



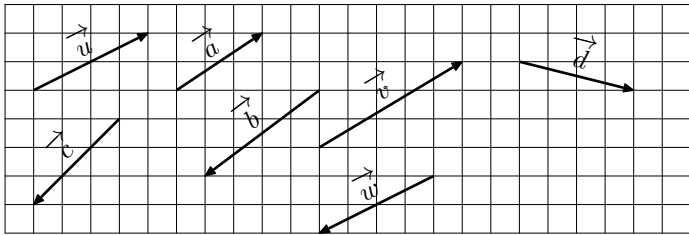
1. Vecteurs opposés et soustractions

E.8530

Définition : soit $\vec{u}$ un vecteur. On appelle vecteur opposé du vecteur $\vec{u}$, le vecteur noté $-\vec{u}$ défini par :

- la même direction que le vecteur $\vec{u}$
- le sens opposé au vecteur $\vec{u}$
- la même longueur que $\vec{u}$

Dans le plan, on considère les 7 vecteurs ci-dessous :



- Nommer le ou les vecteurs opposés au vecteur $\vec{u}$.
- Tracer un vecteur $\vec{e}$ opposé au vecteur $\vec{d}$.

E.524

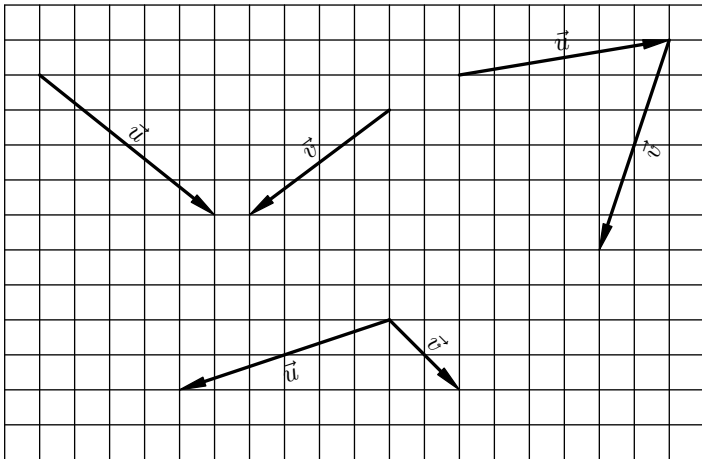
Définition : soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. On définit la soustraction du vecteur $\vec{u}$ par le vecteur $\vec{v}$ par la relation :

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$

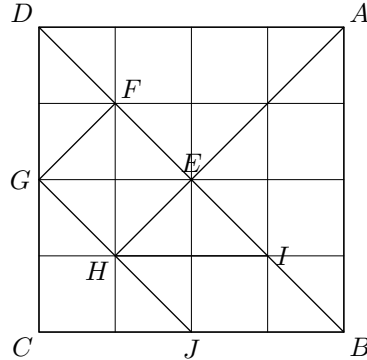
Autrement dit, on n'effectue jamais la soustraction par un vecteur, on ajoute son opposé

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan.

- Que peut-on dire de la différence : $\vec{u} - \vec{u}$?
- Pour chacun des trois cas représentés ci-dessous, dessiner un représentant de la soustraction : $\vec{u} - \vec{v}$



E.495



Déterminer un représentant de chacune des sommes ci-dessous :

- $\vec{EI} - \vec{GF}$
- $\vec{HE} + \vec{BI} - \vec{JF}$
- $\vec{FG} - \vec{IF} - \vec{GE}$

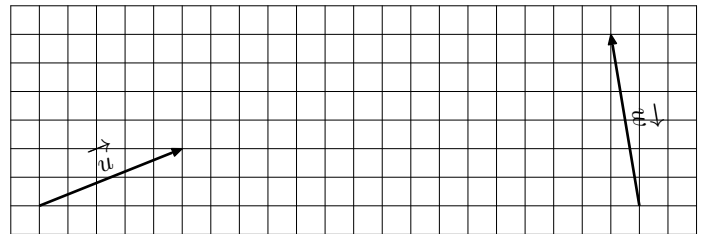
E.9342 Soit $ABCD$ un parallélogramme. On note :

- I le milieu du segment $[AB]$;
- J le milieu du segment $[DC]$.

Déterminer dans chaque cas un représentant du vecteur résultant :

- $\vec{AC} - \vec{AJ}$
- $\vec{AB} + \vec{IJ} - \vec{DJ}$
- $-\vec{DJ} - \vec{JB}$

E.8531 Dans le plan, on considère les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ représentés ci-dessous.



Dessiner le vecteur $\vec{v}$ réalisant la relation :

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{w}$$

E.6488 On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et les trois points :

$A(1+\sqrt{2}; 2-\sqrt{2})$; $B(\sqrt{2}-1; \sqrt{2}+1)$; $C(\sqrt{2}+3; 3-3\sqrt{2})$

- Montrer que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont opposés.
- Que peut-on dire du point A relativement au segment $[BC]$.

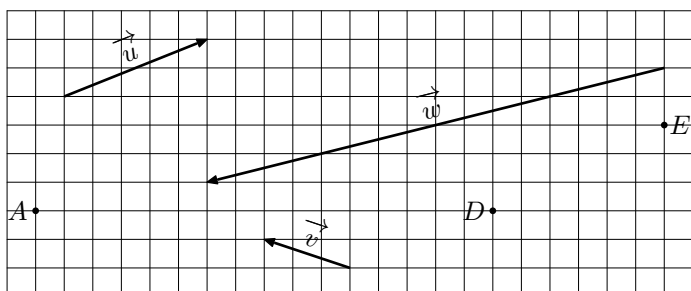
2. Multiplication par un entier

E.9713

Proposition : dans le plan, on considère un vecteur $\vec{u}$ et un entier $n \in \mathbb{N}^*$. On définit le vecteur $n \cdot \vec{u}$ par :

$$n \cdot \vec{u} = \underbrace{\vec{u} + \vec{u} + \dots + \vec{u}}_{n \text{ fois}}$$

Dans le plan, on considère les trois vecteurs et les trois points représentés ci-dessous :

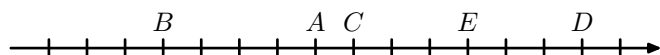


① Placer le point B tel que : $\overrightarrow{AB} = 3 \cdot \vec{u}$

② Placer le point C tel que : $\overrightarrow{CD} = 2 \cdot \vec{v}$

③ Placer le point F tel que : $\vec{w} = 4 \cdot \overrightarrow{EF}$

E.515 Sur une droite graduée, sont placés les points A, B, C, D, E :



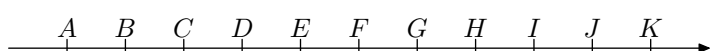
Pour chaque question, compléter les pointillés correctement :

a) $\overrightarrow{BC} = \dots \times \overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{ED} = \dots \times \overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{AC} = \dots \times \overrightarrow{CA}$ d) $\overrightarrow{ED} = \dots \times \overrightarrow{CA}$

e) $\overrightarrow{EA} = \dots \times \overrightarrow{AB}$ f) $\overrightarrow{BA} = \dots \times \overrightarrow{BE}$

E.9716 Le dessin ci-dessous représente une droite munie d'une graduation régulière.

