

1. Puissance

E.11682   Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- (a) $10^5 \times 10^8$ (b) $10^2 \times 10^7$ (c) $10^{14} \times 10^{21}$

E.11683   Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- (a) $10^3 \times 10^{12} \times 10^4$ (b) $(2 \times 10^5) \times (5 \times 10^3)$

E.11684   Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- (a) $\frac{10^5}{10^2}$ (b) $\frac{10^{12}}{10^6}$ (c) $\frac{10^7}{10^4}$ (d) $\frac{10^{21}}{10^{14}}$

E.11685   Simplifier les expressions suivantes :

- (a) $3^5 \times 3^8$ (b) $\frac{7^{10}}{7^6}$ (c) $6^8 \times 6^4$ (f) $\frac{6^7}{6^4}$

E.11686   Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- (a) $3^2 \times 3^4$ (b) $5^8 \times 5^7$ (c) 3×3^4
(d) $\frac{3^5}{3^2}$ (e) $\frac{8^3}{8^2}$ (f) $\frac{7^{12}}{7^5}$

E.11687   Simplifier au maximum l'écriture des expressions suivantes. Le résultat sera donné sous forme d'une puissance :

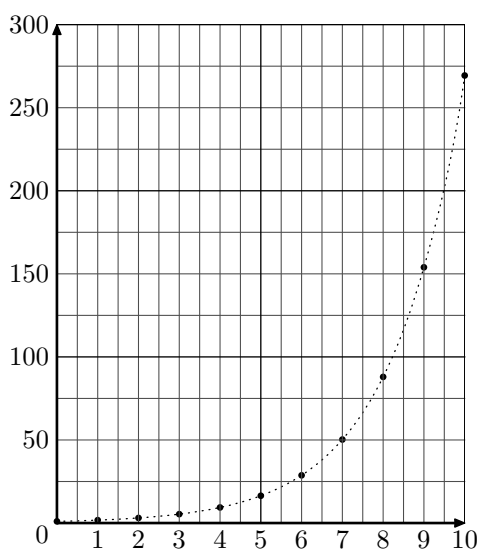
- (a) $6^2 \times 6^3$ (b) $5^3 \times 5^2 \times 5^{-5}$ (c) $3^{-4} \times 3^5$
(d) $\frac{3^2}{3^5}$ (e) $\frac{5^{-4}}{5^2}$ (f) $\frac{6^3}{6^3}$
(g) 6^0 (h) $5^2 \times 3^2$ (i) $1,2^3 \times 5^3$

E.11688   **L'exercice n'existe pas.**

2. Rappels suites géométriques

E.11679   On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 1 et de raison 1,75 définie pour tout entier naturel n positif ou nul.

Ci-dessous est donné, le tableau de valeurs des onze premiers termes de la suite arrondies au millièmes près et leur représentation graphique associée :



	A	B
1	n	u_n
2	0	1
3	1	1,75
4	2	3,063
5	3	5,359
6	4	9,379
7	5	16,413
8	6	28,723
9	7	50,265
10	8	87,964
11	9	153,937
12	10	269,389

- (a) Donner la valeur du produit $u_2 \times u_5$.
La valeur du résultat pouvait-il être prévu? Justifier.

(b) Sans calcul, donner la valeur du produit $u_6 \times u_3$.
- En pointillé, a été tracée la courbe $\mathcal{C}$ reliant les points $(n; u_n)$.
Notons f la fonction admettant la courbe $\mathcal{C}$ pour courbe représentative.

(a) Donner la valeur des images: $f(1)$; $f(3)$
Vérifier que: $f(1+3) = f(1) \times f(3)$.

- (b) Donner un ordre de grandeur de $f(14)$.
(c) On dit que la fonction f a une croissance ...

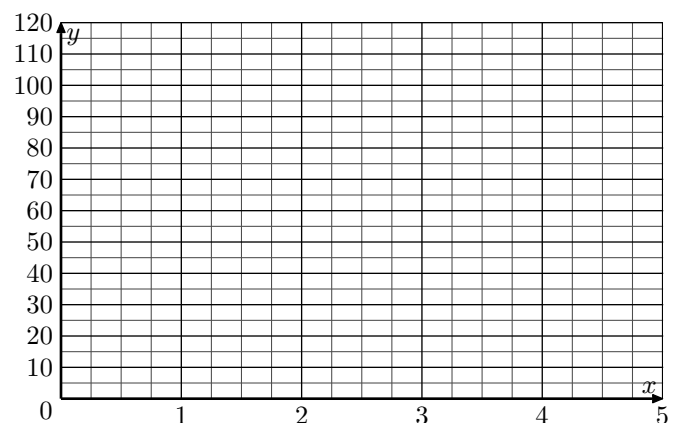
E.11680   On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier n positif ou nul par :

- $u_n = 2,6^n$
- $v_0 = 3$; $v_{n+1} = 1,8 \cdot v_n$

- Donner les éléments caractéristiques des suites (u_n) et (v_n) .
- Compléter le tableau de valeurs, en arrondissant au millièmes près :

n	0	1	2	3	4	5
u_n						
v_n						

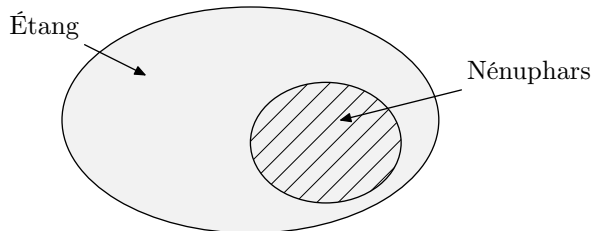
- Tracer la courbe représentative des deux fonctions f et g définies par: $f(x) = 2,6^x$; $g(x) = 1,8^x$



3. Fonctions exponentielles



Albert a acquis un étang d'une surface de 2000 m^2 . Le jour de son anniversaire, un dimanche, il installe des nénuphars sur une surface de 200 m^2 .



