



1. Quelques rappels

E.2905   

Rappels :

On considère une valeur x subissant une évolution pour obtenir la valeur y :

- Réduction de $a\%$: $y = x \cdot \left(1 - \frac{a}{100}\right)$
- Augmentation de $a\%$: $y = x \cdot \left(1 + \frac{a}{100}\right)$

- ① Trouver les coefficients multiplicateurs représentant cha-

cune des évolutions suivantes :

- ☐ a +10% ☐ b +2,5% ☐ c +115%
☐ d -22% ☐ e -10,7% ☐ f -65%

- ② Pour chaque coefficient multiplicateur, retrouver l'évolution associée et le pourcentage correspondant :

- ☐ a 1,02 ☐ b 1,375 ☐ c 2,1
☐ d 0,15 ☐ e 0,85 ☐ f 0,912

2. Introduction aux suites

E.2379   

- ① On considère la suite logique :
3 ; 7 ; 11 ; 15 ; 19
En notant successivement $u_0, u_1, u_2, \dots$ les termes de cette suite, donner la valeur de u_6 .

Indication : c'est-à-dire que le terme 3 est noté u_0 , le terme 7 est noté u_1 , le terme 11 est noté u_2 ...

- ② On considère la suite logique :
2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10
En notant $v_0, v_1, v_2, \dots$ les termes de cette suite, donner la valeur de v_5 .
- ③ On considère la suite logique :
-1 ; 2 ; -4 ; 8 ; -16 ; 32
En notant $w_0, w_1, \dots$ les termes de cette suite, donner la valeur de w_6 .
- ④ On considère la suite logique :
1 ; 3 ; $\sqrt{17}$; 5 ; $\sqrt{33}$; $\sqrt{41}$
En notant $s_0, s_1, \dots$ les termes de cette suite, donner la valeur de s_6 .
- ⑤ On considère la suite logique :
2 ; $\frac{3}{2}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{5}{4}$
En notant $t_0, t_1, \dots$ les termes de cette suite, donner la valeur t_5 .

E.6517    On considère les deux procédés d'obtention suivant de nombres :

Procédure A

On multiplie le nombre donné par 3

Procédure B

Au nombre donné, on lui soustrait 2.

Pour chaque question, donner les six premiers termes obtenus en répétant les consignes autant de fois que nécessaire.

- ① Le nombre de départ est 3 et on répète la procédure A ;
② Le nombre de départ est 11 et on répète la procédure B.

E.7308    On considère les deux algorithmes ci-dessous :

Algorithme 1

```
u ← 4
Pour i allant de 1 à 53
    u ← u + 3
Fin Pour
```

Algorithme 2

```
u ← 1
Pour i allant de 1 à 4
    u ← 2 × u + 1
Fin Pour
```

Pour chacun des algorithmes, donner la valeur contenue dans la variable u après l'exécution de l'algorithme.

E.6516    Compléter les suites logiques de nombres pour obtenir les 8 premiers termes de chacune d'elles :

- ☐ a 4 - 7 - 10 - 13 - ...
☐ b 3 - 6 - 12 - 24 - ...
☐ c 20 - 19 - 17 - 14 - ...
☐ d 5 - 7 - 11 - 17 - ...
☐ e 1 - 4 - 9 - 16 - ...

E.7183   

Voici des exemples de suites de nombres :

- ☐ a (2 ; 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; ...)
☐ b (2 ; 6 ; 18 ; 54 ; 162 ; ...)
☐ c (6 ; -6 ; 6 ; -6 ; 6 ; ...)
☐ d (1 ; 3 ; 7 ; 15 ; 31 ; ...)

Pour chacune de ces suites des nombres ; trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction des valeurs précédentes.

On considère les suites logiques de nombres ci-dessous :

- a) (0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; ...)
 b) (1 ; 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; ...)
 c) (1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; ...)
 d) (1 ; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; 2 ; $\sqrt{5}$; $\sqrt{6}$; ...)
 e) (1 ; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; ...)

En notant $u_0, u_1, u_2, \dots$ les termes successifs de cette suite, donner la valeur du terme u_6 de chacune de ces suites.

3. Introduction au vocabulaire

1 On considère la suite de nombres ci-dessous :

2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ; 23 ; 30

- a) Dans cette suite, quel est le terme qui succède à 12?
 b) Dans cette suite, quel est le terme qui précède 8?

2 De manière générale, on indique les termes d'une suite en utilisant en index la position du terme dans la suite (on commence l'indexation à 0) :

u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 ; ... ; u_{n-1} ; u_n ; u_{n+1}

- a) Quel est le terme successeur de u_2 ?
 b) Quel est le terme prédécesseur de u_4 ?
 c) Quel est le terme successeur de u_n ?
 d) Quel est le terme successeur de u_{n+2} ?
 e) Quel est le terme prédécesseur de u_n ?
 f) Quel est le terme prédécesseur de u_{n+2} ?

1 On considère la suite dont le premier terme vaut 2 et dont "le successeur a pour valeur le double de celle de son prédécesseur"

Construire les quatre premiers termes de la suite.