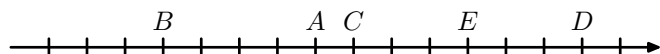


Compléter les pointillés par le nombre manquant :

a) $\overrightarrow{DG} = \dots \overrightarrow{DE}$ b) $\overrightarrow{CE} = \dots \overrightarrow{GI}$

c) $\overrightarrow{DB} = \dots \overrightarrow{DF}$ d) $\overrightarrow{EI} = \dots \overrightarrow{AC}$

E.5287 Sur une droite graduée, on place les points A, B, C, D, E :



Pour chaque question, déterminer la valeur du nombre k vérifiant l'égalité :

a) $\overrightarrow{BC} = k \cdot \overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{ED} = k \cdot \overrightarrow{AC}$

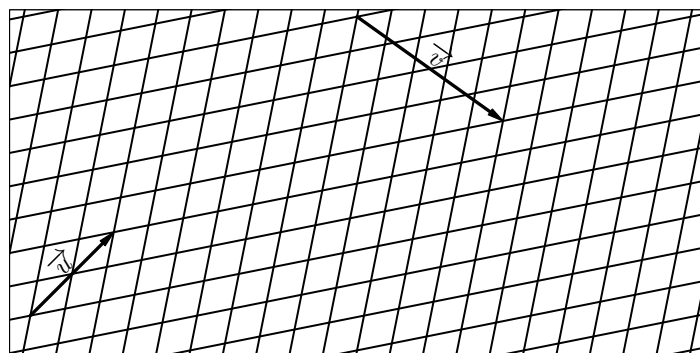
c) $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{CA}$ d) $\overrightarrow{ED} = k \cdot \overrightarrow{CA}$

e) $\overrightarrow{EA} = k \cdot \overrightarrow{AB}$ f) $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{BA}$

E.9811 Soit A, B, C trois points du plan non-alignés :

Simplifier l'expression : $2 \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA}$

E.2077 On considère, dans le plan, les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ci-dessous :

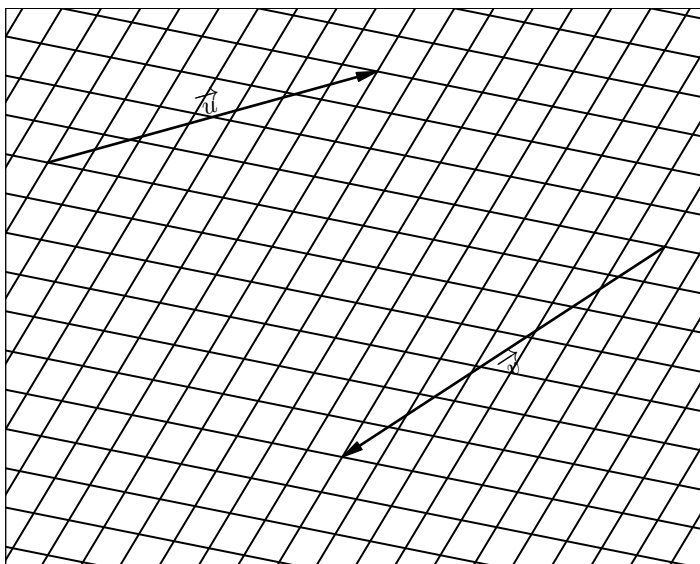


Tracer dans le quadrillage un représentant du vecteur $\vec{w}$ défini par : $\vec{w} = 2 \vec{u} + 3 \vec{v}$.

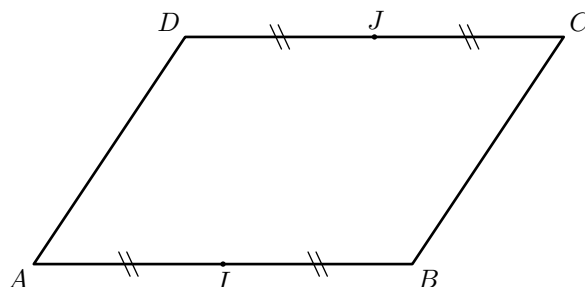
E.2106 On considère le plan ci-dessous muni d'un quadrillage régulier. Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan :

① Tracer un représentant $\vec{w}$ du vecteur $\vec{v} - \vec{u}$.

② Tracer un représentant $\vec{x}$ du vecteur $4 \vec{u} + 3 \vec{v}$.



E.4813 On considère le parallélogramme $ABCD$ représenté ci-dessous où les points I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$.



Pour chaque question, donner sans justification un vecteur égal à l'expression proposée :

a) $2 \times \overrightarrow{DJ} + \overrightarrow{BD}$ b) $3 \cdot \overrightarrow{DJ} + 2 \cdot \overrightarrow{IA}$ c) $2 \cdot \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{BC}$

3. Multiplications par un réel

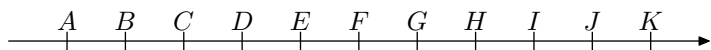
E.523



Définition : dans le plan, on considère un vecteur $\vec{u}$ et un nombre $k \in \mathbb{R}$. Les vecteurs $\vec{u}$ et $k \cdot \vec{u}$ sont colinéaires et :

	$\vec{u}$ et $k \cdot \vec{u}$	$\ \vec{v}\ $
$k < 0$	sens opposé	$-k \times \ \vec{u}\ $
$k = 0$	$\times$	0
$k > 0$	même sens	$k \times \ \vec{u}\ $

Le dessin ci-dessous représente une droite munie d'une graduation régulière.



