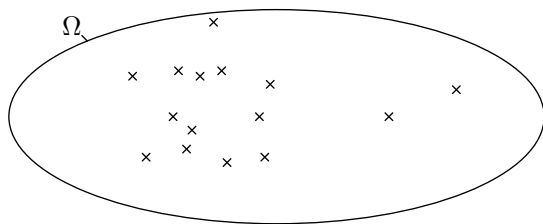
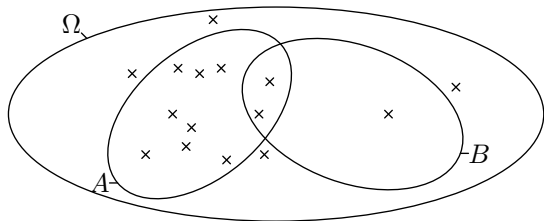


1. Définition

E.10582 On considère l'expérience aléatoire d'univers Ω représenté ci-dessous et muni de la loi d'équiprobabilité :



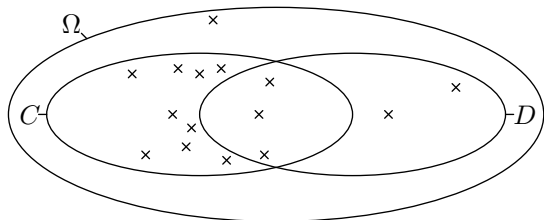
1 On considère les deux événements A et B représentés ci-dessous :



Déterminer les probabilités suivantes :

a) $\mathcal{P}_A(B)$ b) $\mathcal{P}(B)$

2 On considère les deux événements C et D représentés ci-dessous :



Déterminer les probabilités suivantes :

a) $\mathcal{P}_C(D)$ b) $\mathcal{P}(D)$

Définition : soit A et B deux événements. Les événements A et B sont dits indépendants $\mathcal{P}_A(B) = \mathcal{P}(B)$.

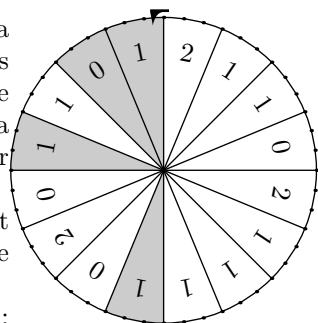
3 Les couples $(A; B)$ et $(C; D)$ sont-ils des couples d'événements indépendants.

E.5834

Un jeu consiste à faire tourner la roue ci-contre une première fois et de noter la couleur de la case obtenue, puis de faire tourner la roue une seconde fois et de noter le nombre obtenu.

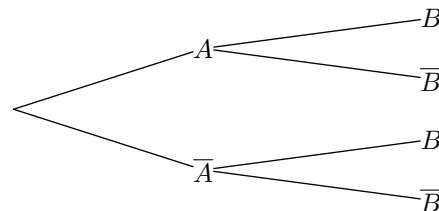
Les deux lancers de la roue sont évidemment indépendants entre eux.

On considère les deux événements :



- A : "la case obtenue est grise lors du premier tirage" ;
- B : "la case obtenue porte le numéro 0 lors du second tirage".

- 1 a) Déterminez les probabilités : $\mathcal{P}(B)$; $\mathcal{P}_A(B)$
b) Les événements A et B sont-ils indépendants?
- 2 Compléter l'arbre de probabilité :



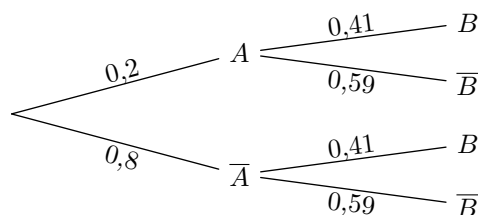
E.3733 Dans une classe de 30 élèves sont formés un club dessin et un club théâtre. Le club dessin est composé de 10 membres, le club théâtre de 6 membres. Il y a deux élèves qui sont membres des deux clubs à la fois.

On interroge un élève de la classe pris au hasard.
On appelle :

- D l'évènement : "L'élève fait partie du club dessin" ;
- T l'évènement : "L'élève fait partie du club théâtre".

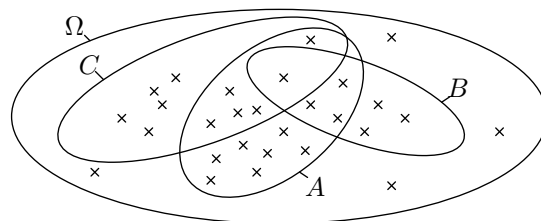
Montrer que les événements D et T sont indépendants.