2 On considère la suite dont le premier terme vaut -3 et dont "le successeur a pour valeur celle de son prédécesseur augmentée de 3."

Construire les quatre premiers termes de la suite.

3 On considère la suite dont les termes sont indexés à partir de 0 et dont "la valeur d'un terme est le carré de son rang".

Construire les quatre premiers termes de la suite.

E.6519    On considère les trois suites dont le premier terme vaut 2 et définies de la manière suivante :

- 1 un terme vaut l'inverse de son prédécesseur auquel on ajoute 2.
 2 un terme vaut le double de son prédécesseur auquel on ajoute 2.
 3 un terme a pour valeur le double de son rang auquel on ajoute 2.

Associer à chacune de ces suites, la définition qui lui correspond :

- a) $u_n = 2 \cdot n + 2$ b) $u_{n+1} = \frac{1}{u_n} + 2$ c) $u_{n+1} = 2 \cdot u_n + 2$

4. Introduction à la génération de suite arithmétique et géométrique

Des scientifiques étudient une culture de bactéries contenant deux souches qu'on nommera A et B.

Au début de l'expérience (au temps "0"), on dénombre 200 de bactéries de souches A et 300 bactéries de souches B.

Les scientifiques relèvent les évolutions suivantes : à chaque minute, la population des bactéries A augmente de 10 %, alors que celle de la souche B diminue de 20 bactéries.

- 1 a) Au temps "0 min", quel est le pourcentage représenté par les bactéries de la souche A par rapport à l'ensemble des bactéries?
 b) Au temps "1 min", quel est le pourcentage représenté par les bactéries de la souche A par rapport à l'ensemble des bactéries?
 c) Compléter le tableau ci-dessous :

	A	B	C	D
1	Temps	Population de la souche A	Population de la souche B	Population totale
2	0	200	300	
3				
4				
5				
6				
7				

2 n désigne un nombre entier naturel ($n \in \mathbb{N}$).

On note a_n la population de bactéries de la souche A au temps " n min"; ainsi, $a_0 = 200$.

On note b_n la population de bactéries de la souche B au temps " n min"; ainsi $b_0 = 300$.

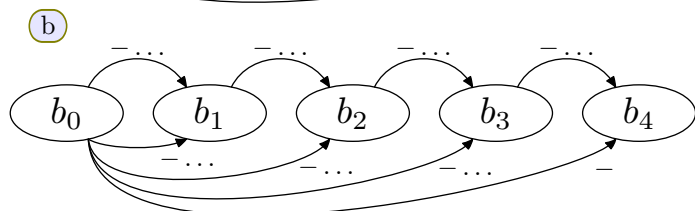
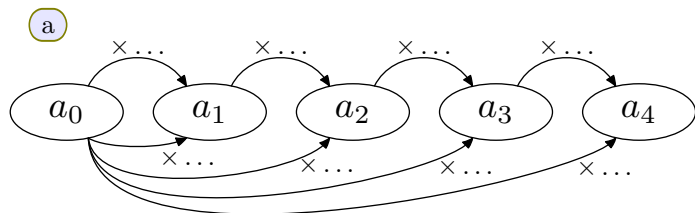
Compléter les pointillés ci-dessous :

$$\begin{array}{l|l} a_1 = a_0 & b_1 = b_0 \\ a_2 = a_1 & b_2 = b_1 \\ a_3 = a_2 & b_3 = b_2 \\ a_4 = a_3 & b_4 = b_3 \end{array}$$

On généralise par :

$$a_{n+1} = a_n \quad b_{n+1} = b_n$$

3 Compléter les deux diagrammes ci-dessous :



4 Compléter les pointillées :

$$\begin{array}{l|l} a_1 = a_0 & b_1 = b_0 \\ a_2 = a_0 & b_2 = b_0 \\ a_3 = a_0 & b_3 = b_0 \\ a_4 = a_0 & b_4 = b_0 \end{array}$$

On généralise par :

$$a_n = a_0 \quad b_n = b_0$$

E.2372 La société Mandine embauche

Arthur au 1^{er} janvier 2009 avec un salaire de 1525 € et lui propose deux types d'avancement :

• Chaque 1^{er} janvier, son salaire se verra augmenter de 32 €.

• Chaque 1^{er} janvier, son salaire augmente de 2 %.

1 Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au dixième près :

Année	2009	2010	2011	2012
Avancement A				
Avancement B				

Année	2013	2014	2015	2016
Avancement A				
Avancement B				

2 À partir de quelle année, Arthur aura un salaire plus important en choisissant l'avancement B?

E.7195 Un demandeur d'emploi se voit proposer deux offres :

• Un salaire initial de 1150 euros par mois et une augmentation de 5 % par mois.

On note (a_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.

• Un salaire initial de 1200 euros par mois et une augmentation de 3 % par mois. On note (b_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.

1 Donner la nature et les éléments caractéristiques de chacune des suites (a_n) et (b_n) .

2 Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs des termes au centième près.

n	0	1	2	3	4
a_n					
b_n					

3 a Au bout du 5^{ème} mois, quelle est la proposition rendant le salaire le plus avantageux?

b À la vue de la somme reçue au terme des cinq mois, quelle est la proposition la plus avantageuse?

