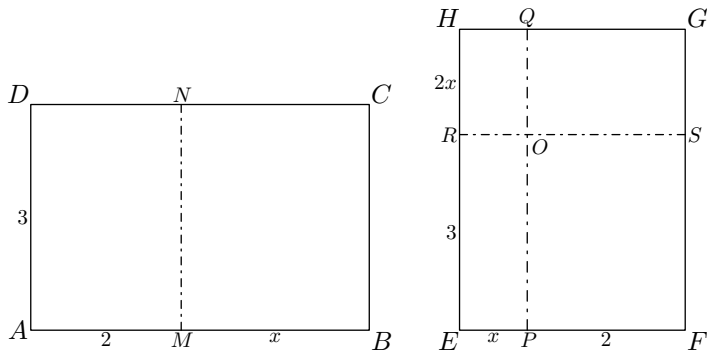


1. Rappels d'algèbres

E.7182   On considère les deux rectangles $ABCD$ et $EFGH$ représentés ci-dessous :



① Le rectangle $ABCD$ a été découpé en deux rectangles : $AMND$ et $BCMN$.

On donne les dimensions :

$$AM=2 \quad ; \quad MN=x \quad ; \quad AD=3$$

Justifier que l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle $ABCD$ peut s'exprimer des deux manières :

$$\mathcal{A} = 3 \cdot x + 6 \quad ; \quad \mathcal{A} = 3 \cdot (x + 2)$$

② Le rectangle $EFGH$ a été découpé en quatre rectangles : $EPOR$, $PFSO$, $SGQO$ et $QHRO$.

On donne les mesures suivantes :

$$EP=x \quad ; \quad PF=2 \quad ; \quad ER=3 \quad ; \quad RH=2x$$

Justifier que l'aire $\mathcal{A}'$ du rectangle $EFGH$ peut s'exprimer des deux manières :

$$\mathcal{A}' = 2x^2 + 7x + 6 \quad ; \quad \mathcal{A}' = (2x + 3)(x + 2)$$

E.7129   Développer les expressions suivantes :

a) $(2x + 1)(x + 1)$ b) $3 \cdot (1 + x) - 2 \cdot (x + 3)$

c) $(2x + 1)^2$ d) $(5x + 2)(x + 2) + 2(1 + x)$

E.7176   Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $3 \cdot (2 \cdot x + 3) + 2 \cdot (4 - x)$ b) $(2 \cdot x - 1)(2 - 3 \cdot x)$

E.7130   Pour chacune des équations ci-dessous, vérifier si le nombre 2 en est une solution :

a) $2x + 5 = 5x - 1$ b) $2(x + 3) + 1 = 15$

c) $2(1 - x)^2 - 4 = 4 - 4x$ d) $x^2 - 4x + 1 = -3$

E.7131   Résoudre les équations ci-dessous :

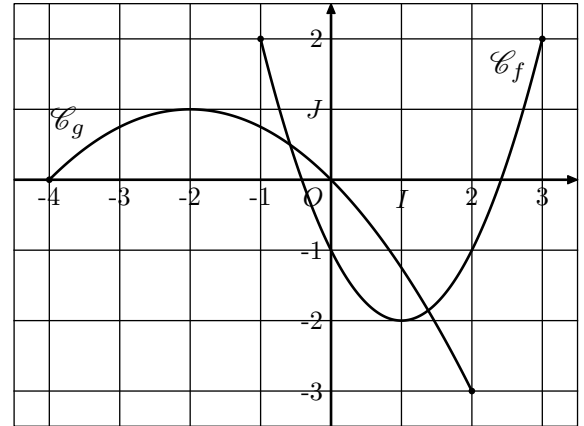
a) $2x + 3 = 6$ b) $5x + 1 = 2x + 7$

c) $3x - 4 = 7x + 4$ d) $(x + 1)^2 = 9$

E.7177   Résoudre les équations suivantes :

a) $3 \cdot x + 2 = 7 - x$ b) $3 \cdot (x - 2) - 2 \cdot (1 - x) = 0$

E.7132   On considère deux fonctions f et g représentées ci-dessous dans un repère $(O; I; J)$ respectivement par les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$:



Ci-dessous sont proposés deux tableaux de variations.

x	...	...	...
Variation de ...	↗	↘	↗

x	...	...	...
Variation de ...	↘	↗	↘

Compléter les pointillés dans chacun de ses tableaux de variations.