Compléter les pointillés par le nombre manquant :

- a) $\vec{EF} = \dots\dots \vec{GJ}$ b) $\vec{BD} = \dots\dots \vec{CF}$
 c) $\vec{JI} = \dots\dots \vec{AC}$ d) $\vec{EF} = \dots\dots \vec{JG}$
 e) $\vec{AE} = \dots\dots \vec{FC}$ f) $\vec{CG} = \dots\dots \vec{KA}$

E.484



Soient A et B deux points du plan, on note I le milieu du segment $[AB]$

- Compléter les pointillés pour vérifier la relation vectorielle suivante : $\vec{AI} + \vec{AI} = \vec{A} \dots\dots$
- Recopier et compléter avec les mots "double" et "moitié" les phrases suivantes :
 a) $\vec{AI}$ est ... de $\vec{AB}$ b) $\vec{AB}$ est ... de $\vec{AI}$
- En rapport avec la question précédente, compléter les pointillés avec le nombre adéquat :

- a) $\vec{AI} = \dots\dots \vec{AB}$ b) $\vec{AB} = \dots\dots \vec{AI}$

E.485



Soit ABC un triangle quelconque. Placer les points D et E vérifiant les relations vectorielles suivantes :

$$\vec{AD} = 2 \cdot \vec{AB} \quad ; \quad \vec{AE} = 2 \cdot \vec{AC}$$

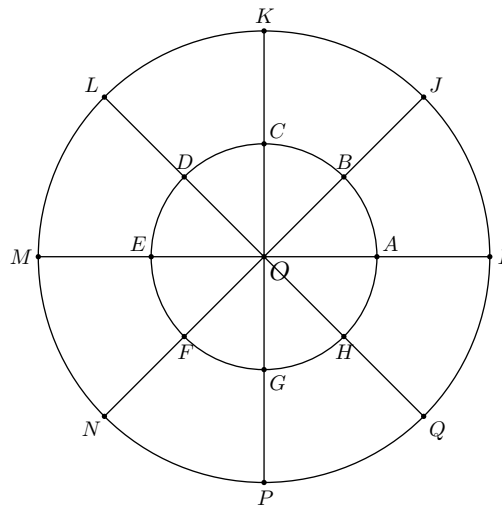
Comparer $\vec{BC}$ et $\vec{DE}$. Justifier.

E.6544



On considère les deux cercles concentriques de centre O et dont le rayon de l'un est le double

de l'autre :



- 1 Justifier l'égalité vectorielle : $\vec{LJ} = 2 \cdot \vec{DB}$

- 2 Sans justification, compléter les égalités :

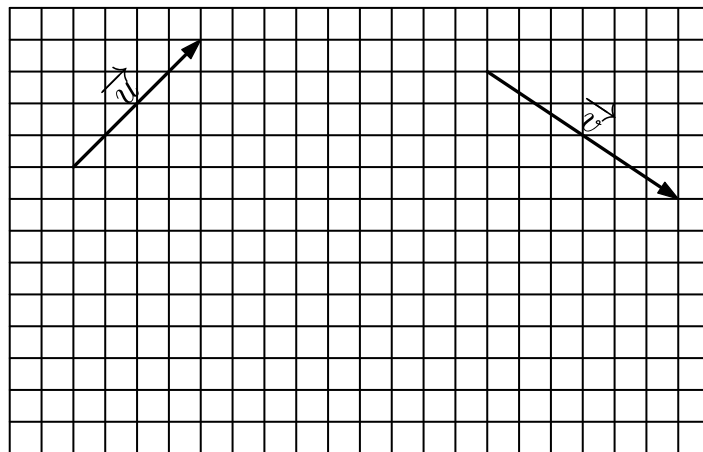
- a) $\vec{ED} = \dots\dots = \frac{1}{2} \dots\dots = \frac{1}{2} \dots\dots$
 b) $\vec{FB} = 2 \cdot \dots\dots = 2 \cdot \dots\dots = \frac{1}{2} \dots\dots$

E.509



On considère ci-dessous les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$:

- Tracer un vecteur $\vec{w}$ représentant de : $3 \cdot \vec{u} + 1,5 \cdot \vec{v}$
- Tracer un vecteur $\vec{y}$ représentant de : $\vec{v} - 1,5 \cdot \vec{u}$



4. Simplification et manipulation algébrique

E.9809



Dans le plan, on considère les trois points A, B, C et on définit les deux vecteurs $\vec{r}$ et $\vec{s}$ par :

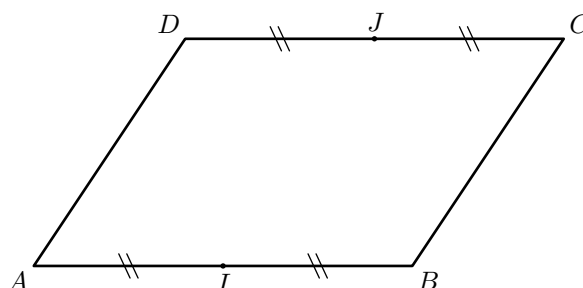
$$\vec{r} = 5 \cdot \vec{AC} - 2 \cdot \vec{BC} \quad ; \quad \vec{s} = 2 \cdot \vec{AB} + 3 \cdot \vec{AC}$$

Montrer que les deux vecteurs $\vec{r}$ et $\vec{s}$ sont égaux.

E.8532



On considère le parallélogramme $ABCD$ représenté ci-dessous où les points I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$.



À l'aide des points de la figure, donner un représentant de la somme : $2 \cdot \overrightarrow{AJ} + 2 \cdot \overrightarrow{CB}$

E.8533 Dans le plan, on considère A, B, C trois points du plan non-alignés.

5. Vecteurs et distributivité

E.2047

Proposition : dans le plan, on considère les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et un réel k . On a les deux identités ci-dessous :

○ $k \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = k \cdot \vec{u} + k \cdot \vec{v}$ ○ $k \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = k \cdot \vec{u} - k \cdot \vec{v}$

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. Simplifier chacune des sommes vectorielles suivantes :

(a) $3\vec{u} - 2\vec{v} + 2\vec{u} - \vec{v}$ (b) $2 \cdot (\vec{u} + \vec{v}) - \vec{u}$
 (d) $-(\vec{u} + \vec{v}) + 2 \cdot (\vec{u} - \vec{v})$ (e) $\frac{2}{3} \cdot (2 \cdot \vec{u} - \frac{3}{2} \cdot \vec{v}) - \frac{1}{6} \vec{u}$

E.2947 Soit A, B, C trois points du plan non-alignés :

Pour chaque question, déterminer la valeur du réel k vérifiant la relation proposée :

(a) $2 \cdot \overrightarrow{AB} + 2 \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{AC}$ (b) $3 \cdot \overrightarrow{AB} - 3 \cdot \overrightarrow{CB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$

Pour chaque question, déterminer la valeur du réel k vérifiant l'égalité :

(a) $3 \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} = k \cdot \overrightarrow{AB}$
 (b) $3 \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} + 2 \cdot \overrightarrow{BA} = k \cdot \overrightarrow{AB}$

E.2048

1 (a) Placer trois points A, B et C non-alignés dans le plan.

(b) Tracer un représentant de la somme :
 $\vec{u} = -\overrightarrow{AB} - 2 \cdot \overrightarrow{BC} + 2 \cdot \overrightarrow{AC}$

(c) Quelle conjecture peut-on émettre?

2 Établir que : $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$

Indication : On utilisera la relation de Chasles :
 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

E.9720 Dans le plan, on considère A, B, C trois points du plan non-alignés.