5. Suites arithmétiques: premiers termes

E.8523

Définition : On appelle **suite arithmétique** toute suite de nombres dont le successeur d'un terme est obtenu en additionnant à celui toujours le même nombre. Ce nombre s'appelle la **raison** de cette suite arithmétique.

On considère la suite (u_n) arithmétique, où $n \in \mathbb{N}$, de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 3. Recopier et compléter la ligne ci-dessous pour obtenir les cinq premiers termes de cette suite :

$$u_0 = \dots ; u_1 = \dots ; u_2 = \dots ; \dots$$

E.5121 Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, arithmétique de premier terme 2 et de raison 3.

E.7309 On considère la suite (u_n) arithmétique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, de premier terme 2 et de raison -3.

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .

E.7717   

1 a Dans un langage de programmation, saisir l'algorithme suivant :

```
a ← 2
Pour i allant de 0 à 4
  a ← a+3
Fin Pour
```

b En effectuant une exécution pas à pas, noter les valeurs successives prises par la variable a :

... ; ... ; ... ; ... ; ... ; ...

2 a Modifier l'algorithme pour que les valeurs successives prises par la variable a soit :

2 ; 6 ; 10 ; 14 ; 18 ; 22

b Modifier l'algorithme pour que les valeurs successives prises par la variable a soit :

5 ; 10 ; 15

E.10234   

Définition : soit (u_n) une suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et soit $r \in \mathbb{R}$.

On dit que la suite (u_n) est une **suite arithmétique de raison r** si elle vérifie la relation :

$$u_{n+1} = u_n + r \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison 3. Simplifier les expressions suivantes :

a $u_4 + 3$ b $u_{10} - 3$ c $u_7 + 6$

E.7193    On considère la suite (u_n) , définie pour $n \in \mathbb{N}^*$, arithmétique de premier terme 3 et de raison 5. Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

E.7540    Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, arithmétique de premier terme 3 et de raison $-\frac{2}{3}$.

E.7186    On considère la suite (v_n) arithmétique définie par :

$$v_0 = 6 \quad ; \quad v_{n+1} = v_n - 2 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n) .

6. Suites arithmétiques : introduction à la formule explicite

E.7191    On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dont les premiers termes sont :

$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_1 = 7 \quad ; \quad u_2 = 11 \quad ; \quad u_3 = 15$$

Parmi les quatre propositions, citer les deux relations vérifiées par les quatre premiers termes de la suite (u_n) . Lesquelles ?

a $u_{n+1} = u_n + 4$ b $u_{n+1} = 4 \cdot u_n$
c $u_n = 3 + 3 \cdot n$ d $u_n = 3 + 4 \cdot n$

E.9488    On considère la suite (u_n) , définie pour $n \in \mathbb{N}$, arithmétique et dont les premiers termes ont pour

valeur :

n	0	1	2	3	4
u_n	3	7	11	15	19

- Donner les éléments caractéristiques de cette suite.
- Parmi les relations ci-dessous, lesquelles sont vérifiées par la suite (u_n) :

a $u_{n+1} = u_n + 4$ b $u_{n+1} = u_n + 3$
c $u_n = 4 \cdot n + 3$ d $u_n = 3 \cdot n + 4$

7. Suites arithmétiques : formules explicites

E.10253    on considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 5 et de raison -2 . Parmi les expressions suivantes, lesquelles représente le terme u_{27} :

a $u_{26} + 2$ b $u_{26} - 2$ c $u_{26} + 5$
d $u_{26} - 5$ e $-2 + 5 \times 27$ f $5 - 2 \times 27$

E.9460   

Proposition : soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r . Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = u_0 + r \cdot n$$

Cette relation s'appelle la **formule explicite** des termes d'une suite arithmétique.

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :

$$u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - 2$$

- Quelle est la nature de cette suite ?
- Donner la formule explicite donnant la valeur de u_n en fonction de n .
- Déterminer la valeur de u_{20} .

E.10228    On considère la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, arithmétique de premier terme 3 et de raison $\frac{2}{3}$.

- Donner la formule explicite des termes de la suite (u_n) en fonction de n .
- Déterminer l'expression du terme de rang 112 de la suite (u_n) .

8. Suites arithmétiques: formules explicites (étendues)

E.10236   

Proposition: soit (u_n) une suite arithmétique de raison r et soit k, n deux entiers naturels. On a la relation :

$$u_n = u_k + (n - k) \cdot r$$

Soit (v_n) une suite arithmétique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et de raison q . Compléter les expressions suivantes :

(a) $u_7 = u_3 + \dots \times r$ (b) $u_{25} = u_{11} + \dots \times r$

(c) $u_3 = u_8 + \dots \times r$ (d) $u_{15} = u_{23} + \dots \times r$

E.5120    Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r . Compléter les expressions suivantes :

(a) $u_{12} = u_5 + \dots \times r$ (b) $u_{57} = u_{38} + \dots \times r$

(c) $u_3 = u_8 + \dots \times r$ (d) $u_{23} = u_{38} + \dots \times r$

E.10229    On considère la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, arithmétique de premier terme 15 et de raison -3 .