E.11428  

① a) On considère la fonction f affine définie par : $f(x) = 3x - 4$

Compléter le tableau de signe de la fonction f :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

b) On considère la fonction g affine définie par : $g(x) = -2x + 1$

Compléter le tableau de signe de la fonction g :

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$		

2. Ecriture d'un polynôme du second degré

E.7158   Écrire chacune des polynômes ci-dessous sous la forme : $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

a) $3 \cdot x^2 + 5 - 2 \cdot x$

b) $5 - x + 3 \cdot x^2$

c) $2 \cdot x + 1 - x^2 + 3 \cdot x$

d) $3 \cdot x^2 - 1 + x + 3$

e) $2 \cdot (x^2 + x) + 3 \cdot (3 - x)$

f) $(x + 1)(2 - x)$

E.7159  

1 Développer les expressions suivantes :

a $(x-3)(x-1)$ b $(x-2)^2 - 1$

2 Développer les expressions suivantes :

3. Forme canonique

E.7160  

Proposition-définition : pour tout polynôme $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ du second degré, il existe deux nombres réels α et β tels que :

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = a \cdot (x + \alpha)^2 + \beta$$

Cette expression s'appelle **forme canonique** de ce polynôme.

1 a Montrer que $(x-3)^2 - 4$ est la forme canonique du polynôme $x^2 - 6 \cdot x + 5$

b Montrer que $(x+1)^2 - 4$ est la forme canonique du polynôme $x^2 + 2 \cdot x - 3$

c Montrer que $(x-3)^2 - 25$ est la forme canonique du polynôme $x^2 - 6 \cdot x - 16$

Définition : soit $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ un polynôme du second degré. On appelle racine de ce polynôme, tout nombre x tel que : $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

a $2 \cdot (x+2)(x+4)$

b $2 \cdot (x+3)^2 - 2$

3 Développer les expressions suivantes :

a $-(x-5)(x-1)$

b $4 - (x-3)^2$

Méthode : pour déterminer les racines d'un polynôme, on se sert de sa forme canonique. Prenons pour exemple, l'expression de la question a :

$$x^2 - 6 \cdot x + 5 = 0$$

$$(x-3)^2 - 4 = 0$$

$$(x-3)^2 = 4$$

$$(x-3)^2 = 2^2$$

On utilise la propriété suivante : "Deux nombres dont les carrés sont égaux sont soit égaux, soit opposés".

On en déduit les deux équations :

$$x - 3 = 2$$

$$x - 3 = -2$$

$$x = 2 + 3$$

$$x = -2 + 3$$

$$x = 5$$

$$x = 1$$

Ainsi, le polynôme $x^2 - 6 \cdot x + 5$ admet les deux racines 1 et 5.

2 En utilisant la même méthode,

b Montrer que le polynôme $x^2 + 2 \cdot x - 3$ admet pour racine -3 et 1.

c Montrer que le polynôme $x^2 - 6 \cdot x - 16$ admet pour racine -2 et 8.

E.7178



Recopier et compléter les pointillés de chaque égalité afin d'obtenir la forme canonique de chacun des polynômes :

a $x^2 + 4 \cdot x - 1 = (x+2)^2 + \dots$

b $2 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 10 = 2 \cdot (x - \dots)^2 + 2$

E.7179



On souhaite résoudre l'équation : $x^2 + 6x - 7 = 0$

1 Établir l'égalité : $x^2 + 6x - 7 = (x+3)^2 - 16$

2 En déduire les deux solutions de l'équation $x^2 + 6 \cdot x - 7 = 0$

4. Discriminant

E.7706  

Définition : le **discriminant** d'un polynôme $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ du second degré est un nombre qui se calcule à l'aide des coefficients du polynôme : $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