Pour chaque question, déterminer la valeur du réel k vérifiant l'égalité :

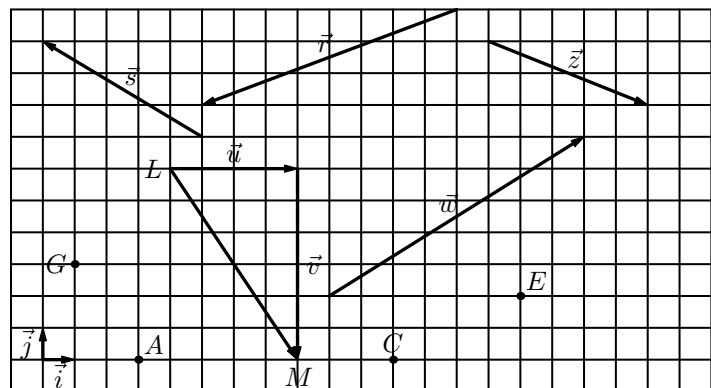
(a) $2 \cdot \overrightarrow{AB} + 2 \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{AC}$
 (b) $\overrightarrow{AB} + 2 \cdot \overrightarrow{AC} + 4 \cdot \overrightarrow{BC} = k \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC})$

6. Décomposition dans une base vectorielle

E.937

Définition : on dit que les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ forment une base vectorielle s'ils ont des directions différentes.

Dans le graphique ci-dessous, sont représentés deux vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ de directions différentes. Le but de cet exercice est de décomposer tout vecteur du plan en fonction des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$.



1 (a) Tracer un représentant du vecteur $\vec{y}$ défini par :
 $\vec{y} = 4 \cdot \vec{i}$

(b) Placer le point B tel que : $\overrightarrow{AB} = \vec{y}$

2 (a) Placer le point D tel que : $\overrightarrow{CD} = -\vec{i}$.

(b) Placer le point F tel que : $\overrightarrow{EF} = -3 \cdot \vec{j}$

3 (a) Placer le point H tel que : $\overrightarrow{GH} = 2 \cdot \vec{i}$.

(b) Placer le point K tel que : $\overrightarrow{HK} = 4 \cdot \vec{j}$.

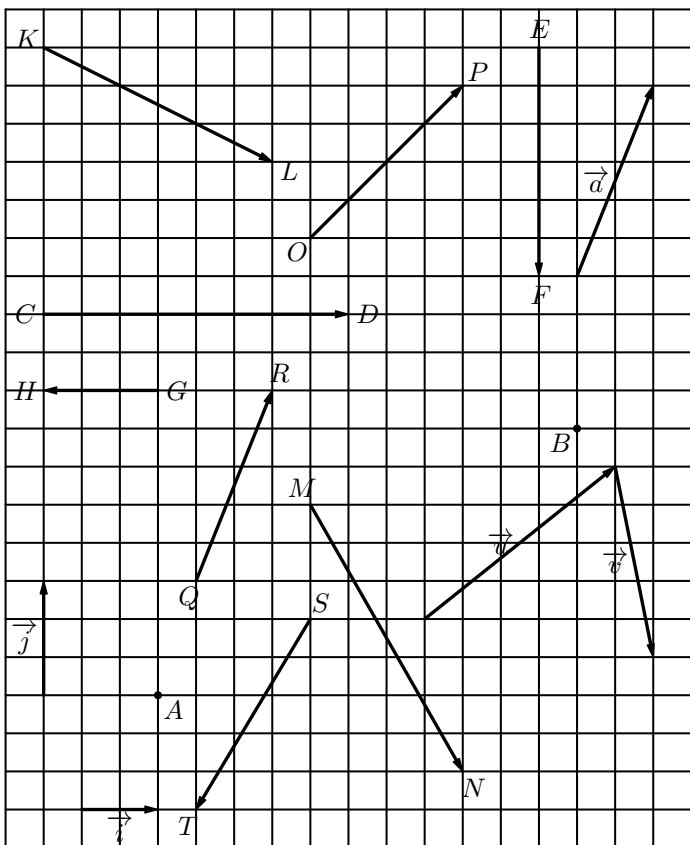
(c) Compléter l'égalité suivante :
 $\overrightarrow{GK} = \dots \cdot \vec{i} + \dots \cdot \vec{j}$

4 Compléter les pointillés suivants :
 $\vec{u} = \dots \cdot \vec{i} ; \vec{v} = \dots \cdot \vec{j}$
 $\overrightarrow{LM} = \dots \cdot \vec{i} + \dots \cdot \vec{j}$

5 Compléter les pointillés suivants :

(a) $\vec{w} = \dots \cdot \vec{i} + \dots \cdot \vec{j}$ (b) $\vec{z} = \dots \cdot \vec{i} + \dots \cdot \vec{j}$
 (c) $\vec{r} = \dots \cdot \vec{i} + \dots \cdot \vec{j}$ (d) $\vec{s} = \dots \cdot \vec{i} + \dots \cdot \vec{j}$

E.486



- 1 Placer le point W tel que : $\overrightarrow{AW} = -\vec{i} + 2\vec{j}$.
Placer le point Z tel que : $\overrightarrow{BZ} = -2\vec{i} + \frac{5}{3}\vec{j}$

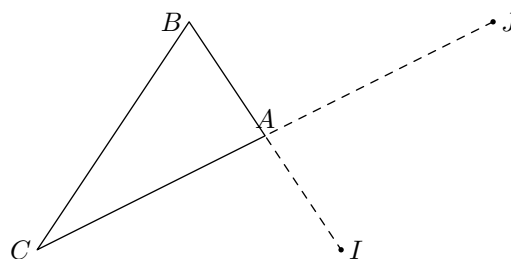
Les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont deux vecteurs de directions différentes. Pour tout vecteur $\vec{u}$ du plan, il existe deux réels α et β réalisant l'égalité :
$$\vec{u} = \alpha \cdot \vec{i} + \beta \cdot \vec{j}$$

Cette décomposition est appelée "combinaison linéaire".

- 2 a Déterminer la combinaison linéaire de chacun des vecteurs représentés dans le graphique en fonction des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
b En déduire l'égalité des vecteurs $\overrightarrow{QR}$ et $\vec{a}$?
- 3 a Tracer un représentant du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.
b Graphiquement, exprimer le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ à l'aide des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

c Retrouver cette décomposition à l'aide de celles des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ obtenues lors de la question 2.

