



ChingQuiz : 13 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM :

1. Manipulation de polynômes du second degré

E.432 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par : $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$

- 1 Établir l'égalité : $f(x) = 2 \cdot (x-3)(x-1)$
- Résoudre l'équation : $f(x) = 0$.
- Résoudre l'inéquation : $f(x) \leq 0$.

- 2 Établir l'égalité : $f(x) + 2 = 2(x-2)^2$
- En déduire que, pour tout nombre x réel, on a : $f(x) \geq -2$

E.439 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par : $f(x) = -4x^2 + 36x + 63$

- 1 Établir l'égalité : $f(x) = (21-2x)(2x+3)$
- Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation : $f(x) = 0$.

- Résoudre l'inéquation : $f(x) > 0$

- 2 Établir l'égalité : $f(x) - 144 = -4 \cdot \left(x - \frac{9}{2}\right)^2$
- En déduire que, pour tout nombre x réel, on a : $f(x) \leq 144$

E.418 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2x^2 + 12x - 16$

- 1 Déterminer les valeurs des réels a et b réalisant l'identité : $f(x) = (x-2)(a \cdot x + b)$
- Résoudre l'inéquation : $f(x) < 0$
- 2 Déterminer les valeurs des réels c et d réalisant l'identité $f(x) = -2 \cdot (x+c)^2 + d$
- En déduire que, pour tout nombre réel x , on a : $f(x) \leq 2$

2. Forme canonique

E.4458

Proposition-Définition : tout polynôme du second degré $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ admet une expression de la forme :

$$f : x \mapsto \alpha \cdot (x - \beta)^2 + \gamma$$

où α, β, γ sont des nombres réels avec $\alpha \neq 0$.

Cette expression s'appelle la **forme canonique**.

Associer à chacun des polynômes du second degré sa forme canonique :

- | | |
|--------------------|-----------------|
| $4x^2 + 8x + 7$ | $(x+2)^2 - 5$ |
| $x^2 + 4x - 1$ | $(x-4)^2 - 4$ |
| $x^2 - 8x + 20$ | $4(x+1)^2 + 3$ |
| $4x^2 - 16x + 6$ | $4(x-2)^2 - 10$ |
| $-4x^2 - 16x - 12$ | $(x-4)^2 + 4$ |
| $x^2 - 8x + 12$ | $-4(x-2)^2 + 4$ |
| $-4x^2 + 16x - 12$ | $-4(x+2)^2 + 4$ |

E.9397 Déterminer la forme canonique de chacune des expressions ci-dessous :

- $x^2 - 4x + 1$ $x^2 + 6x + 3$

E.9398 Déterminer la forme canonique de chacun des polynômes du second degré suivants :

- $x^2 + 4x - 5$ $x^2 - 2x - 1$

E.9405 Déterminer la forme canonique de chacun des polynômes du second degré suivants :

- $x^2 + 2x - 3$ $x^2 - 6x - 2$
 $x^2 + 12x + 5$ $x^2 - 10x + 5$

E.4456 Déterminer la forme canonique de chacun des polynômes du second degré suivants :

- $x^2 + 4x$ $x^2 - 14x + 9$

E.4406 Déterminer la forme canonique de chacun des polynômes du second degré suivants :

- $2x^2 + 12x - 4$ $7x^2 - 14x + 10$

E.2259 Donner la forme canonique de chacun des trinômes du second degré ci-dessous :

- $2x^2 + 8x - 6$ $3x^2 + 6x + 6$

E.9404 Donner la forme canonique de chacun des trinômes du second degré ci-dessous :

- $2x^2 + 12x - 4$ $3x^2 + 30x + 12$

E.10553    Donner la forme canonique de chacun des trinômes du second degré ci-dessous :

(a) $9x^2 + 18x + 27$ (b) $5x^2 + 10x + 2$

E.2248     Déterminer la forme canonique de chacune des expressions ci-dessous :

(a) $x^2 + x + 2$ (b) $x^2 - 3x - 1$

E.10552    Déterminer la forme canonique de chacune des expressions ci-dessous :

(a) $x^2 + \frac{1}{2}x - 3$ (b) $x^2 + x - \frac{1}{3}$

3. Forme canonique et équations

E.7227   

Rappel : pour résoudre une équation se présentant sous la forme de l'égalité de deux carrés, on utilise la troisième identité remarquable pour se ramener à une équation-produit :

Réolvons l'équation $(x+1)^2 = 9$:

$(x+1)^2 = 9$ | D'après l'identité remarquable :

$(x+1)^2 = 3^2$ | $[(x+1) + 3][(x+1) - 3] = 0$

$(x+1)^2 - 3^2 = 0$ | $(x+4)(x-2) = 0$

Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul :

$x + 4 = 0$ | $x - 2 = 0$

$x = -4$ | $x = 2$

Cette équation a pour solution : -4 et 2 .

On considère le polynôme (P) : $x^2 + 6x - 7$

- Déterminer la forme canonique du polynôme P .
- À l'aide de la forme canonique du polynôme, déterminer les deux solutions de l'équation : $x^2 + 6x - 7 = 0$

E.9763    On considère le polynôme :
 $P = 3x^2 - 12x + 17$.

- Parmi les expressions ci-dessous, laquelle est la forme canonique du polynôme P :
 $\bullet 3 \cdot (x-2)^2 + 5$ $\bullet 3 \cdot (x+1)^2 + 7$ $\bullet 3 \cdot (x-3)^2 - 17$
- En utilisant la forme canonique du polynôme P , résoudre l'équation : $3x^2 - 12x + 17 = 8$

E.7220    On considère le polynôme (P) :
 $x^2 + 4x + 9$.

