



1. Entiers, diviseurs, multiples

E.8244 Compléter le tableau par des croix pour indiquer si les entiers présentés sont divisibles par 2, 3, 5, 9.

Entiers	123	504	205	1433	2430
Divisible par 2					
Divisible par 3					
Divisible par 5					
Divisible par 9					

E.8245 1 Donner l'expression des fractions ci-dessous sous forme irréductible :

(a) $\frac{14}{26}$ (b) $\frac{66}{27}$ (c) $\frac{15}{55}$ (d) $\frac{56}{40}$

2 Effectuer les opérations ci-dessous en simplifiant au préalable chacun des termes du calcul :

(a) $\frac{15}{25} + \frac{9}{15}$ (b) $\frac{42}{14} - \frac{36}{12}$

E.8243

L'entier 10 possède 4 diviseurs qui sont :
1 ; 2 ; 5 ; 10.

Compléter le tableau ci-dessous :

Entier x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de diviseurs de x									4		

E.8250 Parmi les nombres ci-dessous, lequel admet exactement 5 diviseurs :

10 25 35 81 125

E.8251 Parmi les nombres ci-dessous, lequel admet exactement 4 diviseurs :

24 28 49 64 343

E.10545 Je suis un nombre divisible par 5 et par 7, je suis plus petit que 100 et je possède 8 diviseurs. Qui suis-je?

E.8252 Je suis un nombre divisible par 6 et par 21, je suis plus petit que 100 et je possède 8 diviseurs. Qui suis-je?

E.8246

Indication : dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

"Le nombre caché :

- Je suis un nombre entier compris entre 100 et 400.
- Je suis pair.
- Je suis divisible par 11.
- J'ai aussi 3 et 5 comme diviseur.

Qui suis-je?"

Expliquer une démarche permettant de trouver le nombre caché, et donner sa valeur.

E.11744

1 Compléter les pointillés :

$13 = \dots \times 3 + 1$ $17 = \dots \times 3 + 2$
 $14 = 4 \times 3 + \dots$ $18 = 6 \times 3 + \dots$
 $15 = \dots \times 3$ $19 = \dots \times 3 + 1$
 $16 = 5 \times 3 + \dots$ $20 = 6 \times 3 + \dots$

2 Que peut-on dire de l'écriture des nombres multiples de 3?

2. Entiers pairs et impairs

E.1771 1 (a) Effectuer les divisions euclidiennes ci-dessous (et pas les divisions décimales) et compléter la relation indiquée sous chacune d'elles :

15	2	28	2	131	2	206	2

(b) Compléter les relations suivantes en lien avec la ques-

tion (a) :

- $15 = \dots \times 2 + \dots$ • $28 = \dots \times 2 + \dots$
- $131 = \dots \times 2 + \dots$ • $206 = \dots \times 2 + \dots$

2 Que peut-on dire du reste de la division euclidienne par 2 d'un nombre pair? du reste de la division euclidienne par 2 d'un nombre impair?

E.8261    Compléter les deux tableaux à double entrée suivants :

+	Pair	Impair
Pair		
Impair		

×	Pair	Impair
Pair		
Impair		

E.8259    Compléter sans justification les phrases suivantes à l'aide des mots **pair**, **impair**, **quelconque**.

- La somme de deux entiers pairs est un entier
- La somme de deux entiers impairs est un entier
- Le produit de deux entiers impairs est un entier
- Le produit d'un entier pair par un entier impair est un entier

E.8267    Sans justification, dire si les assertions suivantes sont vraies, fausses ou indécidables :

3. Parité et manipulations algébriques

E.8256   

① (a) Soit k et k' deux entiers relatifs ($k, k' \in \mathbb{Z}$), développer et réduire l'expression : $(2 \cdot k + 1)(2 \cdot k' + 1)$

(b) En déduire la parité du produit de deux entiers impairs.

② En déduire la parité du carré d'un nombre impair.

E.3027    Montrer que la somme de quatre entiers consécutifs est un entier pair.

E.9468    Montrer que, pour tout entier n impair, l'expression :

$$3 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 1$$

définit un entier pair.