E.5290 Dans le plan, on considère le triangle quelconque ABC . On note respectivement I et J les images respectives de B et de C par la symétrie de centre A :



Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$, donner les coordonnées des vecteurs suivants :

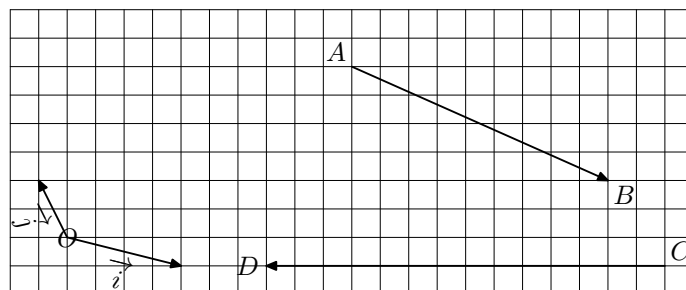
- a $\overrightarrow{IA}$ b $\overrightarrow{AJ}$ c $\overrightarrow{BC}$
d $\overrightarrow{CB}$ e $\overrightarrow{IJ}$ f $\overrightarrow{IC}$

E.9808 Dans le plan, on considère les trois points A, B, C . On considère le vecteur $\vec{u}$ défini par :

$$\vec{u} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$$

- 1 Exprimer le vecteur $\vec{u}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:
2 Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$, donner les coordonnées du vecteur $\vec{u}$.

E.7215 Dans le plan, on considère le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et les deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ non colinéaires représentés ci-dessous :



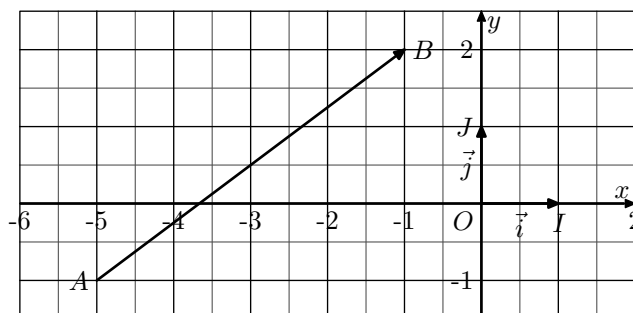
Sans justification, donner les décompositions des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$.

7. Base vectorielle et introduction aux opérations sur les coordonnées

E.8534

Définition : dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on appelle vecteur unitaire des abscisses (resp. des ordonnées), noté $\vec{i}$ (resp. $\vec{j}$), le vecteur $\overrightarrow{OI}$ (resp. $\overrightarrow{OJ}$).

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère les deux points A et B représentés ci-dessous :

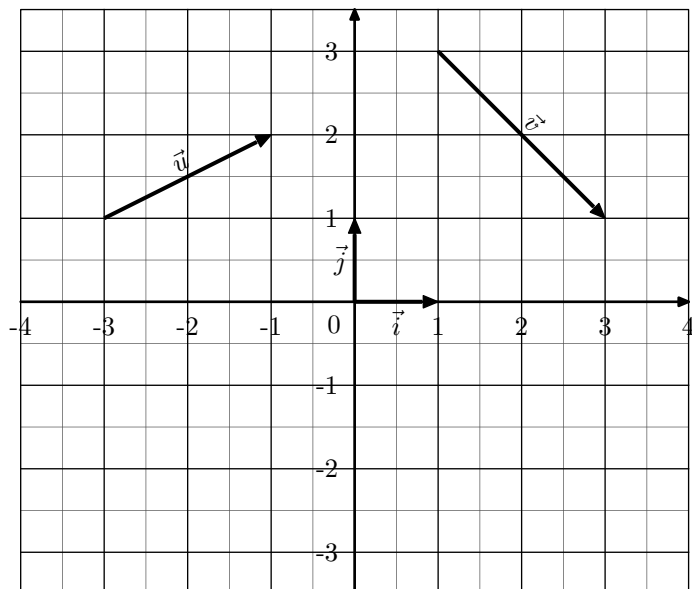


- 1 Décomposer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ dans la base vectorielle $(\vec{i}; \vec{j})$. C'est-à-dire, compléter les pointillés de

l'égalité : $\overrightarrow{AB} = \dots \times \vec{i} + \dots \times \vec{j}$

- 2 **a** Donner les coordonnées des points A et B .
- b** Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- 3 Quelle comparaison peut-on faire des coordonnées d'un vecteur et de sa décomposition dans la base vectorielle des vecteurs unitaires du repère?

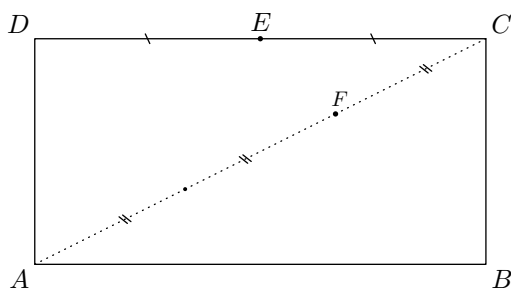
E.527    On munit le plan d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



- 1 Donner, sans justification, les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- 2 **a** Tracer un représentant du vecteur $\vec{w}$ défini par : $\vec{w} = 3 \cdot \vec{u}$.
b Graphiquement, donner les coordonnées de $\vec{w}$.
c Comparer les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$.
- 3 **a** Tracer un représentant du vecteur $\vec{z}$ défini par : $\vec{z} = \vec{u} + \vec{v}$.
b Graphiquement, donner les coordonnées de $\vec{z}$.
c Comparer les coordonnées du vecteur $\vec{z}$ relativement à celles des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

8. Coordonnées de points

E.9814    On considère le rectangle $ABCD$ représenté ci-dessous



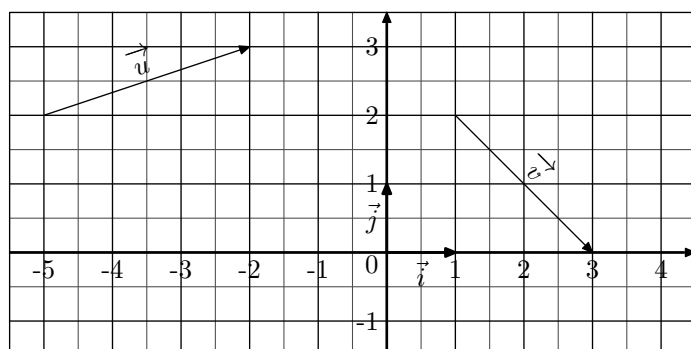
On considère le plan muni du repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$.

- 1 **a** Compléter les pointillés dans l'égalité : $\overrightarrow{AC} = \dots \cdot \overrightarrow{AB} + \dots \cdot \overrightarrow{AD}$
En déduire les coordonnées du point C .
b Donner les coordonnées des points A, B, D .
- 2 Le point E est le milieu du segment $[CD]$. Déterminer les coordonnées du point E .
- 3 On définit le F par l'égalité : $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{CA}$
Donner les coordonnées du point F .