1 Donner la formule explicite des termes de la suite (u_n) en fonction de n .

2 Déterminer la valeur du terme de rang 17 de la suite (u_n) .

E.9508    On considère la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, arithmétique de raison 3 et dont le terme de rang 8 a pour valeur : $u_8 = 25$

1 Déterminer la valeur du terme u_{14} .

2 Déterminer la valeur du terme u_3 .

9. Suites arithmétiques: rang d'un terme

E.6530    On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme 3 et de raison -2 .

1 Déterminer la valeur des termes u_{12} et u_{43} .

2 Déterminer la valeur du rang n réalisant les égalités :

(a) $u_n = -21$ (b) $u_n = -57$

E.9537    On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ arithmétique de premier terme de 2 et de raison 0,25.

Déterminer le rang n du terme de la suite (u_n) tel que :

$$u_n = 15,75$$

E.8048    On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme 4 et de raison $\frac{1}{3}$.

1 Déterminer la valeur du terme u_8 .

2 Déterminer le rang n tel que : $u_n = 16$

E.8406    On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ arithmétique de premier terme 2 et de raison $\frac{3}{4}$.

Déterminer le rang du terme ayant pour valeur $\frac{53}{4}$

10. Suites arithmétiques: éléments caractéristiques

E.5135    Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, dont on connaît les deux termes : $u_4 = 12$; $u_{22} = -24$

Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.

E.6546    On considère la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, arithmétique dont on connaît les valeurs des deux termes suivants :

$$u_{10} = 5 \quad ; \quad u_{16} = 14$$

Déterminer le premier terme u_1 et la raison de cette suite.

E.10237    Soit $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite arithmétique telle que :

$$w_6 = 7 \quad ; \quad w_8 = 1$$

Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (u_n) .

E.10238    Soit $(w_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite arithmétique qui vérifie :

$$w_{15} = 54 \quad ; \quad w_{99} = 180$$

Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (u_n) .

E.8524    Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ une suite arithmétique telle que :

$$v_7 = 13 \quad ; \quad v_{15} = 39$$

Déterminer la valeur du premier terme et de la raison de la suite.

E.2400    Soit $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que :

$$w_0 = 5 \quad ; \quad w_9 = 25$$

Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (u_n) .

E.2452    Soit (u_n) une suite arithmétique définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ dont on a connaissance des deux termes suivants :

$$u_7 = 3 \quad ; \quad u_{19} = 11$$

Déterminer le premier terme et la raison de cette suite.

E.2428    On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ arithmétique dont on connaît la valeur de deux termes : $u_{14} = 2$; $u_{20} = 0$

① Déterminer le premier terme et la raison de cette suite.

② **a** Déterminer l'expression du terme u_n en fonction de la valeur de n .

b Déterminer le rang du terme valant $\frac{10}{3}$

E.8359    On considère une suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, arithmétique telle que :

• u_2 soit le double de u_0 ;

• u_6 soit le carré de u_2 .

Déterminer les éléments caractéristiques des deux suites arithmétiques réalisant ces conditions.

11. Reconnaître une suite arithmétique

E.7187    On considère la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, dont les premiers termes sont :

$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = 5 \quad ; \quad u_2 = 9 \quad ; \quad u_3 = 12$$

Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

E.6523    On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ et dont les premiers termes sont donnés ci-dessous :

• $u_0 = 3$; $u_1 = 5$; $u_2 = 7$; $u_3 = 10$; $u_4 = 12$; $u_5 = 14$

• $v_0 = 6$; $v_1 = 3,5$; $v_2 = 1$; $v_3 = -1,5$; $v_4 = -4$; $v_5 = -6,5$

Pour quelle(s) suite(s), peut-on conjecturer que la suite est une suite arithmétique ?

Pour quelle(s) suite(s), peut-on affirmer que la suite n'est pas arithmétique.

E.9547    On considère la suite (u_n) définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_n = 2 + 3 \times n$$

① Soit $n \in \mathbb{N}$, simplifier l'expression $u_{n+1} - u_n$.

② En déduire la nature de la suite (u_n) , ainsi que ses éléments caractéristiques.

12. Suites géométriques : premiers termes

E.7188   

Définition : on appelle **suite géométrique** toute suite de nombres dont le successeur d'un terme est obtenu en multipliant celui-ci par le même nombre.

Ce nombre s'appelle la **raison** de la suite géométrique.

On considère la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, géométrique de premier terme 2 et de raison 3.

Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

E.7189    On considère la suite (v_n) définie par la relation de récurrence : $v_0 = 64$; $v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

① Quelle est la nature de cette suite ?

② Donner, sans justification, la valeur de v_6 .

E.9496    On considère la suite (v_n) géométrique définie par :

$$v_0 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Déterminer les valeurs des 6 premiers termes de la suite (v_n) .

E.5122    La suite (v_n) est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$:

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) géométrique de premier terme 3 et de raison $-\frac{3}{2}$.

E.10235   

Définition : soit (u_n) une suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et soit $q \in \mathbb{R}$.