E.9469    Montrer que, pour tout entier n , l'expression :

$$n^2 + 3 \cdot n$$

est un entier pair.

E.233    Dans cet exercice, nous utiliserons le fait que tout entier naturel pair (*resp.* impair) s'écrit sous la forme $2 \times n$ (*resp.* $2 \times n + 1$) où n est un entier naturel.

Démontrer les assertions suivantes :

- La somme de deux entiers impairs est un entier pair.
- Le produit d'un entier pair par un entier impair est pair.
- Le produit de deux entiers consécutifs est un entier pair.
- La somme de cinq entiers consécutifs est un multiple de 5.

E.11259    On considère l'entier A défini par :

$$A = (n + 1)^2 - (n - 1)^2 \quad \text{où } n \in \mathbb{N}.$$

Montrer que, pour tout entier n , l'entier A est un multiple de 4.

- La somme de deux entiers impairs est un entier pair.
- Le produit d'un entier pair par un entier impair est pair.
- Le produit de deux entiers consécutifs est un entier pair.
- La somme de cinq entiers consécutifs est un multiple de 5.

E.8361   

Rappel : parité des opérations :

+	Pair	Impair
Pair	Pair	Impair
Impair	Impair	Pair

×	Pair	Impair
Pair	Pair	Pair
Impair	Pair	Impair

Soit a un nombre entier tel que l'entier $a^2 + 9$ est un nombre pair.

Que peut-on dire de la parité de l'entier a ? Justifier.

E.11291   

① Recopier et compléter les pointillés afin que l'expression de gauche soit égale à celle de droite :

$$(2 \cdot k + 1)^2 = 2(\dots\dots\dots) + 1$$

② L'identité de la question précédente permet d'affirmer :
 "Le carré de est un entier"

Recopier et compléter la phrase ci-dessus.

E.11445    Soit a et b deux entiers impairs. Montrer que l'entier $a^2 + b^2 + 6$ est un multiple de 8.

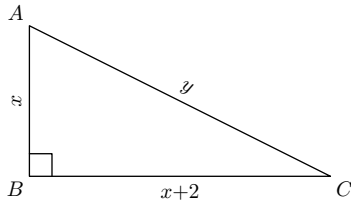
E.11257    Montrer que l'entier précédent le carré de tout entier impair est un multiple de 4.

Indication : le but de cet exercice est de généraliser l'observation suivante :

$$3^2 - 1 = 8 = 2 \times 4 \quad ; \quad 5^2 - 1 = 24 = 6 \times 4 \quad ; \quad 7^2 - 1 = 48 = 12 \times 4$$

$$9^2 - 1 = 80 = 20 \times 4 \quad ; \quad 11^2 - 1 = 120 = 30 \times 4 \quad ; \quad 13^2 - 1 = 168 = 42 \times 4$$

E.9479    On considère le triangle ABC rectangle en B , représenté ci-dessous, tel que $BC = AB + 2$ et ses mesures soient entières :



On modélise la situation en notant $AB = x$ et $AC = y$.

- 1  Exprimer y^2 en fonction de x sous la forme d'une expression développée et réduite.
-  En déduire que l'entier y est pair.
- 2  Justifier que $2 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 4$ est un multiple de 4.
-  En déduire que l'entier x est pair.
- 3 Compléter l'algorithme ci-dessous nous donnant les valeurs de x et de y (avec $y < 1000$) réalisant les dimensions de ce triangle :

```
import math
for x in range(...):
    y=math.sqrt(...)
```

```
if math.floor(...)==...:
    print(x,y)
```

E.8260    

- 1 Soit M un entier naturel, impair non premier. On suppose que $M = a^2 - b^2$ où a et b sont deux entiers naturels.
Montrer que a et b n'ont pas la même parité.
- 2 Soit N un entier admettant la factorisation :
 $N = p \times q$
On suppose que cette factorisation est liée à deux entiers a et b permettant l'identité :
 $p = (a + b)$; $q = (a - b)$
 -  Exprimer les entiers a et b en fonction de p et de q .
 -  Justifier que les entiers p et q sont de même parité.
 -  En déduire l'écriture de l'entier N sous la forme d'une différence de carrés, en fonction de p et de q .
- 3 Ecrire, sous trois formes différentes, l'entier 63 comme soustraction de carrés.