9. Opérations sur les coordonnées

E.8535   

Dans le plan muni du repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ représentés ci-dessous :

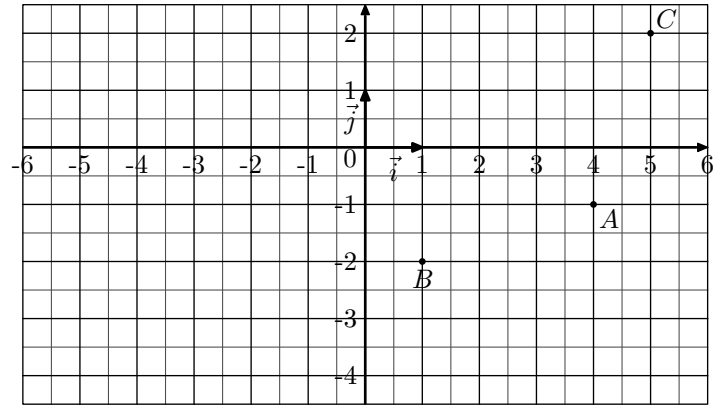


- 1 Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- 2 Soit $\vec{w}$ le vecteur défini par : $\vec{w} = \vec{u} + 2 \cdot \vec{v}$
 - a Tracer le vecteur $\vec{w}$.
 - b Graphiquement, lire les coordonnées du vecteur $\vec{w}$.
 - c Que remarquez-vous?
- 3 Soit $\vec{z}$ le vecteur défini par : $\vec{z} = \vec{u} - \vec{v}$
 - a Tracer le vecteur $\vec{z}$.
 - b Graphiquement, lire les coordonnées du vecteur $\vec{z}$.
 - c Que remarquez-vous?

Proposition : soit $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ deux vecteurs et k un nombre réel ($k \in \mathbb{R}$).

- Le vecteur $-\vec{u}$, opposé du vecteur $\vec{u}$, a pour coordonnées : $-\vec{u} = (-x; -y)$
- La somme $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées : $\vec{u} + \vec{v}(x + x'; y + y')$
- Le vecteur $k \times \vec{u}$ a pour coordonnées : $k \times \vec{u}(k \times x; k \times y)$

E.8536    On considère muni du repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé et des trois points A, B, C représentés ci-dessous :



- 1 a Donner, sans justification, les coordonnées des vecteurs : $\vec{AB}$; $\vec{BC}$; $\vec{AC}$
- b Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ défini par : $\vec{u} = 3 \cdot \vec{AB} - \vec{CB} + \vec{CA}$
- 2 Déterminer l'unique nombre réel k ($k \in \mathbb{R}$) vérifiant : $\vec{u} = k \times \vec{AB}$

E.8537    Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les trois points A, B, C définis par : $A(2; -3)$; $B(-4; 2)$; $C(0; -1)$

- 1 Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ défini par : $\vec{u} = 2 \times \vec{AB} + 2 \times \vec{BC} + \vec{AC}$
- 2 Quelle expression simplifiée admet le vecteur $\vec{u}$?

10. Opérations et recherche des coordonnées d'un point

E.516    On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ quelconque et les trois points suivants déterminés par leurs coordonnées : $A(2; 1)$; $B(3; 2)$

- 1 Déterminer les coordonnées du vecteur $3 \cdot \vec{AB}$.
- 2 Déterminer les coordonnées du point D tel que :

$$\vec{AD} = 3 \cdot \vec{AB}.$$

E.307    Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

$$A(2; 1) ; B(-1; 3) ; C(0; -2)$$

Déterminer les coordonnées du point M vérifiant la relation vectorielle suivante : $\vec{CM} = 2 \cdot \vec{AB}$

E.8539    On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ quelconque et les trois points suivants déterminés par leurs coordonnées : $A(2; 1)$; $B(3; 2)$; $C(-1; -1)$

- 1 Déterminer les coordonnées du vecteur défini par l'expression : $2 \cdot \vec{AB} - 4 \cdot \vec{AC}$
- 2 Déterminer les coordonnées du point E vérifiant la relation : $\vec{AE} = 2 \cdot \vec{AB} - 4 \cdot \vec{AC}$

E.8201    On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On considère les trois points A, B, C vérifiant les relations suivantes :

$$2\vec{OA} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} ; 3\vec{AB} \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix} ; 2\vec{BC} - \vec{OB} = \vec{u}$$

où le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées : $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

Déterminer les coordonnées des points A, B et C .

E.8538 Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

$$A(2;1) ; B(-1;3) ; C(0;-2)$$

Déterminer les coordonnées du point N vérifiant la relation vectorielle suivante : $4 \cdot \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{BN} - 2 \cdot \overrightarrow{CN} = \vec{0}$

E.518 On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé et les trois points A, B et C de coordonnées respectives $(-2;1)$, $(0;3)$ et $(3;0)$.

- 1 a Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- b Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

2 On considère le point D vérifiant la relation : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

- a En notant $(x_D; y_D)$ les coordonnées du point D , justifier qu'on a les deux égalités :

$$\begin{cases} x_D + 2 = 7 \\ y_D - 1 = 1 \end{cases}$$
- b En déduire les coordonnées du point D .

E.11715 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère les trois points A, B, C : $A(5; -2) ; B(-3; 1) ; C(4; 4)$

Déterminer les coordonnées du point M tel que : $\overrightarrow{CM} = 4 \cdot \overrightarrow{AB}$

11. Colinéarité de vecteurs

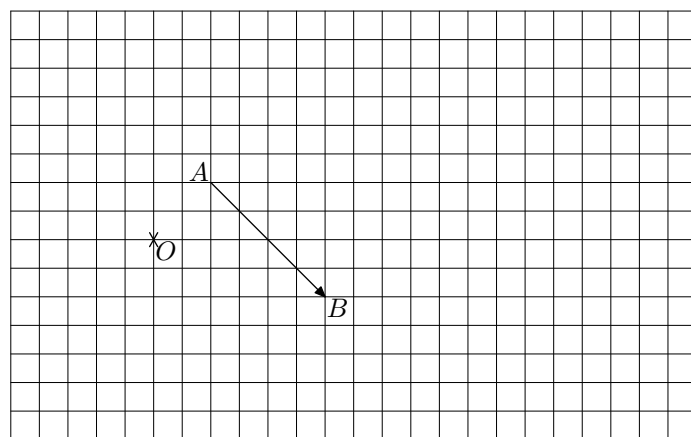
E.8543

Définition : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non-nul du plan. Deux vecteurs sont dits **colinéaires** s'il existe un nombre réel k tels que : $\vec{u} = k \cdot \vec{v}$

Le nombre réel k s'appelle le **coefficient de colinéarité** de $\vec{u}$ par rapport à $\vec{v}$.