E.8321 Dans une expérience aléatoire, on considère deux événements A et B permettant de construire l'arbre de probabilité :



- 1 Déterminer la probabilité de l'évènement B .
- 2 Établir que les événements A et B sont indépendants.

E.10583 On considère l'expérience aléatoire d'univers Ω représenté ci-dessous et muni de la loi d'équiprobabilité :



Sont également représentés les événements A , B et C .

Parmi les deux couples d'événements $(A; B)$ et $(A; C)$, lequel(s) est un couple d'événements indépendants?

2. Propriétés

Définition : soit A et B deux événements. Les événements A et B sont **indépendants** si, et seulement si :

$$\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B).$$

Dans un espace probabilisé $(\Omega; \mathcal{P})$, on considère les deux événements A et B tels que :

$$\mathcal{P}(A) = 0,2 \quad ; \quad \mathcal{P}(B) = 0,25 \quad ; \quad \mathcal{P}(A \cup B) = 0,4$$

- ① Déterminer la probabilité $\mathcal{P}(A \cap B)$.
- ② Justifier que les événements A et B sont indépendants.

E.136     Un jardinier a à sa disposition un sac rempli de 1000 bulbes de tulipes. Parmi ceux-ci :

- 60 % sont des bulbes de tulipe jaune ;
- 25 % sont des bulbes de tulipe rouge ;
- le reste est constitué de bulbes de tulipe noire.

Par ailleurs :

- 28 % de la totalité de ces bulbes ne fleuriront pas ;
- 80 % des bulbes de tulipe jaune fleuriront ;
- 60 bulbes de tulipe noire ne fleuriront pas.

Partie A

Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

	Nombre de bulbes de tulipe jaune	Nombre de bulbes de tulipe rouge	Nombre de bulbes de tulipe noire	Total
Nombre de bulbes de tulipe qui fleuriront				
Nombre de bulbes de tulipe qui ne fleuriront pas				
Total				1 000

Partie B

Le jardinier tire dans son sac un bulbe au hasard. On note :

- F l'événement : "Le bulbe fleurira" ;
- J : "Le bulbe est celui d'une tulipe jaune" ;
- R : "Le bulbe est celui d'une tulipe rouge" ;
- N : "Le bulbe est celui d'une tulipe noire" .

- ① Déterminer les probabilités des événements suivants : $J \cap F$, J , F , $J \cup F$.
- ② Les événements J et F sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

E.3734     On dispose d'un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On désigne par p_k la probabilité d'obtenir, lors d'un lancer la face numérotée k (k est un entier et $1 \leq k \leq 6$).

Ce dé a été pipé de telle sorte que :

- les six faces ne sont pas équiprobables ;
- les nombres $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6$, dans cet ordre, sont six

termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison r ;

- les nombres p_1, p_2, p_4 dans cet ordre, sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique.

- ① Démontrer que :
$$p_k = \frac{k}{21} \quad \text{pour tout entier } k \text{ tel que } 1 \leq k \leq 6.$$
- ② On lance ce dé une fois et on considère les événements suivants :
 - A : "le nombre obtenu est pair" ;
 - B : "le nombre obtenu est supérieur ou égal à 3" ;
 - C : "le nombre obtenu est 3 ou 4".
 - a) Calculer la probabilité de chacun de ces événements.
 - b) Calculer la probabilité que le nombre obtenu soit supérieur ou égal à 3 sachant qu'il est pair.
 - c) Les événements A et B sont-ils indépendants ? Les événements A et C sont-ils indépendants ?

E.10578    Au cours de la fabrication d'une paire de lunettes, la paire de verres doit subir deux traitements notés T_1 et T_2 .

On prélève au hasard une paire de verres dans la production.

On désigne par A l'événement : "la paire de verres présente un défaut pour le traitement T_1 ".

On désigne par B l'événement : "la paire de verres présente un défaut pour le traitement T_2 ".

On note respectivement $\bar{A}$ et $\bar{B}$ les événements contraires de A et B .

Une étude a montré que :

- la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T_1 , notée $\mathcal{P}(A)$, est égale à 0,1.
- la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T_2 , notée $\mathcal{P}(B)$, est égale à 0,2.
- la probabilité qu'une paire de verres ne présente aucun des deux défauts est 0,75.

- ① Recopier et compléter le tableau suivant avec les probabilités correspondantes.