On dit que la suite (u_n) est une **suite géométrique de raison q** si elle vérifie la relation :

$$u_{n+1} = u_n \times q \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

Soit (u_n) une suite géométrique de raison 3. Simplifier les expressions suivantes :

a $3 \times u_{10}$

b $\frac{u_{12}}{3}$

c $u_5 \times 3^2$

E.8525    Soit (u_n) une suite géométrique définie pour $n \in \mathbb{N}$, de raison 2 et dont le premier terme a pour valeur $\frac{3}{8}$. Déterminer les six premiers termes de cette suite.

E.9499    On considère la suite (v_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, géométrique de premier terme 54 et de raison $\frac{1}{3}$. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) .

13. Suites géométriques : formule explicite

E.7272   

Proposition : soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q . Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

Cette relation s'appelle la **formule explicite** des termes d'une suite géométrique.

Soit (u_n) une suite géométrique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ de raison 2 et de premier terme 5

Déterminer la valeur de u_8 .

E.6531    On considère la suite (u_n) géométrique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, de premier terme $\frac{2^4}{3}$ et de raison $\frac{3}{2}$.

Déterminer la valeur des termes u_{11} et u_{28} .

E.8049    On considère la suite (u_n) géométrique, définie pour tout entier naturel n , de premier terme 4 et de raison $\frac{2}{3}$.

Déterminer, sous forme simplifiée, la valeur du terme u_4 .

E.9538    On considère la suite (u_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, géométrique de premier terme $\frac{3^4}{7^6}$ et de raison 3×7^2 .

Donner l'expression du terme u_{10} sous la forme :

$$u_{10} = 3^k \times 7^\ell \quad \text{où } k, \ell \in \mathbb{N}$$

E.9505    On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ géométrique de premier terme 2 et de raison $\frac{3}{4}$.

Déterminer la valeur du terme de rang 6.

14. Suites géométriques : formule explicite (étendue)

E.10254    On considère la suite géométrique, définie sur $\mathbb{N}$, de premier terme 4 et de raison 3. Parmi les expressions suivantes, lesquelles représentent le terme u_{27} :

a) $u_5 \times 3^{22}$ b) $u_5 \times 3^{27}$

c) $u_{31} \times 3^4$ d) $u_{31} \times 3^{-4}$

E.5123   

Définition : soit (u_n) une suite géométrique de raison q et soit k, n deux entiers naturels. On a la relation :

$$u_n = u_k \cdot q^{n-k}$$

Soit (v_n) une suite géométrique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et de raison q . Compléter les expressions suivantes :

a) $u_7 = u_3 \times q^{\dots}$ b) $u_{25} = u_{11} \times q^{\dots}$

c) $u_3 = u_8 \times q^{\dots}$ d) $u_{15} = u_{23} \times q^{\dots}$

E.8407    On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ géométrique de premier terme 5^3 et de raison $\frac{5}{7}$.

Déterminer l'expression, sous forme simplifiée, du terme de rang 7 de la suite (u_n) .

E.9498    Soit (v_n) une suite géométrique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, de raison $\frac{3}{2}$ et telle que $v_6 = 12$. Déterminer la valeur de v_3 .

E.9497    Soit (v_n) une suite géométrique, définie pour $n \in \mathbb{N}$, de raison $\frac{1}{2}$ et telle que $v_7 = 3^2 \times 2^3$. Déterminer la valeur de v_{20} .

E.7275    Soit (u_n) une suite géométrique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ de raison 3 et telle que : $u_7 = 3^2 \times 2^2$

Déterminer la valeur de u_2 .

15. Suites géométriques : déterminer le rang d'un terme

E.10241   

Proposition 1 :

Soit m et n deux entiers et un nombre a strictement positif tels que $a^m = a^n$ alors $m = n$.

Proposition 2 : (admise)

Soit x et y deux nombres strictement positifs tels qu'il existe un entier n non-nul tel que $x^n = y^n$.

○ Si n est impair alors $x = y$.

○ Si n est pair alors $x = y$ ou $x = -y$.

① Pour chaque égalité, déterminer la valeur de l'entier n :

a) $2^n = 64$ b) $3^n = 81$ c) $\left(\frac{3}{4}\right)^n = \frac{27}{64}$

② Pour chaque égalité, déterminer la ou les valeurs possibles du nombre réel x tels que :

a) $x^3 = \frac{1}{8}$ b) $x^4 = \frac{81}{625}$ c) $x^2 = \frac{36}{49}$

E.9504    On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ géométrique de premier terme 5^3 et de raison $\frac{5}{7}$.

Déterminer le rang du terme ayant pour valeur $\frac{5^{12}}{7^9}$

E.9506    On considère la suite (u_n) géométrique, définie pour tout entier naturel n , de premier terme 4 et de raison $\frac{2}{3}$.

À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur du rang n vérifiant : $u_n = \frac{8192}{177147}$

E.9507    On considère la suite (u_n) géométrique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, de premier terme $\frac{2^4}{3}$ et de raison $\frac{3}{2}$.