E.9470    Montrer que pour tout entier k , l'entier $k^2 + k$ est pair.

4. Nombres premiers

E.1721    Le crible d'Ératosthène (*III^{ème} siècle avant J.C.*) permet de trouver facilement les entiers premiers à partir d'une liste.

- 1  Justifier que 2 est un entier premier.
-  Dans le tableau ci-dessous, hachurer toutes les cases dont l'entier est un multiple de 2 (*ne pas hachurer la case "2"*).
- 2  Justifier que 3 est un entier premier.
-  Dans le tableau ci-dessous, hachurer toutes les cases dont l'entier est un multiple de 3 (*ne pas hachurer la case "3"*).
- 3  La case blanche suivant la case du 3 est la case du 5 : justifier, à l'aide de cette observation, que 5 est un entier premier.
-  Hachurer toutes les cases multiples de 5, sauf la case "5".
- 4  Dans le tableau ci-dessous, quel est la case blanche succédant à "5" ?
Justifier également, en se servant de l'observation du tableau, que 7 est un entier premier.
-  Hachurer tous les multiples de l'entier 7 dans le tableau (*à l'exception de la case "7"*).
- 5 Continuer le travail pour hachurer dans le tableau tous les nombres entiers non-premiers présents parmi les nombres entiers de 1 à 100.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

E.8253   

Définition :

- L'ensemble des entiers positifs ou nul s'appelle l'**ensemble des entiers naturels** et se note $\mathbb{N}$.
Ainsi : $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$
- On dit qu'un entier naturel n ($n \in \mathbb{N}$) est un **entier premier** s'il n'admet que deux diviseurs 1 et lui-même.
 - ▶ L'entier 7 est un entier premier, car il admet pour diviseur : 1 et 7.
 - ▶ L'entier 9 n'est pas un entier premier, car il admet 3 diviseurs : 1, 3 et 9.

- 1 Justifier que les nombres 32 et 63 ne sont pas des entiers premiers.
- 2 Justifier que le nombre 17 est un entier premier.

E.1722    Un entier naturel est dit premier s'il admet comme diviseur uniquement 1 et lui-même : 3 est un

entier premier, car ses seuls diviseurs sont 1 et 3.

- 1 Parmi les entiers ci-dessous, lesquels sont premiers?
2 ; 4 ; 7 ; 12

- 2 Donner tous les entiers premiers de 1 à 25.

E.8248   

- 1 Citer les dix entiers premiers inférieurs ou égaux à 30.
- 2 Parmi les nombres ci-dessous lesquelles sont des entiers premiers.

33 47 51 28 39 49 85

E.8255    Justifier que chacune des phrases ci-dessous est une assertion fausse :

- 1 La somme de deux entiers premiers est un entier premier.
- 2 La différence de deux entiers premiers est un entier premier.
- 3 Le produit de deux entiers premiers est un entier premier.

5. Décomposition en produit de facteurs premiers

E.240    Nous allons étudier l'algorithme de décomposition en produit de facteurs premiers les entiers.

- 1 Citer les huit entiers premiers inférieurs à 20.

Le tableau ci-contre représente l'algorithme de décomposition en produit de facteurs premiers de 30 :

30	2	$30 \div 2 = 15$
15	3	$15 \div 3 = 5$
5	5	$5 \div 5 = 1$
1		

- ▶ La colonne de gauche représente l'entier 30 et les quotients successifs obtenus.
- ▶ La colonne de droite représente les diviseurs utilisés ; on remarquera qu'on utilise que des nombres entiers premiers.

L'algorithme s'arrête lorsqu'on obtient 1 dans la colonne de gauche.