	A	$\bar{A}$	Total
B			
$\bar{B}$			
Total			1

- ② a) Déterminer, en justifiant la réponse, la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour au moins un des deux traitements T_1 ou T_2 .
- b) Donner la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente deux défauts, un pour chaque traitement T_1 et T_2 .
- c) Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

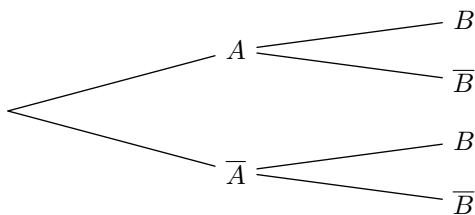
3. Arbres de probabilité

E.10585



On considère un espace $(\Omega; \mathcal{P})$ probabilisé et deux événements A et B indépendants. On a les informations suivantes : $\mathcal{P}(A) = 0,6$; $\mathcal{P}(B) = 0,7$

- 1 Compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



- 2 Déterminer les probabilités suivantes :

$$\mathcal{P}(A \cap \bar{B}) ; \mathcal{P}(A \cup \bar{B})$$

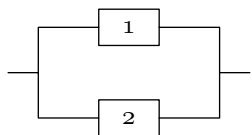
E.6764



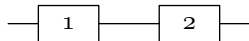
Un circuit électronique est composé de deux composants identiques numérotés 1 et 2. On note D_1 l'événement "le composant 1 est défaillant avant un an" et on note D_2 l'événement "le composant 2 est défaillant avant un an".

On suppose que les deux événements D_1 et D_2 sont indépendants et que : $\mathcal{P}(D_1) = \mathcal{P}(D_2) = 0,39$

Deux montages possibles sont envisagés, présentés ci-dessous :



Circuit en parallèle A



Circuit en série B

4. Probabilité de l'union

E.4174



Une usine produit des sacs. Chaque sac fabriqué peut présenter deux défauts : le défaut a et le défaut b . Un sac est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts :

Les probabilités demandées seront données avec leurs valeurs décimales exactes.

On prélève un sac au hasard dans la production d'une journée.

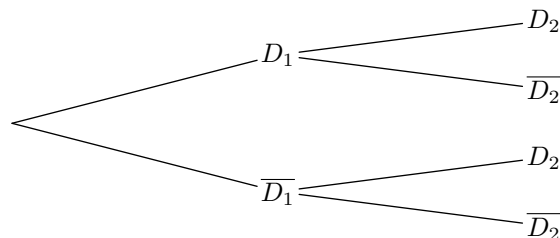
On note A l'événement "le sac présente le défaut a " et B l'événement "le sac présente le défaut b ". Les probabilités des événements A et B sont respectivement :

$$\mathcal{P}(A) = 0,02 ; \mathcal{P}(B) = 0,01 ;$$

On suppose que ces deux événements sont indépendants.

- 1 Calculer la probabilité de l'événement :
 C : "le sac prélevé présente le défaut a et le défaut b "
- 2 Calculer la probabilité de l'événement :
 D : "le sac est défectueux"
- 3 Calculer la probabilité de l'événement :
 E : "le sac ne présente aucun défaut"
- 4 Sachant que le sac présente le défaut a , quelle est la prob-

- 1 Compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



- 2 a Lorsque les deux composants sont montés "en parallèle", le circuit A est défaillant uniquement si les deux composants sont défaillants en même temps. Calculer la probabilité que le circuit A soit défaillant avant un an.
- b Lorsque les deux composants sont montés "en série", le circuit B est défaillant dès que l'un au moins des deux composants est défaillant. Calculer la probabilité que le circuit B soit défaillant avant un an.

abilité qu'il présente aussi le défaut b ?

E.3739



Une usine d'horlogerie fabrique une série de montres.

Au cours de la fabrication peuvent apparaître deux types de défauts, désignés par a et b .

2 % des montres fabriquées présentent le défaut a et 10 % le défaut b .

Une montre est tirée au hasard dans la production. On définit les événements suivants :

- A : "La montre tirée présente le défaut a " ;
- B : "La montre tirée présente le défaut b " ;
- C : "La montre tirée ne présente aucun des deux défauts" ;
- D : "La montre tirée présente un et un seul des deux défauts".

On suppose que les événements A et B sont indépendants.

- 1 Montrer que la probabilité de l'événement C est égale à 0,882.
- 2 Calculer la probabilité de l'événement D .

5. Manipulation algébrique

E.4322     Soient A et B deux événements indépendants d'un même univers Ω tels que :

$$\mathcal{P}(A) = 0,3 \quad ; \quad \mathcal{P}(A \cup B) = 0,35.$$

Déterminer la probabilité de l'événement B .

E.4169     On désigne par A et B deux événements indépendants d'un univers muni d'une loi de probabilité $\mathcal{P}$.

