par la relation :

$$g: x \mapsto \sqrt{3 \cdot x + 1}$$

Montrer que : $g'(1) = \frac{3}{4}$

Rappel : $g'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+h) - g(1)}{h}$

E.2309



On considère la fonction f définie sur $[-\frac{1}{2}; +\infty[$ par la relation : $f(x) = \sqrt{2 \cdot x + 1}$

- 1
 - a Établir l'égalité suivante : $\frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot h + 9} + 3}$
 - b En déduire la valeur du nombre dérivé de la fonction f en 4 .

Rappel : $f'(4) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$

- 2
 - a Donner les coordonnées du point A de la courbe $\mathcal{C}_f$ ayant pour abscisse 4 .
 - b Déterminer l'équation réduite de la tangente (d) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 4 .

E.2836



On considère la fonction f dont l'image de x est définie par :

$$f(x) = \sqrt{5 - 2 \cdot x}$$

- 1 Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2
 - a Pour tout nombre réel h vérifiant : $h \neq 0$; $-2+h \in \mathcal{D}_f$
Établir l'égalité : $\frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = \frac{-2}{\sqrt{9 - 2 \cdot h} + 3}$
 - b En déduire la valeur du nombre dérivé de la fonction f en -2 .
- 3 On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -2 .

E.6044



On considère la fonction f définie sur $[-\frac{5}{2}; +\infty[$ par la relation : $f(x) = \sqrt{2 \cdot x + 5}$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O; I; J)$ orthonormé.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2 .

E.2837 🔑 📐 📏

1 Soit f la fonction définie par la relation :

$$f : x \mapsto \sqrt{-2x^2 + x + 1}$$

- a Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
b Déterminer la valeur de la limite suivante :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{1}{2}+h\right) - f\left(\frac{1}{2}\right)}{h}$$

- c En déduire l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.

2 Soit g la fonction définie par la relation :

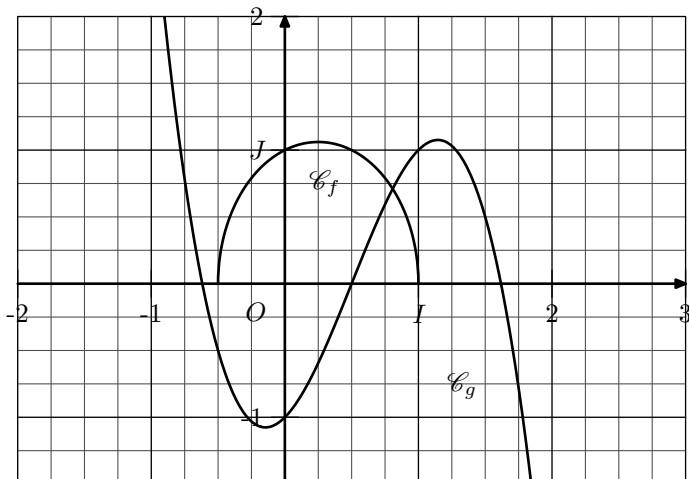
$$g : x \mapsto -2x^3 + 3x^2 + x - 1$$

- a Déterminer la valeur de la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(1+h) - g(1)}{h}$$

- b En déduire l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 1.

3 La représentation des courbes représentatives de ces deux fonctions est donnée ci-dessous :



Tracer les deux tangentes obtenues précédemment dans le repère ci-dessus.

E.2669 🔑 📐 📏 On considère la fonction f dont l'image de x est donnée par la relation :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 1}$$

1 Établir l'égalité suivante :

$$\frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \frac{h+3}{\sqrt{h^2 + 3h + 1} + 1}$$

2 a En déduire la valeur de la limite suivante :

$$f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

- b Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 3.

E.5177 🔑 📐 📏 On considère la fonction f dont l'image de x , pour $x \in [1; +\infty[$, est définie par la relation :

$$f(x) = (x^2 - 4x + 3)\sqrt{2x - 2}$$

1 Donner une forme simplifiée de : $\frac{f(1+h)}{h}$ pour $h > 0$.

2 En déduire le nombre dérivé de la fonction f en 1.

19. Exercices non-classés

E.10612 📐 📏 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -3x^2 + 10x - 1$$

1 a Déterminer la valeur de a et b réalisant l'identité suivante pour tout $h \in \mathbb{R}^*$:

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = a \cdot x + b$$

- b En déduire la valeur du nombre dérivé de la fonction f en 2.

2 On considère le plan muni d'un repère orthonormé. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et (T) la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) .

E.10613 📐 📏 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{x}{3x - 1}$$

1 a Déterminer la valeur de a et b réalisant l'identité suivante pour tout $h \in \mathbb{R}^*$:

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{-1}{a \cdot x + b}$$

- b En déduire la valeur du nombre dérivé de la fonction f en 1.

2 On considère le plan muni d'un repère orthonormé. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et (T) la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) .

E.10614



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2-x}$$

- ① Soit a et h tels que : $a \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $h \in \mathbb{R}^*$; $a+h \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Établir l'identité :
$$f(a+h) - f(a) = \frac{h}{(2-a)(2-h-a)}$$

- ② On munit le plan d'un repère et on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f .
Déterminer les équations réduites des deux tangentes (T) et (T') à la courbe $\mathcal{C}_f$ ayant pour ordonnée à l'origine la valeur -4 .

E.10615



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3$$

- ① Soit a et h tels que $h \in \mathbb{R}^*$, établir l'identité :

$$f(a+h) - f(a) = h \cdot (h^2 + 3 \cdot a \cdot h + 3 \cdot a^2)$$

- ② On munit le plan d'un repère et on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f .

Déterminer l'équation réduite de l'unique tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ ayant 2 pour ordonnée à l'origine.

E.2925



On considère la fonction f , définie sur $\left[-\frac{1}{5}; +\infty\right]$, dont l'image d'un nombre réel x est donnée par la relation :

$$f(x) = \sqrt{5 \cdot x + 1}$$

- ① Pour $x \in \mathcal{D}_f$ et $h \in \mathbb{R}$ tel que $h \neq 0$ et $(x+h) \in \mathcal{D}_f$, établir l'égalité suivante :

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{5}{\sqrt{5 \cdot x + 5 \cdot h + 1} + \sqrt{5 \cdot x + 1}}$$

- ② En déduire l'expression de la fonction dérivée de la fonction f .