- 2 a Justifier, à la vue du tableau ci-dessus, l'égalité suivante :

$$\frac{30}{2} = 15$$

$$\frac{15}{3} = 5$$

$$\frac{5}{5} = 1$$

- b Soit x un nombre réel et a , b et c trois nombres réels non-nul, établir l'égalité suivante :

$$\frac{\frac{x}{a}}{\frac{b}{c}} = \frac{x}{a \times b \times c}$$

- c Dédire des questions précédentes, que la décomposition en facteurs premiers de 30 est :
 $30 = 2 \times 3 \times 5$

E.7122   

- 1 Utiliser l'algorithme précédent afin de déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers suivants :

a 84 b 144 c 140 d 196

- 2 En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers des produits suivant :

a 84×144 b 140×196

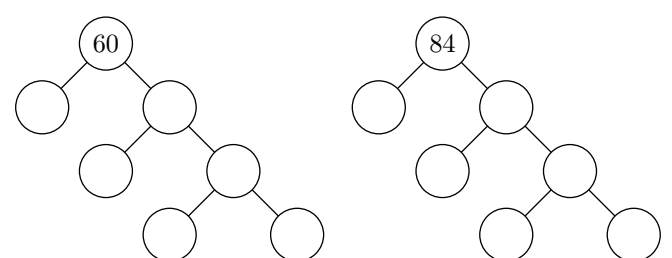
E.255    Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des trois entiers ci-dessous :

a 16×25 b 34×12 c $72 \times 18 \times 10$ d 32×121

6. Produit de facteurs premiers, diviseurs et multiples

E.11288   

- 1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 60 et 84.



- 2 En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers

miers de 5040.

Indication, on remarquera : $60 \times 84 = 5040$

E.9578    Voici la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 360 : $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

1 Justifier que les entiers suivants sont des diviseurs de 360 :

- a** $2^1 \times 3^2$ **b** 2×5 **c** $2^2 \times 3^0 \times 5$

7. Produit de facteurs premiers et réduction de fractions

E.8424   

1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres 60 et 450.

2 En déduire l'expression simplifiée du quotient $\frac{60}{450}$

3 Effectuer la somme : $\frac{1}{60} + \frac{1}{450}$

E.234   

1 Donner la décomposition en produits de facteurs premiers des entiers 108 et 30.

2 Mettre en avant votre démarche pour les deux questions suivantes :

a Simplifier la fraction $\frac{30}{108}$.

b Effectuer la soustraction ci-dessous et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$\frac{5}{108} - \frac{7}{30}$$

E.1805   

1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 20 et 135.

2 Répondre aux questions ci-dessous en justifiant la démarche ou en indiquant les étapes des calculs :

a Simplifier la fraction $\frac{20}{135}$.

b Effectuer la soustraction suivante : $\frac{7}{20} - \frac{8}{135}$

8. Puissances

E.7123   

1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers : 16 ; 24

2 **a** Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers du produit : 16×24 .

b Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers du produit : $16^3 \times 24^2$.

3 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers du quotient : $\frac{24^5}{16^2}$.

2 Parmi les entiers suivants, quels sont les diviseurs de 360 :

a $2^0 \times 3^0 \times 5^0$

b $2^4 \times 3$

c 2×5^2

d $2^3 \times 3^2 \times 5$

3 Quelles conditions, sur les exposants, peut-on donner à l'entier $2^n \times 3^n \times 5^p$ pour qu'il soit un diviseur de 360 ?

E.9529   

1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 36.

2 On donne la décomposition en produit de facteurs premiers suivante : $56 = 2^3 \times 7$

a Donner le plus grand diviseur commun à 36 et 56.

b En déduire l'expression réduite de l'expression $\frac{36}{56}$

3 On donne la décomposition en produit de facteurs premiers suivante : $42 = 2 \times 3 \times 7$

a Donner les valeurs des entiers naturels a, b, c tels que l'entier $n = 2^a \times 3^b \times 7^c$ soit le plus petit multiple de 36 et 42.