Pour chaque question, déterminer le rang n réalisant l'égalité :

a $u_n = \frac{3^8}{2^5}$ **b** $u_n = \frac{3^{19}}{2^{16}}$

16. Suites géométriques : éléments caractéristiques

E.8526    Soit (v_n) une suite géométrique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, de raison q et dont on connaît les deux termes :

$$v_{11} = \frac{4}{7} ; \quad v_{14} = \frac{27}{14}$$

1 **a** Compléter la relation ci-dessous :

$$v_{14} = v_{11} \times \dots$$

b En déduire la valeur de la raison de la suite (v_n) .

2 Déterminer la valeur du premier terme de la suite (v_n) .

E.2401    On considère (w_n) une suite géométrique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et telle que :

$$w_0 = 5 ; \quad w_3 = 40$$

Déterminer la raison de la suite (w_n) .

E.10239    On considère la suite (w_n) géométrique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et telle que :

$$w_3 = \frac{3}{8} ; \quad w_6 = -\frac{3}{64}$$

Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (w_n) .

E.9500    Soit (v_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, une suite géométrique dont on connaît les deux termes :

$$v_4 = 8 ; \quad v_7 = \frac{64}{27}$$

Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.

E.9501    On considère la suite (v_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, géométrique dont on connaît les valeurs des deux termes suivants : $v_4 = 96$; $v_7 = \frac{3}{2}$

Déterminer le premier terme v_1 et la raison de cette suite.

E.2429    On considère la suite (u_n) géométrique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et dont on connaît les termes : $u_5 = 2$; $u_8 = \frac{27}{4}$

1 Déterminer le premier terme et la raison de cette suite.

2 **a** Donner l'expression explicite du terme u_n en fonction du rang n .

b Déterminer le rang du terme valant $\frac{16}{27}$

E.5827     Déterminer les progressions géométriques de sept termes (à termes réels) telles que la somme des trois premiers termes est égale à 2 et la somme des trois derniers termes est égale à 1250

E.9502    Soit (v_n) une suite géométrique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et dont les termes de rangs 4 et 8 valent respectivement 3 et $\frac{16}{27}$.

Déterminer les deux valeurs possibles de la raison. Donner la valeur du premier terme de ces deux suites.

E.2412    Soit (u_n) une suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ dont on connaît la valeur des deux termes suivants :

$$u_6 = 36 ; \quad u_{10} = \frac{9}{4}$$

Montrer qu'il existe au moins deux suites géométriques vérifiant ces conditions.

E.10240    On considère la suite (w_n) géométrique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et telle que :

$$w_{124} = 2 \times 10^{-4} ; \quad w_{128} = \frac{1}{8}$$

On remarquera qu'il existe deux suites vérifiant ces conditions. On déterminera les éléments caractéristiques de chacune de ces suites.

17. Reconnaître une suite géométrique

E.9482    On considère la suite (v_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, dont les premiers termes sont notés dans le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4
v_n	96	48	24	12	6

Parmi les quatre relations proposées, seulement deux d'entre

elles permettent de retrouver les cinq premiers termes de la suite (v_n) . Lesquelles ?

a $v_{n+1} = 2 \cdot v_n$ **b** $v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$

c $v_n = 96 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$ **d** $v_n = \frac{1}{2} \times 96^n$

E.9503    On considère la suite (v_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, dont les premiers termes sont :

$$v_0 = 8 \quad ; \quad v_1 = 4 \quad ; \quad v_2 = 2 \quad ; \quad v_3 = \frac{1}{2}$$

Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite arithmétique.

E.6524    On considère les deux suites de nombres ci-dessous où sont donnés les six premiers termes :

a $8 \quad ; \quad 4 \quad ; \quad 2 \quad ; \quad 1 \quad ; \quad \frac{1}{2} \quad ; \quad \frac{1}{4}$

b $1 \quad ; \quad 3 \quad ; \quad 9 \quad ; \quad 18 \quad ; \quad 54 \quad ; \quad 162$

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite est une suite géométrique ?

Si oui, préciser le premier terme et la raison. Sinon, justifier votre rejet de la conjecture.

E.9546    On considère la suite (u_n) définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_n = 4 \times 3^n$$

Remarque : pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, u_n est non-nul.
Ce qui s'écrit aussi : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \neq 0$

① Soit $n \in \mathbb{N}$, simplifier l'expression $\frac{u_{n+1}}{u_n}$.

② En déduire la nature de la suite (u_n) , ainsi que ses éléments caractéristiques.

E.7274    Pour chaque question est définie une suite (u_n) pour tout entier naturel n . Dire si cette suite géométrique ou non en justifiant votre réponse et en donnant, le cas échéant, ses éléments caractéristiques :

a $u_n = 3 \cdot n + 1$

b $u_n = 5^n + 5^{n+1}$

c $u_n = 2 \times \frac{4^n}{3^{n+1}}$

d $u_n = n^{n+1}$

E.7273    On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n explicitement par :

$$u_n = 2^{n+2} + 2^n \quad ; \quad v_n = \frac{4^{n+1}}{3^n}$$

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de chacune de ces deux suites.