On sait que : $\mathcal{P}(A \cup B) = \frac{4}{5} \quad ; \quad \mathcal{P}(\bar{A}) = \frac{3}{5}$

Déterminer la probabilité de l'événement B .

E.5506    On considère un espace probabilisé $(\Omega; \mathcal{P})$.

Soit A et B deux événements indépendants. Montrer que les événements $\bar{A}$ et B sont également indépendants.

E.4150     Soient A , B et C trois événements d'un même univers Ω muni d'une probabilité $\mathcal{P}$. On sait que :

• A et B sont indépendants ;

• $\mathcal{P}(A) = \frac{2}{5} \quad ; \quad \mathcal{P}(A \cup B) = \frac{3}{4}$

• $\mathcal{P}(C) = \frac{1}{2} \quad ; \quad \mathcal{P}(A \cap C) = \frac{1}{10}$

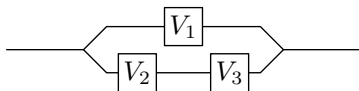
Sans justification, indiquer si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse.

• **Proposition 1 :** $\mathcal{P}(B) = \frac{7}{12}$

• **Proposition 2 :** $\mathcal{P}(\overline{A \cup C}) = \frac{2}{5}$
où $\overline{A \cup C}$ désigne l'événement contraire de $A \cup C$.

6. Arbre non-symétrique

E.9447     Avec trois vannes identiques V_1 , V_2 et V_3 , on fabrique le circuit hydraulique ci-contre. Le circuit est en état de marche si V_1 est en état de marche ou si V_2 et V_3 le sont simultanément.

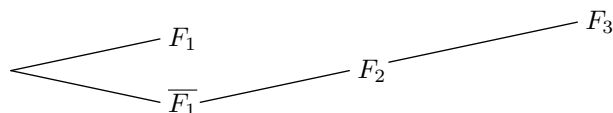


On assimile à une expérience aléatoire le fait que chaque vanne est ou n'est pas en état de marche après 6 000 heures. On note :

- F_1 l'événement : "la vanne V_1 est en état de marche après 6 000 heures".
- F_2 l'événement : "la vanne V_2 est en état de marche après 6 000 heures".
- F_3 l'événement : "la vanne V_3 est en état de marche après 6 000 heures".
- E l'événement : "le circuit est en état de marche après 6 000 heures".

On admet que les événements F_1 , F_2 et F_3 sont deux à deux indépendants et ont chacun une probabilité égale à 0,3.

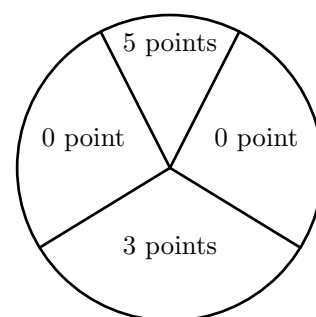
- ① L'arbre probabiliste ci-contre représente une partie de la situation. Reproduire cet arbre et placer les probabilités sur les branches.



- ② Démontrer que : $\mathcal{P}(E) = 0,363$.
- ③ Sachant que le circuit est en état de marche après 6 000 heures, calculer la probabilité que la vanne V_1 soit en état de marche à ce moment-là. Arrondir au millième.

E.4256    

Un jeu consiste à lancer des fléchettes sur une cible. La cible est partagée en quatre secteurs, comme indiqué sur figure ci-dessous :



On suppose que les lancers sont indépendants et que le joueur touche la cible à tous les coups.

Le joueur lance une fléchette. On note :

- p_0 la probabilité d'obtenir 0 point ;
- p_3 la probabilité d'obtenir 3 points ;
- p_5 la probabilité d'obtenir 5 points.

On a les probabilités suivantes :

$$p_0 = \frac{1}{2} \quad ; \quad p_3 = \frac{1}{3} \quad ; \quad p_5 = \frac{1}{6}$$

Une partie de ce jeu consiste à lancer trois fléchettes au maximum. Le joueur gagne la partie s'il obtient un total (pour les trois lancers) supérieur ou égal à 8 points. Si au bout de 2 lancers, il a un total supérieur ou égal à 8 points, il ne lance pas la troisième fléchette.

On note les événements :

- G_2 : "le joueur gagne la partie en 2 lancers" ;
- G_3 : "le joueur gagne la partie en 3 lancers" ;
- P : "le joueur perd la partie".

On note $\mathcal{P}(A)$ la probabilité d'un événement A .