b En déduire la somme de : $\frac{1}{36} + \frac{1}{42}$

E.3361   

1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers suivants :

a 2016

b 2100

c 864

2 Effectuer les opérations suivantes et donner le résultat sous forme simplifiée :

a $\frac{2016}{2100}$

b $\frac{1}{2100} + \frac{1}{864}$

E.9466    Simplifier l'écriture des entiers suivants sous forme de produit de facteurs premiers :

a $18 \times 15^2 \times 9 \times 82$

b $9^2 \times 15^{-2} \times 4^4$

E.3362    Simplifier l'écriture des entiers suivants sous forme de produit de facteurs premiers :

a $\frac{5 \times 3^4 \times 12^2}{21^2 \times 15^3}$

E.26 🔑 🍷 📖

1 Dites si les nombres suivants sont des cubes d'entier naturel :

- (a) 9 (b) 27
(c) $3^3 \times 7^3$ (d) $11^9 \times 19^6 \times 67^3$ (e) $2^2 \times 5^3 \times 11$

2 (a) Trouver le nombre b tel que $180 \times b$ soit le cube d'un entier naturel

(b) Ce nombre b est-il unique?

E.235 🔑 🍷 📖 En utilisant la décomposition en pro-

duit de facteurs premiers, donner une écriture des nombres ci-dessous sous la forme :

$2^m \times 3^n \times \dots$ où les exposants sont des entiers relatifs.

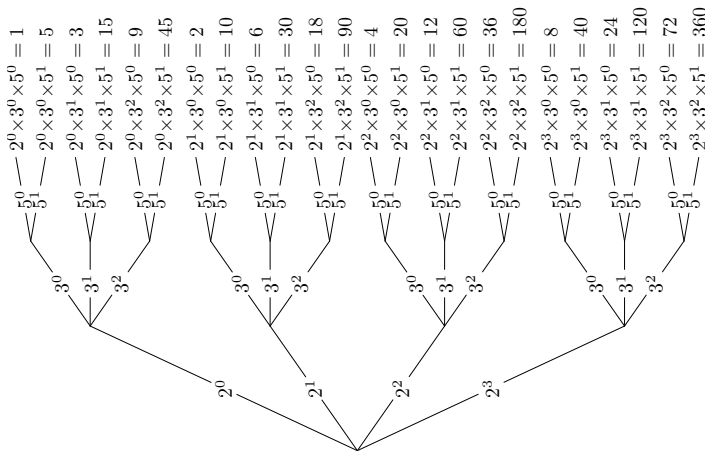
- (a) $\frac{9}{24}$ (b) $\frac{28^2}{32}$ (c) $\frac{81 \times 6^4}{27^2 \times 7^5}$ (d) $\frac{38^2 \times 11}{6^5 \times 4^4 \times 19}$

E.9467 🔑 🍷 📖 Simplifier l'écriture des quotients suivants sous forme de produit de facteurs premiers :

- (a) $\frac{5^2 \times 3^2}{5^5 \cdot (3^4 + 3^4)}$ (b) $\frac{2^2 \times 5^{-4}}{2^{21} + 2^{22}}$

9. Entiers et nombres de diviseurs

E.260 🔑 🍷 📖 L'arbre de décision ci-dessous permet d'obtenir tous les 24 diviseurs de l'entier 360.



En vous inspirant de cet exemple, déterminer l'ensemble des diviseurs des entiers suivants :

- (a) 12 (b) 135

E.9530 🔑 🍷 📖 On considère l'entier : $a = 156$

- 1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre a .
2 (a) Justifier que $2^2 \times 17$ ne peut être un diviseur de a .
(b) Justifier que l'entier $2^2 \times 3^2$ n'est pas un diviseur de a .
3 Donner l'ensemble des diviseurs de l'entier a .

Rappel : les entiers premiers inférieurs à 20 sont :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19

E.276 🔑 🍷 📖

- 1 Déterminer la décomposition de 245 en produit de facteurs premiers.
2 Utiliser un arbre de choix, afin de déterminer l'ensemble des diviseurs de 245.

E.9536 🔑 🍷 📖

- 1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 306.
2 Donner l'ensemble des diviseurs de l'entier 306.