18. Suites arithmétiques et modélisation

E.9585    Un constructeur automobile décide de réduire sa production de voiture thermique. Actuellement, sa production est de 80 000 voitures par mois et il décide de la réduire de 3 000 voitures chaque mois. On décide de noter u_0 la production actuelle de voiture thermique de cette entreprise et on note u_n sa production au bout de n mois (où $n \in \mathbb{N}$).

① Préciser la nature de la suite (u_n) ainsi que ces éléments

caractéristiques.

② Donner une formule de récurrence et la formule explicite de la suite (u_n) .

③ Combien faut-il attendre de mois pour que sa production de voitures thermiques passe sous le nombre de 10 000 unités produites par mois ?

Indication : toute trace de recherche, même incomplète sera prise en compte dans cette question.

19. Suites géométriques et modélisation

E.7260    En 2012, la population d'un pays est estimé à 45,5 millions d'habitants. On considère que cette population décroît de 3 % chaque année. On note u_n la population de ce pays à l'année 2012 + n . On vient ainsi de créer une suite (u_n) défini sur $\mathbb{N}$.

① Déterminer la population de ce pays en 2013 et 2014 arrondies au millier près.

② **a** Donner la nature et les éléments caractéristiques de cette suite.

b Donner l'expression du terme u_n en fonction de son rang n .

③ Déterminer la population de ce pays en 2020 arrondie au millier d'habitants près.

E.7024     Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger.

Lors de son ouverture, 500 films sont proposés et chaque mois, le nombre de films proposés aux abonnés augmente de 6 %.

On modélise le nombre de films proposés par une suite géométrique (u_n) où n désigne le nombre de mois depuis l'ouverture du site. On a donc $u_0 = 500$.

① Calculer u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.

② Exprimer u_n en fonction de n .

③ Déterminer la valeur du terme de rang 6 arrondie à l'unité.

E.7270     Le fonctionnement de certaines centrales géothermiques repose sur l'utilisation de la chaleur du sous-sol. Pour pouvoir exploiter cette chaleur naturelle, il est nécessaire de creuser plusieurs puits suffisamment profonds.

Lors de la construction d'une telle centrale, on modélise le tarif pour le forage du premier puits par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul, par :

$$u_n = 2000 \times 1,008^{n-1}$$

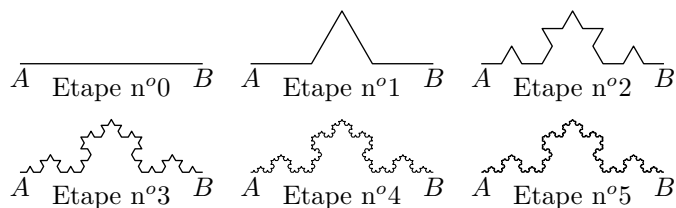
où u_n représente le coût en euros du forage de la n -ième dizaine de mètres.

On a ainsi $u_1 = 2000$ et $u_2 = 2016$, c'est-à-dire que le forage des dix premiers mètres coûte 2000 euros, et celui des dix mètres suivants coûte 2016 euros.

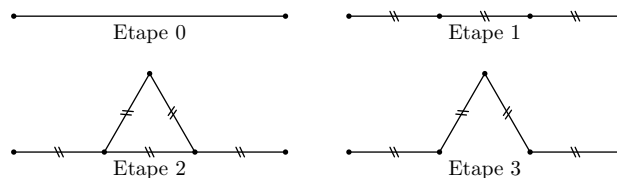
Dans tout l'exercice, arrondir les résultats obtenus au centième.

- 1 Calculer u_3 puis le coût total de forage des 30 premiers mètres.
- 2 Pour tout entier naturel n non nul :
 - a Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et préciser la nature de la suite (u_n) .
 - b En déduire le pourcentage d'augmentation du coût du forage de la $(n+1)$ -ième dizaine de mètres par rapport à celui de la n -ième dizaine de mètres.

E.2928    Ci-dessous sont représentés les six premiers "flocons de Helge Von Koch" représentant un des fractales les plus simples :



Pour passer d'une construction à la suivante, on réalise la manipulation suivante sur chaque segment :



Chaque segment est partagé en trois parties égales (étape 1). On construit un triangle équilatéral sur le segment du milieu (étape 2). On efface le segment du milieu (étape 3).

- 1 a Le passage de l'étape n°0 à l'étape n°1 fait apparaître un triangle équilatéral. Surligner ce triangle en rouge.
 - b Combien de segment comprend la figure de l'étape n°1? Combien de triangles équilatéraux apparaîtront à l'étape n°2? Surligner ces triangles en rouge.
- 2 On note (u_n) la suite numérique dont le terme de rang n est le nombre de segments composant la figure à l'étape n^{ième} :
 - a Justifier par une phrase que la suite (u_n) vérifie la relation : $u_{n+1} = 4 \cdot u_n$
 - b Exprimer le terme u_n en fonction de son rang n .
 - c Combien de segments comprend la figure de l'étape n°5?
- 3 On suppose que le segment $[AB]$ initial a pour longueur 1. On note (v_n) la suite numérique dont le terme de rang n est la longueur de la ligne polygone formant la figure à l'étape n^{ième} :
 - a Justifier par une phrase que la suite (v_n) vérifie la relation : $v_{n+1} = \frac{4}{3} \cdot v_n$
 - b Exprimer le terme v_n en fonction de son rang n .