- 1 Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $2\vec{u} = 3\vec{v}$
Justifier que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et que leur coefficient de colinéarité est $\frac{3}{2}$.
- 2 Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$.
Justifier que ces deux vecteurs sont colinéaires.
- 3 Pour chacune des questions ci-dessous, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. Déterminer la valeur du coefficient de colinéarité de $\vec{u}$ par rapport à $\vec{v}$:
 - a $\frac{1}{2} \cdot \vec{u} = \frac{3}{4} \cdot \vec{v}$
 - b $3 \cdot \vec{u} - 2 \cdot \vec{v} = \vec{0}$

E.6998 Dans le plan, on considère les trois points O, A, B ci-dessous et le vecteur $\overrightarrow{AB}$:



- 1 a Tracer le vecteur $\overrightarrow{A'B'}$ image du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par l'homothétie de centre O et de rapport 3.
- b Tracer le vecteur $\overrightarrow{A''B''}$ image du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par l'homothétie de centre O et de rapport $-\frac{1}{2}$.
- 2 Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{A'B'}$ et $\overrightarrow{A''B''}$?

E.520 On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Pour chaque question, déterminer si les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. S'ils le sont, donner le coefficient associé de colinéarité de $\vec{u}$ par rapport à $\vec{v}$:

- a $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} ; \vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \end{pmatrix}$
- b $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} ; \vec{v} \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix}$
- c $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} ; \vec{v} \begin{pmatrix} 4,2 \\ 6,3 \end{pmatrix}$
- d $\vec{u} \begin{pmatrix} 0,7 \\ 4,1 \end{pmatrix} ; \vec{v} \begin{pmatrix} -2,8 \\ 16,4 \end{pmatrix}$

E.5295 Pour chaque question, préciser si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et, le cas échéant, donner le coefficient de colinéarité du vecteur $\vec{u}$ par rapport au vecteur $\vec{v}$:

- a $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ -10 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 20 \end{pmatrix}$
- b $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}$

E.8202 Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les cinq points:
 $A(2; -2)$; $B(11; -14)$; $C(-3; 1)$; $D(5; 3)$; $E(12; -19)$
 Parmi les quatre vecteurs ci-dessus, un seul est colinéaire au vecteur $\vec{AB}$. Lequel? Justifier votre réponse.

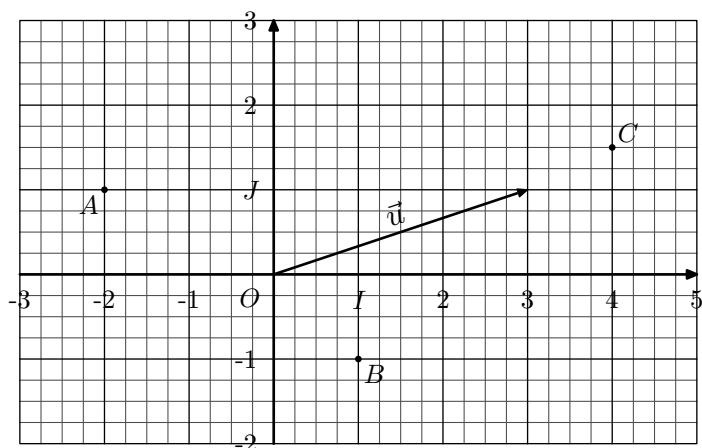
$$\vec{BC} \quad ; \quad \vec{CD} \quad ; \quad \vec{DE} \quad ; \quad \vec{CE}$$

E.9813 Pour chaque question, préciser si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et, le cas échéant, donner le coefficient de colinéarité du vecteur $\vec{u}$ par rapport au vecteur $\vec{v}$:

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$

c) $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ d) $\vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 14 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$

E.6624 On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$ et on considère les points A , B et C ci-dessous :



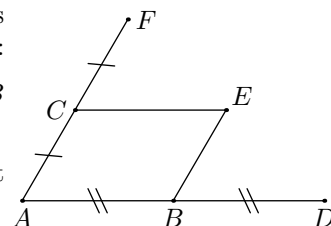
- 1 a) Donner les coordonnées des points A , B et C .
 b) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$.
 c) En déduire les coordonnées du vecteur $\vec{v}$ défini par :

$$\vec{v} = \vec{AB} + 2 \cdot \vec{BC}$$
- 2 Justifier que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

E.500

Dans le plan, on considère les points A , B , C , D et E tels que :

- C est le milieu de $[AF]$; B est le milieu de $[AD]$.
- Le quadrilatère $ABEC$ est un parallélogramme.



On munit le plan du repère $(A; B; C)$ quelconque.

- 1 Dans le repère $(A; B; C)$, donner, sans justification, les coordonnées des six points de ce plan.
- 2 Justifier que les points E , F et D sont alignés.

12. Colinéarité et manipulation algébrique

E.9718 Soit A , B , C et D quatre points du plan vérifiant la relation :

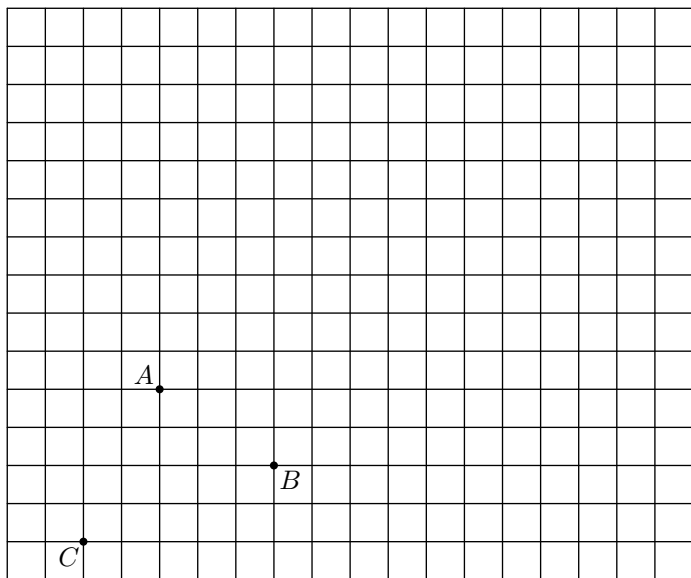
$$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$$

Montrer que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires.

E.9812 Pour chacune des questions ci-dessous, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. Déterminer la valeur du coefficient de colinéarité de $\vec{u}$ par rapport à $\vec{v}$:

a) $3 \cdot (\vec{u} - 2 \cdot \vec{v}) = \vec{0}$ b) $-2 \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = 2 \cdot \vec{u} + 3 \cdot \vec{v}$

E.4812 On considère les trois points A , B et C présentés dans le quadrillage ci-dessous :



- 1 a) Placer le point M vérifiant la relation vectorielle :

$$\overrightarrow{AM} = 2 \cdot \overrightarrow{CA}$$
- b) Placer le point N vérifiant la relation vectorielle :

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + 2 \cdot \overrightarrow{CB}$$
- c) Quelle conjecture peut-on faire sur les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$?