- Déterminer les valeurs des nombres a et b réalisant l'identité : $x^2 + 4x + 9 = (x+a)^2 + b$
- En déduire que l'équation $x^2 + 4x + 9 = 1$ n'admet aucune solution.

E.10200   

- Donner la forme canonique de l'expression :
 $3x^2 + 12x + 2$
- (a) Résoudre l'équation : $3 \cdot (x+2)^2 = 27$
 (b) En déduire les solutions de l'équation :
 $3x^2 + 12x + 2 = 17$

E.9396    Déterminer la forme canonique de chacun des polynômes du second degré suivants :

(a) $x^2 + \frac{1}{4}x + 1$ (b) $x^2 + x + 1$

E.2250    Soit a , b , c trois nombres réels. Développer l'expression suivante :

$$a \cdot \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

E.7101    Déterminer la forme canonique du polynôme ci-dessous :

$$\sqrt{2} \cdot x^2 - 3 \cdot x + 1$$

E.9442    On considère l'équation :
 $(E) : 2x^2 + 4x + 4 = 20$.

- Déterminer la forme canonique du polynôme :
 $2x^2 + 4x - 16$.
- En déduire les solutions de l'équation (E) .

E.4410    On considère l'expression : $(E) :$
 $x^2 + 3x + 10$

- Déterminer l'expression de la forme canonique de (E) .
- En déduire que l'équation $x^2 + 3x + 10 = 0$ n'admet pas de solution.

E.10564   
 (1) Déterminer la forme canonique de l'expression :
 $x^2 - 6x + 3$

- Résoudre l'équation : $x^2 - 6x + 3 = 19$

E.2246   

- Factoriser chacune des expressions suivantes en produit de facteurs du premier degré :

(a) $4x^2 - 81$ (b) $x^2 - 5$

(c) $(2x-4)^2 - 9$ (d) $x^2 - 6 \cdot x + 9$

- Trouver un argument permettant de justifier que l'expression $x^2 + 1$ ne peut se factoriser sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
on aura alors établi l'assertion suivante :

Il n'existe pas de nombres réels α , β , γ , δ tel que :
 $x^2 + 1 = (\alpha \cdot x + \beta)(\gamma \cdot x + \delta)$

E.2247    On considère l'expression P définie par :

$$P = \left(x - \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}\right) \left(x - \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}\right)$$

- Donner la forme développée et réduite de l'expression P .
- Résoudre l'équation : $x^2 + 3 \cdot x + 1 = 0$.

E.9533    Soit la fonction f dont l'image de x est définie par :

$$f(x) = x^2 - 2x - 2$$

- 1) Déterminer les valeurs des deux réels α et β vérifiant

l'égalité suivante: $f(x) = (x - \alpha)^2 + \beta$

- 2) Déterminer la forme factorisée de la fonction f .
3) Dédire de la question précédente, les antécédents de 0 par la fonction f .

4. Calcul du discriminant

E.4459   

Définition : le **discriminant** d'un polynôme $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ du second degré est un nombre qui se calcule à l'aide des coefficients du polynôme: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

Compléter le tableau ci-dessous pour chacun des polynômes du second degré :

	a	b	c	$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
$2x^2 + 5x + 1$				
$-x^2 + 7x + 3$				
$x^2 - 5x + 4$				
$2x^2 - 4x - 1$				
$-x^2 - x - 1$				
$x^2 + 7$				

E.4408    Déterminer le discriminant des polynômes du second degré ci-dessous :

- a) $x^2 + 2x + 4$ b) $2x^2 + 4x + 1$ c) $x^2 - 2x + 1$

E.10201    Déterminer le discriminant de chacun des polynômes du second degré ci-dessous :

- a) $3 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 2$ b) $-x^2 - 3 \cdot x + 2$ c) $2 \cdot x^2 - \frac{1}{3} \cdot x + 1$

E.10554    Déterminer le discriminant des polynômes du second degré ci-dessous :

- a) $-2x^2 + 2x + 1$ b) $x^2 - x - 1$ c) $3x^2 + x - 2$

5. Equation du second degré

E.2253   

Définition : les racines d'un polynôme sont les valeurs annulant ce polynôme.

Proposition : pour un polynôme $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ du second degré, le nombre de racines existantes dépend du discriminant :

$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
Aucune racine	1 racine $-\frac{b}{2 \cdot a}$	2 racines $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} ; \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$

Déterminer les racines des polynômes ci-dessous :

- a) $x^2 + 4x - 5$ b) $x^2 + x + 1$
c) $2x^2 - 13x + 15$ d) $3x^2 - 6x + 3$

E.7082    Déterminer les racines des polynômes ci-dessous :

- a) $2x^2 - 3x - 2$ b) $-4x^2 + 12x - 9$ c) $3x^2 - 4x + 2$

E.770    Déterminer les racines des polynômes ci-dessous :

- a) $3x^2 - 5x + 6$ b) $3x^2 - 24x + 48$ c) $-2 \cdot x^2 + x + 6$

E.2260    Déterminer les racines des polynômes suivants :

- a) $x^2 + 2x - 15$ b) $3x^2 - 5x + 7$

E.10551    Déterminer les racines des polynômes suivants :

- a) $3x^2 - 24x + 48$ b) $-4 \cdot x^2 - x + 3$

E.7086    Déterminer les racines des polynômes du second degré suivants :