20. Reconnaître une suite arithmétique et géométrique

E.5859    Les trois suites ci-dessous sont définies pour tout entier n naturel :

- 1 Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (u_n) présentés ci-dessous peuvent être les termes d'une suite arithmétique dont on précisera la raison :

$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = \frac{9}{2} \quad ; \quad u_2 = 7 \quad ; \quad u_3 = \frac{19}{2}$$
- 2 Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (v_n) présentés ci-dessous peuvent être les termes d'une suite géométrique dont on précisera la raison :

$$v_0 = 24 \quad ; \quad v_1 = 6 \quad ; \quad v_2 = \frac{3}{2} \quad ; \quad v_3 = \frac{3}{8}$$
- 3 Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (w_n) ne représentent ni les premiers termes d'une suite arithmétique, ni les premiers termes d'une suite géométrique

$$w_0 = 1 \quad ; \quad w_1 = 2 \quad ; \quad w_2 = 4 \quad ; \quad w_3 = 16$$

E.2402    Ci-dessous sont données les quatre premiers termes de cinq suites définies pour tout entier naturel :

- 1 $u_0 = 3 \quad ; \quad u_1 = 7 \quad ; \quad u_2 = 11 \quad ; \quad u_3 = 15$
- 2 $v_0 = 54 \quad ; \quad v_1 = 6 \quad ; \quad v_2 = \frac{2}{3} \quad ; \quad v_3 = \frac{2}{27}$
- 3 $w_0 = 2 \quad ; \quad w_1 = -6 \quad ; \quad w_2 = 18 \quad ; \quad w_3 = -54$
- 4 $a_0 = 3,25 \quad ; \quad a_1 = 5 \quad ; \quad a_2 = 6,75 \quad ; \quad a_3 = 8,25$
- 5 $b_0 = 2 \quad ; \quad b_1 = 4 \quad ; \quad b_2 = 8 \quad ; \quad b_3 = 16$

Parmi ces suites, pour lesquelles peut-on conjecturer qu'elle soit arithmétique? géométrique? ou alors peut-on affirmer qu'elle ne soit ni arithmétique, ni géométrique.

E.1098    On considère les deux suites (u_n) et (v_n) , où leurs rangs sont des entiers naturels positifs ou nuls ($n \in \mathbb{N}$), définies par les relations suivantes :

- $u_n = n^2 - 2 \cdot n + 2$
- $v_0 = 5$; $v_{n+1} = (v_n)^2 - 3 \cdot v_n$

- 1 Déterminer les quatre premiers termes de chacune de ces deux suites.
- 2 Justifier que ces deux suites ne sont ni des suites arith-

métiques, ni des suites géométriques.

E.7307   

- 1 On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_n = n^2 + n + 2 \quad \text{pour tout entier } n \in \mathbb{N}$$

Établir que la suite (u_n) n'est pas une suite géométrique.

- 2 On considère la suite (v_n) définie par :

$$v_n = \frac{1}{n^2 + 2} \quad \text{pour tout entier } n \in \mathbb{N}$$

Établir que la suite (v_n) n'est pas une suite arithmétique.

21. Exercices non-classés

E.10343    Les deux parties sont indépendantes :

Partie A.

Fabrice possède une pépinière et met en pot un jeune arbre mesurant 54 cm, 8 mois après que l'arbre a fait sa première feuille.

Il l'offre à son fils Alex 4 mois plus tard, l'arbre mesure alors 76 cm. Le père d'Alex lui explique que, chaque mois, la hauteur de l'arbre augmente de manière constante dès qu'il fait sa première feuille et jusqu'à ce qu'il atteigne sa taille maximale.

On note h_n la hauteur, en centimètre, de l'arbre n mois après sa première feuille.

Ainsi, h_0 est la hauteur de l'arbre lorsqu'il fait sa première feuille.

- 1 Quels sont les deux termes de la suite (h_n) donnés dans l'énoncé? (on précisera leur valeur et leur rang)
- 2 Quelle est la nature de la suite (h_n) ? Retrouver ses éléments caractéristiques.
- 3 En déduire l'expression de (h_n) en fonction de n .

- 4 a Calculer h_{24} et interpréter le résultat.

- b Recopier et compléter le programme Python ci-dessous qui doit afficher en console la valeur du terme h_{24} en console :

```
h=...
for i in range(...):
    h = ...
print(h)
```

- 5 Alex devra replanter l'arbre en sol dès que sa hauteur dépassera 1,60 m. Déterminer le nombre de mois nécessaire après l'apparition de sa première feuille.

Partie B.

Soit la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \frac{3n^2 + 16n + 5}{n + 5}$.

- 1 Factoriser le numérateur.
- 2 Simplifier l'expression du terme u_n .
- 3 Prouver que la suite est arithmétique. Donner son premier terme et sa raison.