Compléter le tableau ci-dessous pour chacun des polynômes du second degré :

	a	b	c	$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
$x^2 + x + 1$				
$-0,5 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1$				
$x^2 + 4$				
$2 \cdot x^2 - 3 \cdot x - 1$				

E.7161   Compléter le tableau ci-dessous pour chacun des polynômes du second degré :

	a	b	c	$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
$2 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 1$				
$-x^2 + 7 \cdot x + 3$				
$x^2 - 5 \cdot x + 4$				
$2 \cdot x^2 - 4 \cdot x - 1$				
$-x^2 - x - 1$				
$x^2 + 7$				

E.7162   Déterminer le discriminant des polynômes du second degré ci-dessous :

- a) $x^2 + 2x + 4$ b) $2x^2 + 4x + 1$ c) $x^2 - 2x + 1$
 d) $-2x^2 + 2x + 1$ e) $x^2 - x - 1$ f) $3x^2 + x - 2$

E.7180   Déterminer le discriminant des polynômes ci-dessous :

- a) $2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 3$ b) $-x^2 + 5 \cdot x - 4$

5. Equation du second degré

E.7163  

Définition : les **racines** d'un polynôme sont les valeurs annulant ce polynôme.

Proposition : pour un polynôme $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ du second degré, le nombre de racines existantes dépend du discriminant :

$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
Aucune solution	1 solution $-\frac{b}{2 \cdot a}$	2 solutions $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} ; \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$

Résoudre les équations suivantes :

- a) $x^2 + 2x - 35 = 0$ b) $2x^2 + 8x + 6 = 0$
 c) $5x^2 - 3x + 2 = 0$ d) $9x^2 - 24x + 16 = 0$
 e) $-2x^2 + 3x - 5 = 0$ f) $3x^2 + 12x + 9 = 0$

E.7164   Résoudre les équations suivantes :

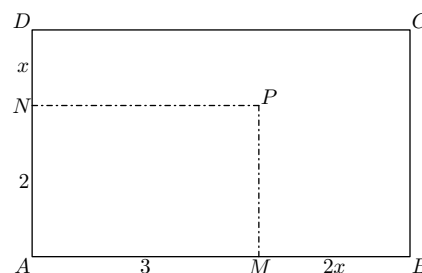
- a) $3x^2 + 9x + 6 = 0$ b) $3x^2 - 4x + 2 = 0$
 c) $-x^2 + 2x + 3 = 0$ d) $2x^2 - 4x + 2 = 0$
 e) $x^2 + 12x + 27 = 0$ f) $2x^2 + 12x + 10 = 0$

E.7181   Résoudre les équations suivantes :

- a) $-2x^2 + 2x + 4 = 0$ b) $2 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 2 = 0$

E.7170   On note x une mesure indéterminée. On considère le rectangle $ABCD$ représenté ci-dessous où :

$$AM = 3 ; MB = 2x ; AN = 2 ; ND = x$$

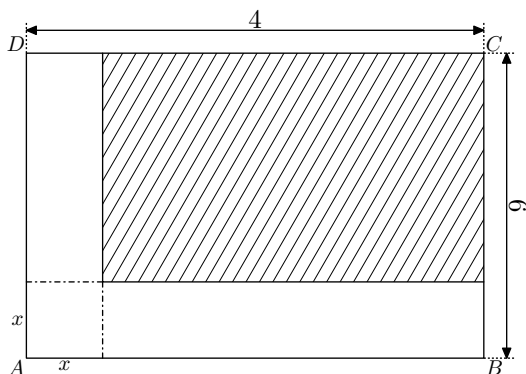


- Dans le cas particulier où $x = 2$, établir que l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle $ABCD$ a pour mesure 28.
- On se place dans le cas général où x représente un nombre indéterminé :
 - Montrer que l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle $ABCD$ a pour valeur :
 $\mathcal{A} = 2 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 6$
 - Déterminer la ou les valeurs de x afin que l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle $ABCD$ a pour valeur 36.

