

1. Fonctions de référence

E.5991    Montrer que la fonction racine carrée est croissante sur $[0; +\infty[$.

E.5992    On considère la fonction identité, la fonction carrée, la fonction racine carrée notées respective-

ment :

$$f: x \mapsto x \quad ; \quad g: x \mapsto x^2 \quad ; \quad h: x \mapsto \sqrt{x}$$

① Comparer les fonctions f et g sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

② Comparer les fonctions f et h sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

2. Suites

E.5993   

① Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r . Montrer que, pour tout entier naturel n , on a :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{(n+1) \cdot (u_0 + u_n)}{2}$$

② Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme v_0 et de raison q . Montrer que, pour tout entier naturel n , si $q \neq 1$, alors on a :

$$v_0 + v_1 + \dots + v_n = v_0 \cdot \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

3. Produit scalaire

E.5994    Soit A et B deux points du plan et I le milieu de $[AB]$.

Pour tout point M du plan, on a l'égalité :

$$MA^2 + MB^2 = 2 \cdot MI^2 + \frac{AB^2}{2}$$

E.5995    Montrer que pour tout réel a et b ,

on a toujours :

$$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

E.6082    Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, tout cercle admet une équation cartésienne de la forme :

$$x^2 + y^2 + a \cdot x + b \cdot y + c = 0 \quad \text{où } a, b, c \in \mathbb{R}$$

4. Probabilités

E.5996    Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire. Pour tout nombre réels a et b , on a :

$$\text{a) } E(a \cdot \mathcal{X} + b) = a \cdot E(\mathcal{X}) + b \quad \text{b) } V(a \cdot \mathcal{X}) = a^2 \cdot V(\mathcal{X})$$

5. Loi binomiale

E.5997    Établir que pour tout entier naturel n et pour tout entier k tel que $0 \leq k < n$, on a :

$$\binom{n}{k+1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1}$$

6. Exercices non-classés

E.6080    On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé.

Soit (d) une droite admettant le vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$. Alors la droite (d) admet une équation cartésienne de la

forme :

$$\beta \cdot x - \alpha \cdot y + c = 0$$

E.6083



On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé.

Soit $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$ trois points du plan.

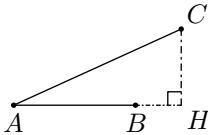
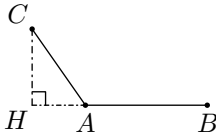
Les nombres suivants ont tous la même valeur :

a) $(x_B - x_A)(x_C - x_A) + (y_B - y_A)(y_C - y_A)$

b) $AB \times AC \times \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

c) $\frac{1}{2} \cdot [\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\|^2 - \|\overrightarrow{AB}\|^2 - \|\overrightarrow{AC}\|^2]$

- d) En notant H le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB) , on considère le nombre α défini suivant les deux cas :

$H \in [AB)$	$H \notin [AB)$
 $\alpha = AB \times AH$	 $\alpha = -AB \times AH$