- a) $4 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 3$ b) $9x^2 + 12x + 4$

E.9534    Déterminer les racines des polynômes du second degré suivants :

- a) $-2 \cdot x^2 - 5 \cdot x - 3$ b) $2 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 2$

E.10555 Déterminer les racines des polynômes du second degré suivants :

(a) $x^2 + x - 2$ (b) $3x^2 + 4x + 2$

E.5710 Déterminer les racines, sous forme simplifiée, des polynômes suivants :

(a) $2x^2 - 3x - 9$ (b) $5x^2 - 8x + 5$ (c) $2x^2 - 8x + 8$

E.7104 Résoudre les équations suivantes :

(a) $x^2 - 4x - 5 = 0$ (b) $3x^2 - x - 2 = 0$

E.9464 Déterminer les racines des polynômes ci-dessous :

(a) $\frac{2}{3}x^2 + x - 3$ (b) $-2x^2 - \frac{11}{3}x - 1$ (c) $3x^2 - 3x + \frac{2}{3}$

E.9400 Résoudre les équations suivantes :

(a) $\frac{2}{7}x^2 - \frac{5}{3}x - \frac{7}{3} = 0$ (b) $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{2}{5} = 0$

E.7047 Parmi les quatre propositions ci-dessous, laquelle est correcte ?

L'équation $-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x = 0$ admet sur $\mathbb{R}$:

- (a) la solution est -2 (b) trois solutions distinctes
(c) aucune solution (d) une unique solution

6. Equation du second degré

E.10546 Déterminer les racines des polynômes du second degré :

(a) $x^2 - 3x + 1$ (b) $5x^2 + 5x + 1$

E.10550 Déterminer les racines des polynômes du second degré :

(a) $x^2 - 7x + 9$ (b) $-2x^2 - 3x + 1$

E.10547 Déterminer les racines des polynômes :

(a) $-3x^2 + 6x + 1$ (b) $4x^2 - 6x + 1$

Indication : pensez à simplifier le radical

7. Equation du second degré et manipulation algébrique

E.9399 Résoudre l'équation suivante :
 $x(x-2)(x+1) = (x-2)(-7-3x)$

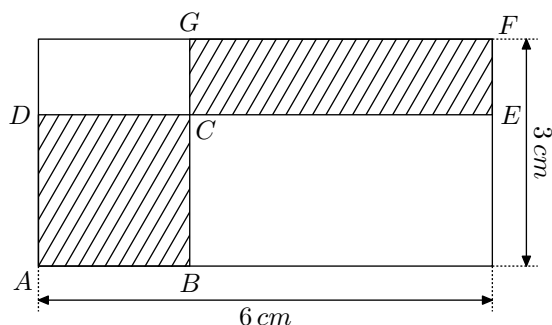
E.10548 Résoudre l'équation : $\frac{x-1}{x+1} =$

$1 - 2x$

E.10549 Résoudre l'équation : $\frac{2x-1}{2x+1} = \frac{1-x}{1-x}$

8. Problèmes

E.10202 On considère le rectangle ci-dessous ayant pour dimension 6 cm et 3 cm . À l'intérieur de ce rectangle, on construit le carré $ABCD$ et le rectangle $CEFG$ dont les côtés sont parallèles au rectangle les contenant.



On note x la longueur du segment $[AB]$. Déterminer s'il est possible que la partie hachurée de cette figure ait une aire de 8 cm^2 .

E.10328

On considère la figure ci-dessous composée :

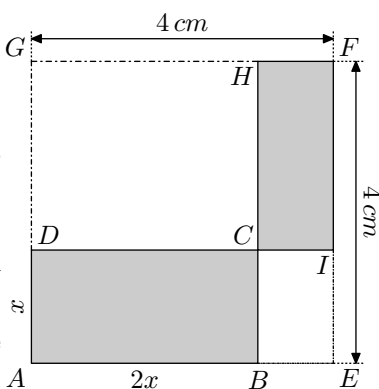
- du carré $AEFG$,
- de deux rectangles $ABCD$ et $CIFH$.

Les points B, D, I, H appartiennent aux côtés du carré $AEFG$.

On considère le domaine grisé représenté ci-contre et on note son aire $\mathcal{A}$:

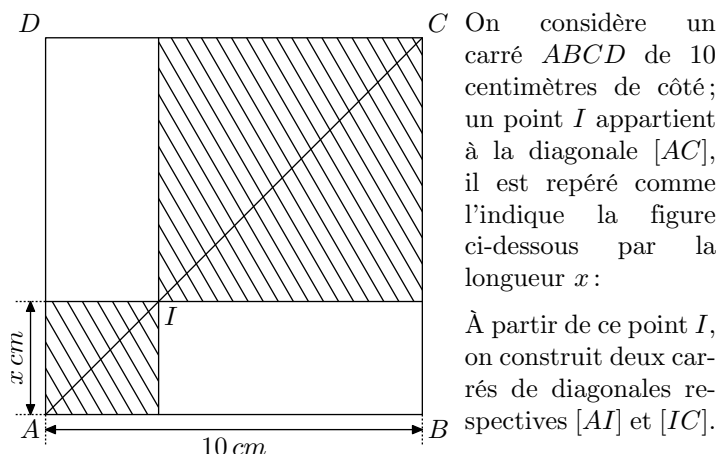
(les mesures sont exprimées en centimètre)

Déterminer l'ensemble des valeurs de x réalisant l'équation :
 $\mathcal{A} = \frac{37}{4}$



Indication : Toute trace de recherche ou de prise d'initiative sera prise en compte dans l'évaluation.