10. Approfondissement: parité et raisonnement par l'absurde

E.8257 🔑 🍷 📖

- 1 Prouver que l'assertion ci-dessous est vraie :
"Il n'existe pas d'entier impair admettant un diviseur pair?"

Indication : pour prouver cette assertion, on suppose qu'il existe un entier n admettant un diviseur k pair. Il suffit alors de montrer que cette supposition entraîne une contradiction : cette supposition ne peut donc pas être vraie.

- 2 Que pensez-vous de l'assertion :
"Un entier pair n'admet pas de diviseur impair?"

11. Approfondissement: parité et raisonnement par disjonction de cas

E.8360 🔑 🍷 📖 Prouver que la somme de deux entiers de même parité est un entier pair.

Indication : pour cela, on étudiera séparément :

- la somme de deux entiers pairs
- et la somme de deux entiers impairs.

E.9532 Montrer que la différence des carrés de deux entiers consécutifs est toujours un entier impair.

E.1847 On souhaite montrer que l'expression $A = n^2 + n + 2$ définit un nombre pair pour tout entier n naturel ($n \in \mathbb{N}$).

Pour cela, on décompose le raisonnement en deux questions :

- ① Lorsque n est un entier pair, montrer que l'expression A définit un entier pair.
- ② Lorsque n est un entier impair, montrer que l'expression A définit un entier pair.

E.8263 On considère un entier relatif a ($a \in \mathbb{Z}$), tel que l'entier $a^2 + 9$ est un entier pair. Donner la parité de l'entier a .

E.65 Montrer que $3n^2 + 3n + 6$ est un multiple de 6 pour tout $n \in \mathbb{N}$

E.8262 Montrer que, dans l'ensemble des entiers relatifs, le prédécesseur du carré de tout entier impair est un multiple de 8.

Indication : dans un premier temps, on montrera que cet entier est un multiple de 4, puis par une disjonction de cas, on montrera qu'il est nécessairement multiple de 8.

E.8258

① Pour tout entier relatif n ($n \in \mathbb{Z}$), on considère l'expression : $p = 2 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 3$

- a) Si n est pair, montrer que l'expression p définit un entier impair.

Indication : un entier n pair s'écrit $2 \cdot k$ où $k \in \mathbb{Z}$

- b) Montrer que, si n est impair, l'expression p définit un entier pair.

② Justifier que l'expression $n^2 + n + 3$ définit un entier impair pour tout entier relatif n .

12. Approfondissement : critère de primalité

E.8247

On admet les deux propositions suivantes :

Proposition (admise) :

Soit n un entier naturel ($n \in \mathbb{N}$). Si n n'est pas un entier premier alors il existe au moins un entier premier p diviseur de n tel que p soit compris entre 2 et $\sqrt{n}$.

Proposition contraposée :

Soit n un entier naturel ($n \in \mathbb{N}$). Si l'entier n n'admet aucun diviseur p premier compris entre 2 et $\sqrt{n}$, alors l'entier n est premier.

- ① Utilisons la **proposition** :
 - a) Citer tous les entiers premiers compris entre 2 et $\sqrt{143}$.
 - b) Justifier que le nombre 143 n'est pas un entier premier.
- ② Utilisant la **proposition contraposée** :
 - a) Citer tous les entiers premiers compris entre 2 et $\sqrt{157}$.
 - b) Justifier que le nombre 157 est un entier premier.
- ③ Dans la liste de nombres ci-dessous, barrer les nombres qui ne sont pas des entiers premiers :

93

119

253

383

399

631

Pour voir la démonstration de la "proposition admise", suivez le lien ci-contre



E.1783 Déterminer si les entiers ci-dessous sont premiers ou non. Justifier votre démarche.

a) 251

b) 623

E.8254 Parmi les entiers strictement inférieurs à 1 000, donner le plus grand entier premier.

E.1727 Cet exercice a pour but d'établir la proposition suivante :

Proposition :

Tout entier naturel n non-premier admet un diviseur premier compris dans l'intervalle $[2; \sqrt{n}]$.