E.7171



On note x une mesure indéterminée et on considère le rectangle $ABCD$, de dimensions 6 et 4, représenté ci-dessous :



où un rectangle, domaine représenté rayé, obtenue en réduisant les dimensions de $ABCD$ de x .

On note $\mathcal{A}$ l'aire du rectangle représenté rayé.

- ① Démontrer que l'aire $\mathcal{A}$ s'exprime par :
 $\mathcal{A} = x^2 - 10 \cdot x + 24$
- ② Déterminer la valeur de x afin que $\mathcal{A}$ ait pour valeur 8.

6. Rappels sur les tableaux de signes

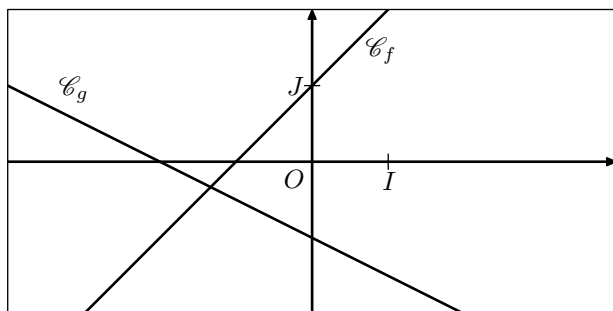
E.7173



on considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = x + 1 \quad ; \quad g(x) = -0,5 \cdot x - 1$$

Dans le repère $(O; I; J)$ donné ci-dessous, sont représentés les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ représentatives des fonctions f et g .



Sans justification, compléter les tableaux de signes des fonctions f et g :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$		

E.7172



Compléter le tableau de signes de chacune des expressions E :

x	$-\infty$	-3	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$2x + 1$			0	
$3 + x$		0		
$E = (2x + 1)(3 + x)$		0	0	

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	2	$+\infty$
$x - 2$				
$4x - 3$				
$E = (x - 2)(4x - 3)$				

x	$-\infty$	$+\infty$
$2 + x$		
$2 - x$		
$E = (2 + x)(2 - x)$		

7. Tableau de signes

E.7174



Proposition : le tableau de signes d'un polynôme du second degré dépend du signe du coefficient du terme du second degré et du signe du discriminant.

Les six possibilités sont représentées ci-dessous :

	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$ α et β sont les deux racines
$a > 0$	Signes $-\infty$ $+$ $+\infty$ ----- $+$	Signes $-\infty$ $-b/2a$ $+\infty$ ----- $+$ 0 $+$	Signes $-\infty$ α β $+\infty$ ----- $+$ 0 $-$ 0 $+$
$a < 0$	Signes $-\infty$ $-$ $+\infty$ ----- $-$	Signes $-\infty$ $-b/2a$ $+\infty$ ----- $-$ 0 $-$	Signes $-\infty$ α β $+\infty$ ----- $-$ 0 $+$ 0 $-$

Dresser le tableau de signes de chacune des expressions suivantes :

- (a) $x^2 + x - 6$ (b) $2x^2 - 3x + 1$
 (c) $3x^2 + 3x - 6$ (d) $-x^2 + x + 2$
 (e) $-2x^2 + 12x - 18$ (f) $3x^2 - 5x - 2$

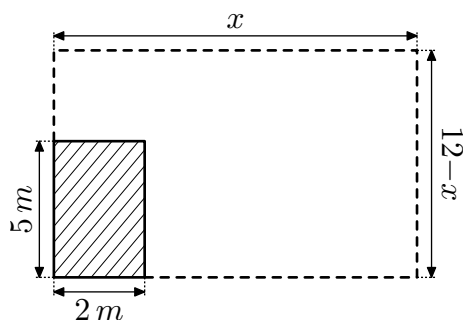
8. Inéquations

E.7198   Résoudre les inéquations suivantes :

- (a) $x^2 - 3x + 2 > 0$ (b) $x^2 - x - 2 < 0$
 (c) $-9x^2 + 12x - 4 \leq 0$ (d) $5x^2 + 4x - 1 < 0$
 (e) $-4x^2 + 2x + 2 \geq 0$ (f) $-x^2 + x - 3 > 0$

9. Problèmes

E.7200   Dans son champ, un agriculteur possède un poulailler de forme rectangulaire et de dimensions 5 m et 2 m . Il souhaite construire un enclos (représenté en pointillée) comme l'indique la figure ci-dessous avec 17 m de clôture :



Le poulailler est représenté par la partie hachurée, la clôture est représentée en pointillés et la partie extérieure dédiée aux poules est représentée par la partie blanche.