E.2955

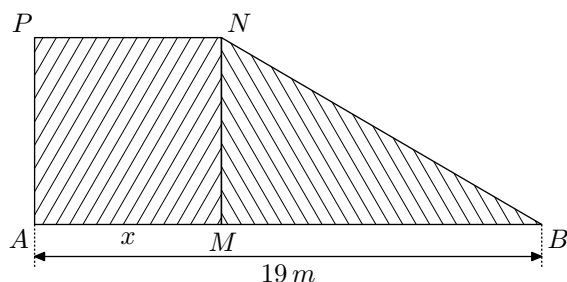


Déterminer la valeur de x pour laquelle la somme des aires de ces deux carrés vaut les $\frac{5}{8}$ de l'aire du carré $ABCD$.

E.9463

Indication : la rédaction et toute trace de recherche sera pris en compte lors de l'évaluation de cet exercice

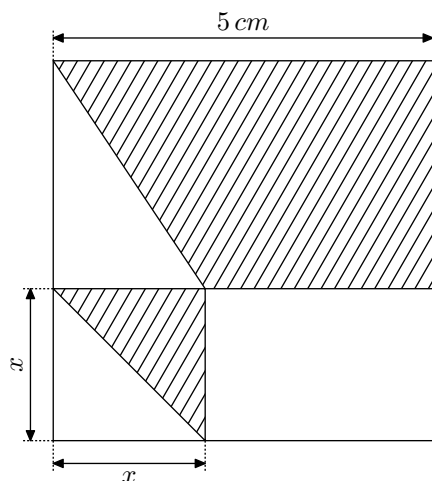
On considère un segment $[AB]$ de longueur 19 m et un point M appartenant à ce segment.



On note x la longueur du segment $[AM]$ et on place sur cette figure les points N et P tels que $AMNP$ soit un carré.

Déterminer la valeur du nombre x pour que l'aire du polygone $ABNP$ soit égale à 91 m^2 .

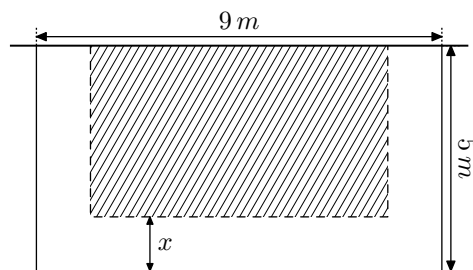
E.10190 On considère le carré ci-dessous de côté 5 cm et hachuré un triangle rectangle isocèle et un trapèze rectangle :



Déterminer la valeur de x pour que la surface de la partie hachurée mesure 16 cm^2 .

E.5713 Adossé à sa maison, Jean possède un jardin de forme rectangulaire ayant pour dimensions 9 m et 5 m.

Il souhaite construire sur trois des côtés de ce jardin une allée ayant la même largeur et il plantera de la pelouse sur le reste du jardin. Il propose le schéma ci-dessous où la partie hachurée est l'espace de la pelouse



Quelle doit-être la largeur de l'allée pour que l'ensemble de la pelouse ait une surface de 10 m^2 ?

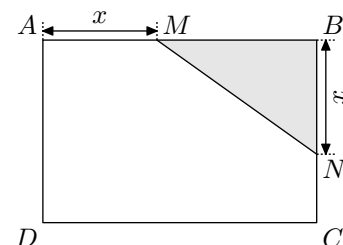
E.5972

Indication : Dans cet exercice, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On considère un rectangle $ABCD$ dont les dimensions sont données ci-dessous :

$$AB = 6 \text{ m} ; AD = 4 \text{ m}.$$

Pour un nombre réel x compris entre 0 et 4, on place les points M et N respectivement sur les

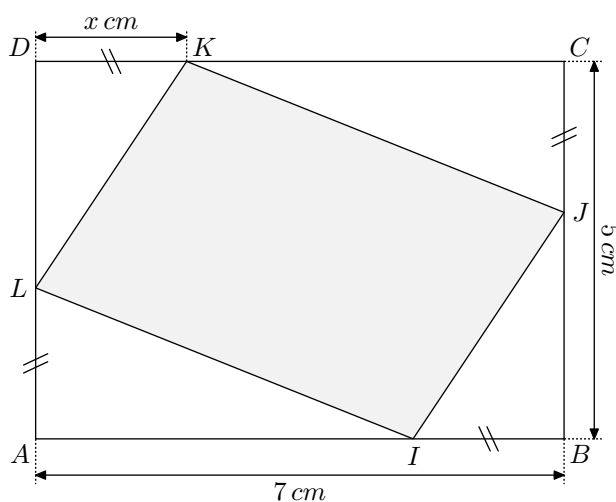


côtés $[AB]$ et $[BC]$ tels que: $AM = x$; $BN = x$

Déterminer la ou les valeurs possibles de x pour que l'aire du triangle MBN soit égales à $\frac{1}{6}$ de l'aire totale du rectangle $ABCD$.

E.5706 On considère la figure ci-dessous où $ABCD$ est un rectangle tel que: $ABCD$ est un rectangle. Les points I, J, K, L sont des points appartenant respectivement aux segments $[AB], [BC], [CD]$ et $[AD]$ vérifiant :

$$IB = JC = KD = LA$$



Déterminer, si possible, la ou les positions du point K afin que le domaine grisé ait pour aire 25 cm^2 .