- ① Montrer, en utilisant un arbre pondéré que :
- $$\mathcal{P}(G_2) = \frac{5}{36}$$

On admettra dans la suite que : $\mathcal{P}(G_3) = \frac{7}{36}$

- ② En déduire $\mathcal{P}(P)$

7. Avec un peu d'algèbre

E.5527     On désigne par x un réel appartenant à l'intervalle $[0; 80]$.

Une urne contient 100 petits cubes en bois dont 60 sont bleus et les autres rouges. Parmi les cubes bleus, 40 % ont leurs faces marquées d'un cercle, 20 % ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.

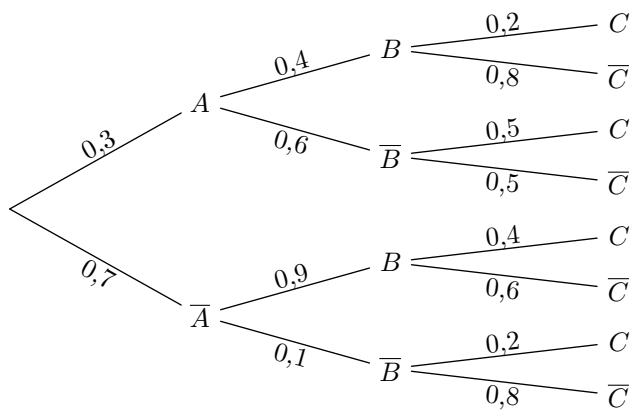
Parmi les cubes rouges, 20 % ont leurs faces marquées d'un cercle, x % ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.

On tire au hasard un cube de l'urne.

- 1 Démontrer que la probabilité que soit tiré un cube marqué d'un losange est égale à $0,12 + 0,004x$.
- 2 Déterminer x pour que la probabilité de tirer un cube marqué d'un losange soit égale à celle de tirer un cube marqué d'une étoile.
- 3 Déterminer x pour que les événements "tirer un cube bleu" et "tirer un cube marqué d'un losange" soient indépendants.
- 4 On suppose dans cette question que $x = 50$. Calculer la probabilité que soit tiré un cube bleu sachant qu'il est marqué d'un losange.

8. Avec plusieurs évènements

E.8325    On considère une expérience aléatoire et trois de ses événements A , B et C donnant l'arbre de probabilités ci-dessous :



- 1 Déterminer la probabilité de l'événement C .
- 2 Établir que les événements A et C sont indépendants?

E.3738     On considère trois urnes qui contiennent chacune des boules noires et rouges.

Une expérience consiste à tirer au hasard une boule de chaque

E.10586   Une urne contient des boules de couleurs bleues et des boules de couleurs rouges. Certaines de ces boules portent une étoile. Voici le tableau des effectifs de cette urne :

	porte une étoile	ne porte pas une étoile
Boule bleue	5	6
Boule rouge	7	8

On considère l'expérience aléatoire consistant à choisir au hasard une boule dans cette urne et de noter sa couleur et la présence ou non d'une étoile.

On considère les deux événements :

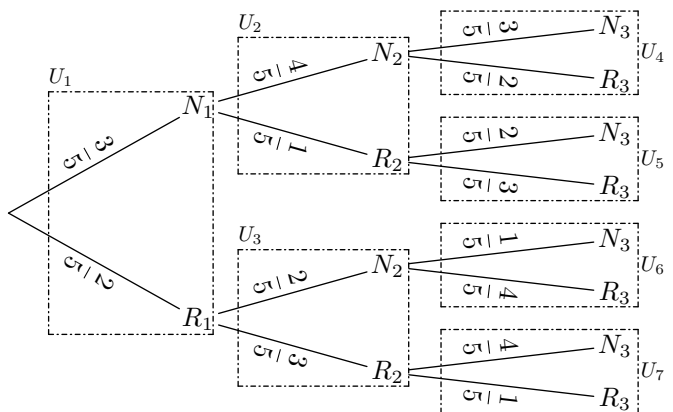
- A : "la boule tirée est rouge"
- B : "la boule tirée porte une étoile"

- 1 Établir que les événements A et B ne sont pas indépendants.
- 2 On rajoute 30 boules portant une étoile de couleur rouge ou bleue de telle sorte que les événements A et B sont indépendants.
Déterminer le nombre de boules rouges et le nombre de boules bleues qui ont été rajoutées.

urne. Pour tout $i \in \{1; 2; 3\}$, on considère les événements suivants :

- N_i : "on tire une boule noire de l'urne U_i ";
- R_i : "on tire une boule rouge de l'urne U_i ".

On considère l'arbre de probabilité suivant :



- 1 Déterminer la probabilité de l'événement N_3 .
- 2 Les événements N_1 et N_3 sont-ils indépendants?