On note $\mathcal{A}$ l'aire de la partie extérieure.

- (1) Justifier que l'aire $\mathcal{A}$ de l'espace extérieur a pour expression : $\mathcal{A}(x) = -x^2 + 12x - 10$

10. Partage

E.11622   

- Sur un axe gradué en mètres, on organise une course entre une tortue et un escargot.
- La tortue part du point d'abscisse $x = 0$. Elle se déplace vers la droite à une vitesse de 2 mètres par minute.
- L'escargot part du point d'abscisse $x = 12$. Il se déplace vers la droite à une vitesse de 50 centimètres par minute.
- Les deux concurrents partent en même temps.

E.7175   Dresser le tableau de signes des expressions suivantes :

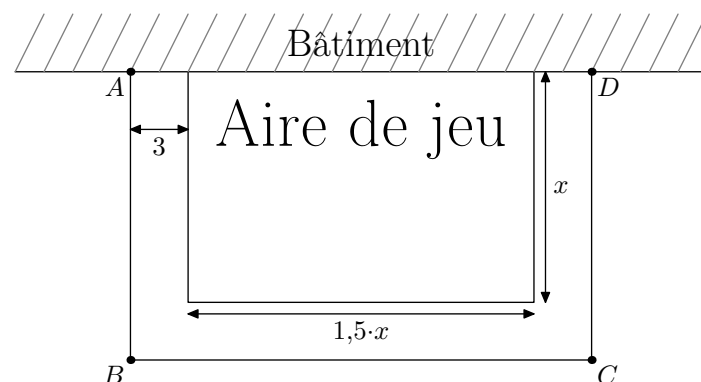
- (a) $2x^2 + 3x - 5$ (b) $6x^2 + x - 1$
 (c) $-2x^2 + 4x + 6$ (d) $-3x^2 - 3x - 1$

E.7199   Résoudre les inéquations suivantes :

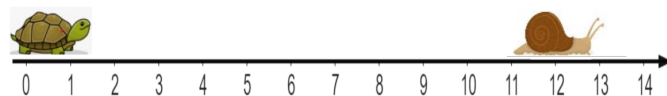
- (a) $x^2 + 5x + 4 < 0$ (b) $-x^2 - x + 6 < 0$
 (c) $4x^2 + 4x + 1 > 0$ (d) $-2x^2 + 5x + 3 > 0$
 (e) $4x^2 - 3x + 2 \leq 0$ (f) $12x^2 + 12x + 3 \leq 0$

- (2) Pour quelles valeurs de x , l'espace extérieure a une aire de 25 m^2 .

E.7201   On veut construire le long d'un bâtiment une aire de jeu rectangulaire. De plus, on souhaite que les dimensions de ce rectangle soient supérieures ou égales à 10 m . Cet espace de jeu est entouré sur trois côtés d'une allée de 3 m de large comme l'indique le croquis ci-dessous.



- (1) Exprimer l'aire totale du terrain (en incluant les allées).
 (2) Pour quelle valeur de x , l'aire $\mathcal{A}$ mesure 84 m^2 .



À quel endroit la tortue rattrapera-t-elle l'escargot ?

(Toute trace de recherche, même infructueuse, sera prise en compte).