E.6786 🔑 🍷 🏠 🚩

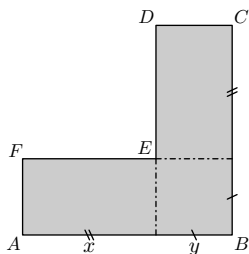
- ① Vérifier que : $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$
- ② Existe-t-il d'autres séries de 5 entiers naturels consécutifs tels que la somme des carrés des deux plus grands soit égale à la somme des carrés des plus petits?

9. Problèmes avec substitution

E.8384 🔑 🍷 🏠

- ① Résoudre l'équation : $x^2 - \frac{37}{2} \cdot x + 85 = 0$
- ② On considère un rectangle ayant 37 m pour périmètre et 85 m^2 pour aire. On notera respectivement L et ℓ , la longueur et la largeur de ce rectangle.
 - a) Exprimer ℓ en fonction de L .
 - b) Déterminer les dimensions de ce rectangle.

E.10565 🔑 🍷 🏠 La figure ci-dessous est composée de deux rectangles et d'un carré :



On note $\mathcal{P}$ le polygone $ABCDEF$.

- ①
 - a) Exprimer le périmètre $\mathcal{L}$ du polygone $\mathcal{P}$ en fonction de x et de y .
 - b) Exprimer l'aire $\mathcal{A}$ du polygone $\mathcal{P}$ en fonction de x et de y .

E.7152 🔑 🍷 🏠 Soit m un nombre réel. On considère le polynôme P défini par : $P = (m+1) \cdot x^2 + (2-m) \cdot x + 1$

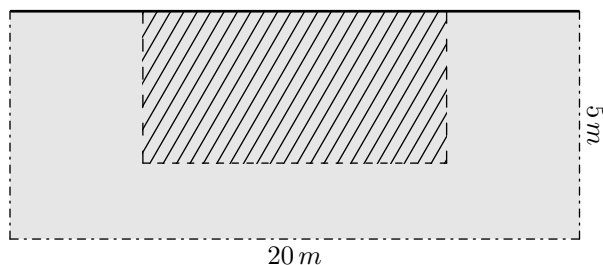
Pour quelles valeurs de m , le polynôme P n'admet aucune racine?

- ② Déterminer l'ensemble des couples $(x; y)$ réalisant les deux conditions suivantes :
 $L = 15$; $\mathcal{A} = 14$

E.8196 🔑 🍷 🏠 Un rectangle a pour périmètre 19 m et pour aire 12 m^2 .

Déterminer les dimensions de ce rectangle.

E.8309 🔑 🍷 🏠 Iliam veut construire un poulailler, de forme rectangulaire, dans son jardin. La figure ci-dessous indique la dimension du jardin d'Iliam et la place du poulailler qui sera adossé au mur de sa maison :



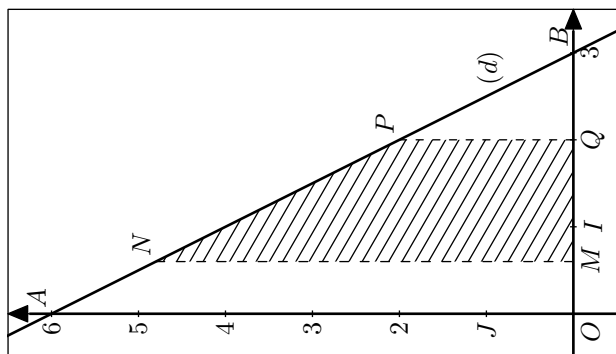
Le poulailler est représenté par la surface hachurée.

Il dispose de 17 m de grillage pour construire sa clôture et souhaite utiliser tout le grillage pour construire son poulailler d'une aire de 30 m^2 .

Déterminer la dimension du poulailler réalisant ses conditions.

10. Problèmes et courbes représentatives de fonctions

E.9444 🔑 🍷 🏠 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère la droite (d) passant par les points $A(0; 6)$ et $B(3; 0)$:



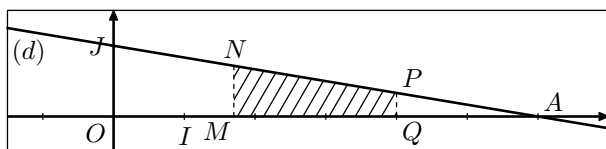
On considère les 4 points M, N, P, Q vérifiant les propriétés suivantes :

- on a les coordonnées : $Q(2; 0)$; $M(x; 0)$ où x appartient à l'intervalle $]0; 2[$.

- les points N et P appartiennent à la droite (d) .
- les points M et P ont la même abscisse et les points Q et P ont la même abscisse.

- ①
 - a) Déterminer l'expression de la fonction affine f admettant la droite (d) pour courbe représentative.
 - b) En déduire les coordonnées du point P .
 - c) En déduire l'expression des coordonnées du point N en fonction de x .
- ② On note $\mathcal{A}$ l'aire du trapèze $MNPQ$:
 - a) Donner l'expression de l'aire $\mathcal{A}$ en fonction de x .
 - b) Déterminer la position du point M afin que l'aire $\mathcal{A}$ vaille 3.