- 1 Le dimanche d'après, la surface des nénuphars a augmenté de 40 m^2 .
 - a Quel pourcentage d'augmentation cela représente-t-il ?
 - b Quelle est à présent la surface occupée par les nénuphars ?
- 2 Dans cette question, on suppose que la surface occupée par les nénuphars augmente de 40 m^2 chaque semaine, depuis la date de l'anniversaire, tant que cela est possible.
 - a Quelle sera la surface occupée par les nénuphars 10 semaines après l'anniversaire ?
 - b Est-il possible qu'un dimanche, la surface occupée par les nénuphars soit égale à 580 m^2 ? Justifier.
 - c Au bout de combien de semaines, l'étang sera-t-il entièrement recouvert de nénuphars ?
- 3 Dans cette question, on suppose que la surface occupée par les nénuphars augmente de 20 % chaque semaine, depuis la date de l'anniversaire, tant que cela est possible.
 - a Quelle sera la surface occupée par les nénuphars 2 semaines après l'anniversaire ?
 - b On considère un entier naturel n . Déterminer, en fonction de n , la surface occupée par les nénuphars n semaines après l'anniversaire ?
 - c Au bout de combien de semaines, l'étang sera-t-il entièrement recouvert par les nénuphars ? On pourra s'aider du tableau ci-dessous.

n	0	1	2	3	4	5	6	7
2^n	1	1.2	1.44	1.728	2.0736	2.48832	2.98598	3.58317

n	8	9	10	11	12	13	14	15
2^n	4.2998	5.15976	6.19171	7.43005	8.91606	10.6992	12.83904	15.4084

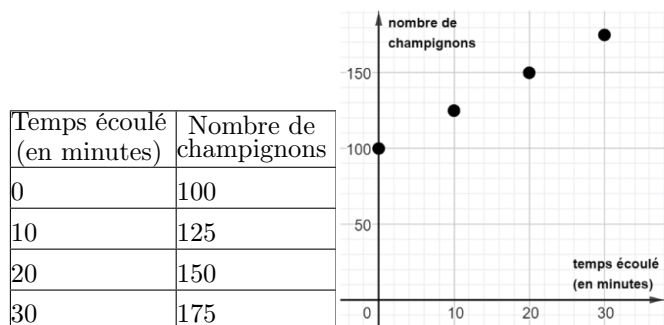
- 4 Réaliser sur votre copie un **schéma** sur lequel apparaissent l'allure des nuages de points traduisant la progression de la surface occupée par les nénuphars, ainsi que dans les cas de la question 2 que dans le cas de la question 3, et faire figurer le moment où, dans chacun des cas, l'étang est complètement recouvert par les nénuphars.



On étudie la croissance d'une population de champignons.

Partie A

Au début de l'expérience, on dispose de 100 champignons. Toutes les dix minutes, on mesure l'évolution de leur nombre. On obtient les résultats suivants.



Soit n un entier naturel. On note u_n le nombre de champignons après n périodes de dix minutes. Ainsi :

$$u_0 = 100 ; u_1 = 125 ; u_2 = 150 \dots$$

- 1 Justifier que les termes u_0, u_1, u_2, u_3 sont en progression arithmétique.
- 2 En supposant que la population de champignons continue d'évoluer selon le même rythme, montrer qu'elle aura quadruplé deux heures après le début de l'expérience.

Partie B

En réalité, on constate que la population de champignons a quadruplé 80 minutes après le début de l'expérience. De nouvelles mesures donnent les résultats suivants.

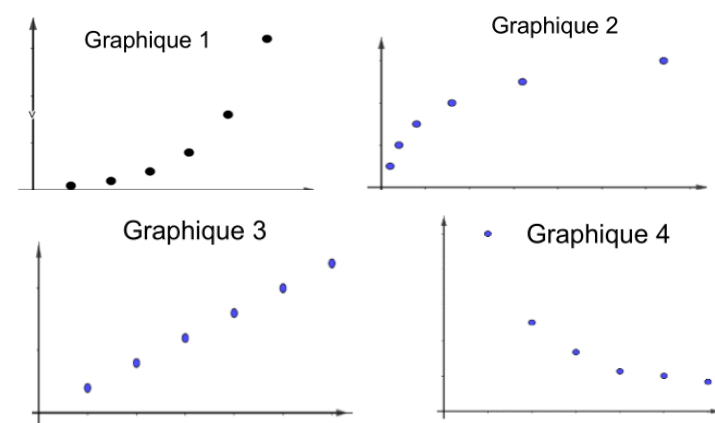
Temps écoulé (en minutes)	Nombre de champignons
0	100
40	200
80	400
120	800

Soit n un entier naturel. On note v_n le nombre de champignons après n périodes de quarante minutes. Ainsi :

$$v_0 = 100 ; v_1 = 200 ; v_2 = 400 \dots$$

- 1 Montrer que les termes v_0, v_1, v_2, v_3 sont en progression géométrique.
- 2 On suppose que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 2.

Indiquer sans justifier lequel des 4 graphiques ci-dessous est susceptible de représenter la suite (v_n) .



- 3 Quel sera le nombre de champignons quatre heures après

le début de l'expérience ?

- 4 Cinq heures après le début de l'expérience, on dénombre environ 18 000 champignons. Est-ce cohérent avec le modèle choisi ?

Aide au calcul

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$