E.11623

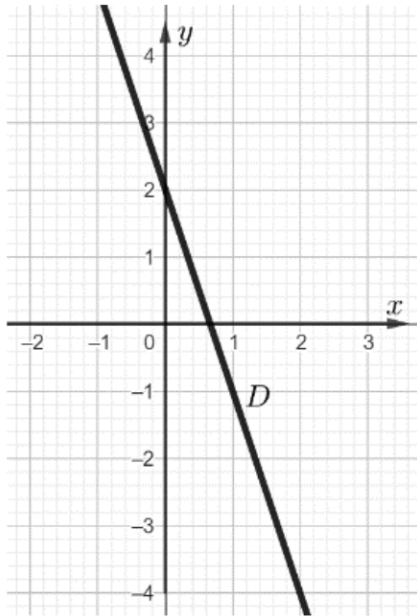


- 1 Le volume d'un glacier diminue de 3 % chaque année.

Si $V(n)$ désigne le volume du glacier pour l'année n , on a :

- a $V(n+1) = V(n) - 0,03$
- b $V(n+1) = 0,03 \times V(n)$
- c $V(n+1) = 0,97 \times V(n)$
- d $V(n+1) = V(n) - 0,97$

- 2 Dans un repère du plan on a représenté une droite. Le coefficient directeur de cette droite est égal à :



- a -3
- b -1
- c 2
- d 3

- 3 Dix stylos coûtent en tout 13 euros. Le prix de trois stylos est égal à :

- a 3,60 euros
- b 6,90 euros
- c 3,90 euros
- d 6,50 euros

- 4 Une athlète parcourt 1 km en 5 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne ?

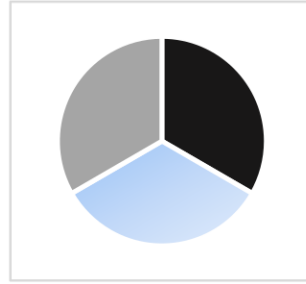
- a 8 km/h
- b 10 km/h
- c 12 km/h
- d 14 km/h

- 5 Sur 60 personnes présentes à une exposition, on distingue trois groupes :

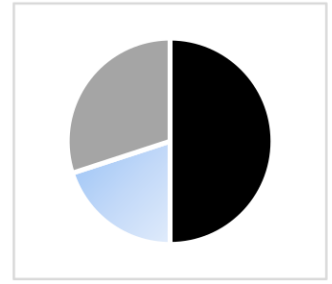
- groupe A : 30 personnes
- groupe B : 12 personnes
- groupe C : les autres.

Quelle représentation décrit la situation ?

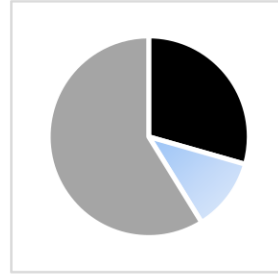
a)



b)



c)



d)



- 6 Donner un ordre de grandeur de 101×99 :

- a 100
- b 1 000
- c 10 000
- d 100 000

- 7 Un prix augmente de 20% puis diminue de 20%.

Après ces deux évolutions, on peut affirmer que :

- a Le prix est égal à sa valeur de départ.
- b Le prix est strictement supérieur à sa valeur de départ.
- c Le prix est strictement inférieur à sa valeur de départ.
- d On ne peut pas savoir : cela dépend de la valeur de départ.

- 8 Par combien faut-il multiplier une quantité positive pour que celle-ci diminue de 2,3% ?

- a 1,23
- b 0,977
- c 0,77
- d 1,023

- 9 Dans un lycée, 50 élèves étudient le Grec, ce qui représente 4% du nombre d'élèves inscrits dans ce lycée.

Le nombre d'élèves inscrits dans ce lycée est égal à :

- a 2
- b 200
- c 125
- d 1250

- 10 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
 $f(x) = -2x^2 + 3x + 1$.

L'image de -1 par la fonction f est égale à :

- a 0
- b 2
- c -2
- d -4

- 11 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
 $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$.

Un antécédent de 0 par la fonction f est :

- a 1
- b -1
- c 0
- d 2

- 12 On considère : $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}$

- a $A = 0$
- b $A = -\frac{1}{6}$
- c $A = \frac{2}{3}$
- d $A = -1$