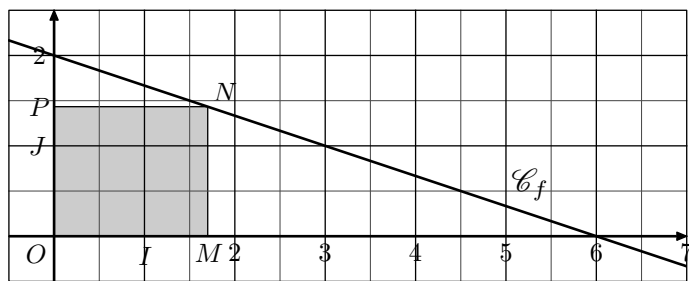
E.8308 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère la droite (d) passant par les points J et $A(6; 0)$:



- Le point Q a pour abscisse 4 et l'abscisse du point M appartient à l'intervalle $[0; 4]$;
- Le point N (resp. P) appartient à la droite (d) et a même abscisse que le point M (resp. Q) dont l'abscisse est noté x .

- Déterminer les coordonnées du point N en fonction de x .
- Déterminer la position du point M sur l'axe des abscisses afin que l'aire du trapèze $MNPQ$ vaille $\frac{7}{4}$.

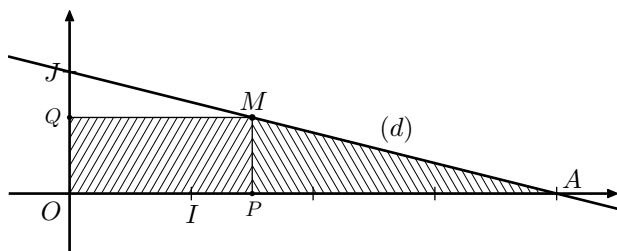
E.10204 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère la courbe $\mathcal{C}_f$ de la fonction f affine admettant pour expression: $f(x) = -\frac{1}{3} \cdot x + 2$



Soit x un nombre appartenant à l'intervalle $]0; 6[$. On note N le point de la courbe $\mathcal{C}_f$ d'abscisse x et on construit le rectangle $OMNP$ dont les côtés sont parallèles aux axes.

Déterminer le (ou les) coordonnées du point N tel que le rectangle $OMNP$ ait une aire de $\frac{5}{3}$.

E.6691 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère la droite (d) passant par les points $A(4; 0)$ et J .



On considère un point M appartenant à la droite (d) et d'abscisse x tel que $x \in]0; 4[$.

Déterminer la position du point M sur la droite (d) telle que le rectangle $OPMQ$ et le triangle MPA aient la même aire.

Indication: Toute trace de recherche et de prise d'initiatives seront prises en compte au cours de l'évaluation.

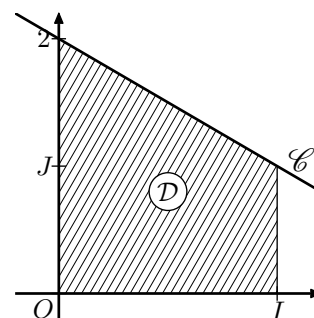
E.6754 On considère la fonction f définie par:

$$f(x) = 2 - x \quad \text{pour tout réel } x \text{ de l'intervalle } [0; 1].$$

On admet que:

$$f(x) > 0, \quad \text{pour tout réel } x \text{ de l'intervalle } [0; 1].$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé, et $\mathcal{D}$ le domaine plan compris d'une part entre l'axe des abscisses et la courbe $\mathcal{C}$, d'autre part entre les droites d'équations $x=0$ et $x=1$. La courbe $\mathcal{C}$ et le domaine $\mathcal{D}$ sont représentés ci-contre.



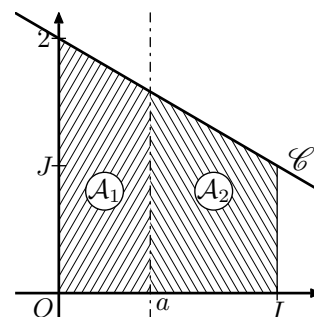
Le but de cet exercice est de partager le domaine $\mathcal{D}$ en deux domaines de même aire, d'abord par une droite parallèle à l'axe des ordonnées (*partie A*), puis par une droite parallèle à l'axe des abscisses (*partie B*).

Partie A

Soit a un réel tel que $0 \leq a \leq 1$. On note $\mathcal{A}_1$ l'aire du domaine compris entre la courbe $\mathcal{C}$, l'axe (Ox) , les droites d'équations $x=0$ et $x=a$, puis $\mathcal{A}_2$ celle du domaine compris entre la courbe $\mathcal{C}$, (Ox) et les droites d'équation $x=a$ et $x=1$.

$\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ sont exprimées en unités d'aire.

Déterminer la valeur de a afin que les aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ soient égales.



Partie B

Soit b un réel positif.

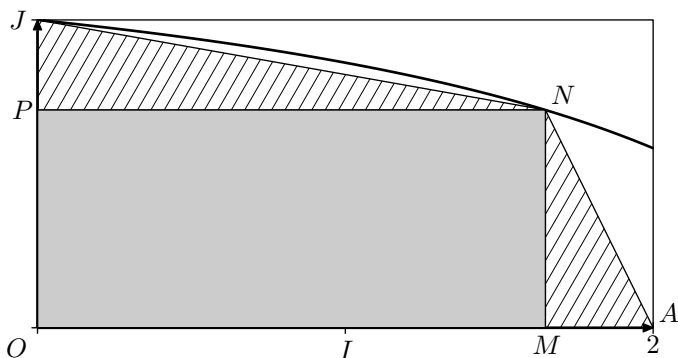
Dans cette partie, on se propose de partager le domaine $\mathcal{D}$ en deux domaines de même aire par la droite d'équation $y=b$. On admet qu'il existe un unique réel b positif solution.