Pour cela, prenons un entier naturel x non-premier ; il existe alors deux entiers naturels a et b supérieur ou égal à 2 tels que :

$$x = a \times b$$

Supposons que a est plus petit que b (cela est possible en inversant au besoin le rôle de "a" et de "b")

Pour montrer que a appartient à l'intervalle $[2; \sqrt{x}]$ nous allons faire un raisonnement par l'absurde.

Pour cela, supposons que l'entier appartient à l'intervalle $]\sqrt{x}; +\infty[$

- ① Justifier l'inégalité suivante : $a \times b > x$
- ② En déduire que : $a \in [2; \sqrt{x}]$.

La démonstration se termine du fait que a est un diviseur de x appartenant à l'intervalle $[2; \sqrt{x}]$:

- soit a est premier ;
- soit a n'est pas premier et a admet alors des diviseurs premiers ; ces diviseurs seront également des diviseurs premiers de x appartenant à l'intervalle considéré.

13. Plus grand diviseur commun : décomposition en produit de facteurs premiers

E.10653   

Méthode : soit a et b deux entiers dont on connaît la décomposition en produit de facteurs premiers.
La décomposition en produit de facteurs premiers de $PGCD(a,b)$ vérifie :

- ses facteurs sont les facteurs communs à chacune des décompositions de a et de b .
- l'exposant de chacun de ses facteurs est le plus petit exposant de ce facteur rencontré dans les décompositions de a et de b .

Exemple : pour $a = 36$ et $b = 60$, on a :

$$a = 2^2 \times 3^2 \quad ; \quad b = 2^2 \times 3 \times 5$$

Ainsi, la décomposition de $PGCD(32,60)$ vérifie :

- ses facteurs sont 2 et 3.
- L'exposant du facteur 2 est 2 ; l'exposant du facteur 3 est 1.

On en déduit la valeur de :

$$PGCD(36,60) = 2^2 \times 3^1 = 4 \times 3 = 12$$

- 1 a Déterminer la décomposition en produit de facteurs

premiers de 126.

- b Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de 108.

- 2 En déduire la valeur $PGCD(126,108)$.

E.10693   

- 1 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 168 et 192.

- 2 En déduire le PGCD des entiers 168 et 192.

E.10694   

- 1 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 162 et 378.

- 2 En déduire le PGCD des entiers 162 et 378.

E.10700   

- 1 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 171 et 228.

- 2 En déduire le PGCD des entiers 171 et 228.

E.10576   

- 1 Déterminer les décompositions en produit de facteurs premiers des entiers 756 et 792.

- 2 En déduire le PGCD des entiers 756 et 792.

14. Plus petit multiple commun avec la décomposition

E.10662   

Méthode : soit a et b deux entiers dont on connaît la décomposition en produit de facteurs premiers.

La décomposition de $PPCM(a,b)$ possède les caractéristiques suivantes :

- l'ensemble des facteurs contenus dans les décompositions de a et de b
- les exposants de chacun de ces facteurs est l'exposant maximal rencontré dans les décompositions de a et de b .

Exemple : pour $12 = 2^2 \times 3$ et $15 = 3 \times 5$.

- le $PPCM(a,b)$ a pour facteur 2, 3 et 5.
- le $PPCM(a,b)$ récupère les exposants les plus grands de la décomposition de 12 et 15.

On a : $PPCM(12,15) = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 = 4 \times 3 \times 5 = 60$.

- 1 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de 20 et de 75.

- 2 En déduire la valeur de $PPCM(20,75)$.

E.10895   

- 1 Déterminer les décompositions en produit de facteurs premiers des entiers 252 et 336.

- 2 En déduire la valeur du PPCM des entiers 252 et 336.

E.10896   

- 1 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 336 et 840.

- 2 En déduire le plus petit commun multiple aux entiers 336 et 840.

E.10897   

- 1 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 448 et 560.

- 2 En déduire le plus petit commun multiple aux entiers 448 et 560.

15. Exercices non-classés

E.9584   Parmi les entiers suivants, dire s'ils sont premiers ou non. Justifier vos réponses :

a 903

b 167