Déterminer la valeur de b .

E.7153 🔑 📐 📖 On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 2]$ par la relation :

$$f(x) = \frac{17 \cdot x - 48}{12 \cdot x - 48}$$

On représente la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-dessous :



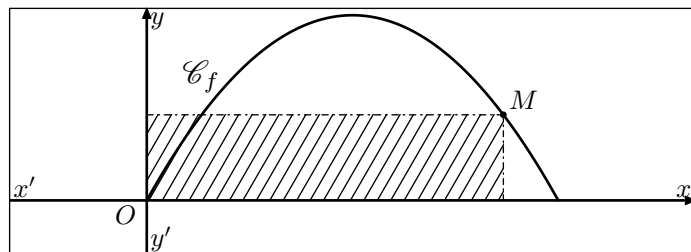
Soit x un nombre appartenant à l'intervalle $]0; 2[$. On désigne par N le point d'abscisse x de la courbe $\mathcal{C}_f$. Le point A a pour coordonnées $(2; 0)$ et le rectangle $OMNP$ est un rectangle dont les côtés sont parallèles aux axes.

Déterminer la ou les valeurs de x afin que les triangles JNP et AMN soient de même aire.

E.9465 🔑 📐 📖 On considère la fonction f définie sur $[0; 3]$ par :

$$f(x) = -3 \cdot x^2 + 9 \cdot x$$

Dans le plan muni d'un repère, on considère la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f et le point M appartenant à la courbe $\mathcal{C}$:



On construit le rectangle ayant les points O et M pour sommets opposés et dont les côtés sont parallèles aux axes du repère.

Déterminer l'abscisse du point M afin que l'aire de ce rectangle ait pour valeur 12.

Indication : on pourra factoriser l'expression de l'aire du rectangle en fonction de l'abscisse x du point M par une expression de la forme :

$$(x - 2)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c) \quad \text{où } a, b, c \in \mathbb{R}$$

11. Racine et radicaux

E.9402 🔑 📐 📖 Exprimer les deux racines du polynôme $x^2 - 3x + 1$ sous la forme $\frac{a + \sqrt{b}}{b}$ où a et b sont deux nombres réels.

E.9462 🔑 📐 📖 On considère le polynôme P défini par :

$$P = -4 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1$$

Déterminer les deux racines de ce polynôme sous la forme : $a + b \cdot \sqrt{2}$ où a, b sont des nombres réels.

E.8310 🔑 📐 📖 Déterminer les racines du polynôme $x^2 + 8x + 8$. Ses racines sont à exprimer sous la forme : $a + b \cdot \sqrt{2}$ où $a, b \in \mathbb{R}$

Indication : on utilisera la simplification : $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

E.8288 🔑 📐 📖 Déterminer les racines des polynômes ci-dessous :

(a) $2x^2 + 3x + 3$ (b) $x^2 - 2x - 6$ (c) $x^2 + 2x - 1$

Indication : on exprimera ces racines, si elles existent, sous la forme : $a + b \cdot \sqrt{c}$ où $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}_+^*$

E.8289 🔑 📐 📖 Déterminer les racines des

polynômes du second degré suivants :

(a) $-x^2 - 4x - 2$ (b) $-4 \cdot x^2 - 12x - 9$ (c) $-2 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1$

Indication : on exprimera les racines sous la forme la plus simplifiée possible.

E.9401 🔑 📐 📖 Déterminer les racines des polynômes du second degré suivants :

(a) $-2 \cdot x^2 - x + 1$ (b) $2 \cdot x^2 - x + 3$ (c) $2 \cdot x^2 - 4x + 1$

Indication : on exprimera les racines sous la forme la plus simplifiée possible.

E.1969 🔑 📐 📖

① Soit (P) le polynôme défini par : $x^2 - 2x - 1$

Calculer le polynôme (P) pour $x = 1 + \sqrt{2}$.

② Établir que le nombre $\frac{-5 - \sqrt{17}}{2}$ est une racine du polynôme $x^2 + 5x + 2$.

③ Démontrer que l'équation $-3x^2 + 6x - 2 = 0$ admet pour ensemble de solution : $S = \left\{ 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}; 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right\}$

12. Somme et produit des racines

E.2297 🔑 📐 📖

① Étude théorique :

On admet que pour un trinôme $ax^2 + bx + c$ du second degré dont le discriminant Δ est strictement positif, ces

deux racines s'expriment sous la forme :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad ; \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- (a) Montrer que la somme des racines vaut $-\frac{b}{a}$.
- (b) Montrer que le produit des racines vaut $\frac{c}{a}$.

2 Application :

13. D'autres équations

E.8106    On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = 4 \cdot x^3 - 18 \cdot x^2 + 16 \cdot x - 4$$

- (1) Déterminer les réels a, b, c réalisant l'identité :
 $f(x) = (2 \cdot x - 1)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c)$
- (2) Dresser le tableau de signes de la fonction f .

E.2255    On considère la fonction polynôme P de degré 3 définie par :

$$P(x) = 3x^3 + x^2 - 8x + 4$$

14. Evolutions et problèmes

E.8195    Un objet coûte au départ 128 € puis subit une augmentation de $t\%$ pour finalement subir une réduction de $t\%$. Son nouveau prix est de 126 €.

Déterminer la valeur du nombre t associé à chacune de ces évolutions.

E.8194    Néo a ouvert un compte en 2017

En utilisant les propriétés établies à la question précédentes, répondre aux questions suivantes :

- (a) On considère le polynôme $2x^2 + 4x - 16$. Après avoir vérifié que 2 est une racine de ce polynôme, déterminer la valeur de l'autre racine.
- (b) Déterminer un trinôme du second degré admettant deux racines dont la somme des racines vaut 3 et le produit des racines vaut -10 .

(1) Déterminer les valeurs de a, b, c tel que :
 $P(x) = (x + 2)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c)$

(2) En déduire l'ensemble des zéros du polynôme P .

E.2256    On considère la fraction rationnelle suivante :

$$Q(x) = \frac{2x^2 + 2x - 8}{9x^2 - 3x + 1}$$

- (1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction Q .
- (2) Déterminer l'ensemble des zéros de cette fonction.

et place le 1^{er} janvier 2017, le 1^{er} janvier 2018, le 1^{er} janvier 2019 toujours la même somme qu'on notera x . Son compte est rémunéré à un taux constant 4 % par an.

Sachant que son compte est crédité, au 1^{er} janvier 2019, de 468,24 €, déterminer la somme x déposée par Néo chaque année sur son compte.

15. Exercices non-classés

E.2245    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est définie par la relation algébrique :

$$f(x) = 4x^2 + 4x - 3$$

- (1) (a) Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :
 $f(x) = (2x - 1)(2x + 3)$
- (b) Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :
 $f(x) = (2x + 1)^2 - 4$
- (2) Pour chacune des questions suivantes, utiliser la forme la plus adaptée :
- (a) Déterminer les antécédents de 0 par la fonction f .
- (b) Sachant que le carré d'un nombre est toujours positif ou nul, établir que la fonction f est minorée par -4 .
- (c) Déterminer le signe de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
- (d) Résoudre l'inéquation : $f(x) \geq 5$.

E.7221    Résoudre l'équation ci-dessous en donnant les réponses arrondies au centième près : $3 \cdot x^2 + x - 1 = 0$

E.8213    On considère la fonction f définie par le polynôme du second degré : $f(x) = 4x^2 - 12x + 8$

- (1) Déterminer la forme canonique de l'expression de f .
- (2) Établir qu'en $x = \frac{3}{2}$, la fonction f admet un minimum. On donnera les éléments caractéristiques de cet extremum.
- (a) Vérifier que le nombre 1 est un zéro de la fonction f .
- (b) En déduire la forme factorisée de la fonction f .
- (c) Dresser le tableau de signes de la fonction f .

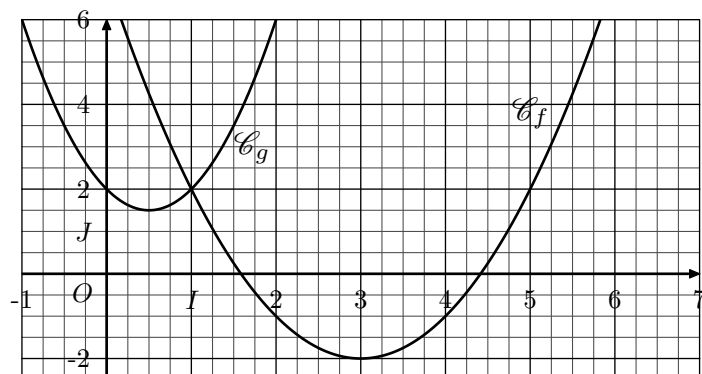
E.9525



On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 6x + 7 \quad ; \quad g(x) = 2x^2 - 2x + 2$$

Dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; I; J)$, on donne les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ représentatives respectivement des fonctions f et g .



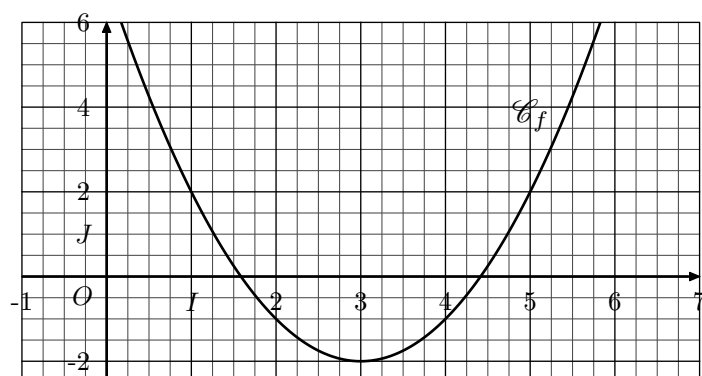
- ① Déterminer les zéros de la fonction f .
- ② Déterminer la position relative des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

E.9526



Dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; I; J)$, on considère la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 6x + 7$

Voici la représentation de la courbe $\mathcal{C}_f$:



Déterminer les zéros de la fonction f .

E.10203



Soit m un nombre réel ($m \in \mathbb{R}$). Pour tout nombre m , on considère la fonction f_m définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_m(x) = 4x^2 + (5 - m)x + m$$

Déterminer l'ensemble des valeurs de m pour lesquelles la courbe de la fonction f_m intercepte une seule fois l'axe des abscisses.

E.10563



Proposition : (*admise*)

Un polynôme est factorisable sous la forme d'un carré, si et seulement si, son discriminant est nul.

Soit a un nombre connu, on considère le polynôme P défini par :

$$P = (x + 10)(x + 10 + a) + k$$

Déterminer la valeur de k en fonction de a afin que le polynôme P soit factorisable sous la forme d'un carré.

Indication : toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte lors de l'évaluation.