- 2) Démontrer, à l'aide du calcul vectoriel, établir l'égalité :

$$\overrightarrow{MN} = 3 \cdot \overrightarrow{AB}$$

E.9717 Soit A, B, C et D quatre points du plan tels que :

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + 2 \cdot \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

- 1) Établir l'égalité : $\overrightarrow{AB} = -2 \cdot \overrightarrow{CD}$
- 2) Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$?

E.510 Soit A, B, C et D quatre points du plan vérifiant la relation :

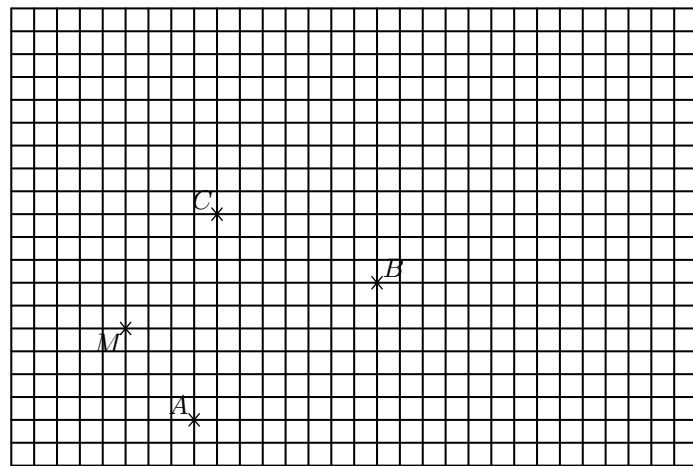
$$\overrightarrow{AC} - 3 \cdot \overrightarrow{BD} + 2 \cdot \overrightarrow{BC} = \vec{0}$$

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

E.501 Dans chaque cas, on considère trois points A, B, C du plan vérifiant une relation vectorielle. Montrer que dans chaque cas, les points A, B et C sont alignés :

- a) $3 \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -2 \cdot \overrightarrow{AC}$
- b) $-2 \cdot \overrightarrow{AB} = 3 \times (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA})$

E.2917 Dans le plan, représenté ci-dessous muni d'un quadrillage, on considère les points A, B, C, M :



Donner un représentant du vecteur $\vec{u}$ défini par la relation :

$$\vec{u} = 2 \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}$$

- 1) Placer le point N tel que : $\overrightarrow{MN} = \vec{u}$.
- 2) On définit le vecteur $\vec{v}$ défini par : $\vec{v} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AC}$
 Montrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

E.5293 Soit A, B, C et D quatre points du plan tels que :

$$5 \cdot \overrightarrow{AD} = 2 \cdot \overrightarrow{AC} + 3 \cdot \overrightarrow{BD}$$

Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

E.9719 Soit A, B, C et D quatre points du plan tels que :

$$3 \cdot \overrightarrow{AD} + 4 \cdot \overrightarrow{BC} = 7 \cdot \overrightarrow{AC}$$

Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

E.8122 On considère les quatre points A, B, C et D vérifiant la relation vectorielle :

$$2 \cdot \overrightarrow{DC} + 5 \cdot \overrightarrow{CB} + 5 \cdot \overrightarrow{AD} - 3 \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

E.2055 Soit A, B, C trois points du plan vérifiant la relation :

$$-\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{5}{2} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

- 1) Montrer que ces trois points vérifient : $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2} \cdot \overrightarrow{AC}$
- 2) Que peut-on dire des points A, B, C ?

E.5343 Dans le plan, on considère un triangle ABC non aplati. On considère les trois points M, N et P définis par :

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{BA} ; \quad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BC} ; \quad \overrightarrow{AP} = 2 \cdot \overrightarrow{AC}$$

Montrer que les points M, N et P sont alignés.

E.2903 Soit A, B, C trois points du plan. Montrer que le vecteur $\vec{u}$ défini ci-dessous est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AC}$ par :

$$\vec{u} = 3 \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{BC} - \frac{5}{3} \cdot \overrightarrow{CA} + \frac{7}{3} \cdot \overrightarrow{BA}$$

E.5294 🔑 📏 📐 ⚠️ Considérons un triangle ABC et M un point appartenant au côté $[AB]$ vérifiant la relation : $AM = \frac{2}{3} \cdot AB$

P est le point d'intersection de la droite (BC) et de la parallèle à (AC) passant par le point M . N est le point d'intersection des droites (AC) et de la parallèle à (AB) passant par le point P

- ① Réaliser une représentation de cette configuration.

② Montrer que : $AN = \frac{1}{3} \cdot AC$; $CP = \frac{2}{3} \cdot CB$.

- ③ Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$:

a) $\vec{AP}$ b) $\vec{MC}$

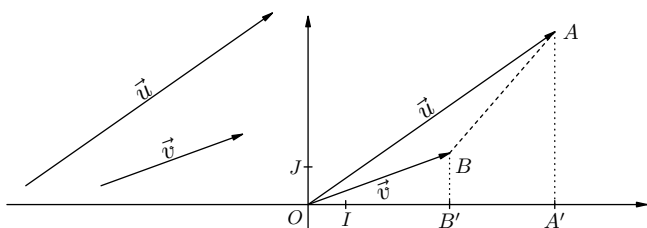
- ④ Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs $\vec{CA}$ et $\vec{CB}$:

a) $\vec{AP}$ b) $\vec{NM}$

13. Introduction au critère de colinéarité

E.8364 🔑 📏 📐 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère deux vecteurs $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ tels que :

$$0 < x' < x \quad ; \quad 0 < y' < y$$



On considère les deux points A et B tels que :

$$\vec{OA} = \vec{u} \quad ; \quad \vec{OB} = \vec{v}$$

- ① a) Exprimer les aires des figures suivantes en fonction de x, x', y et y' :

$$OBB' \quad ; \quad OAA' \quad ; \quad AA'B'B$$

- b) En déduire l'expression de l'aire du triangle OAB en fonction de x, x', y et y' .

- ② a) Que peut-on dire des points O, A, B lorsque : $x \times y' - x' \times y = 0$?

- b) La réciproque est-elle vraie?

14. Critères de colinéarités

E.8541 🔑 📏 📐

Définition : soit $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, on appelle **déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$** , noté $\det(\vec{u}; \vec{v})$, défini par : $\det(\vec{u}; \vec{v}) = x \times y' - x' \times y$

Pour chacun des couples de vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ défini ci-dessous, déterminer la valeur de $\det(\vec{u}; \vec{v})$:

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} ; \vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} ; \vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

E.11689 🔑 📏 📐 Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les points : $A(-3; 2)$; $B(1; 4)$; $C(5; -1)$

Déterminer la valeur de $\det(\vec{AB}; \vec{AC})$.

E.5288 🔑 📏 📐

Proposition : Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires entre eux si, et seulement si, leur déterminant est nul.

On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et les quatre points :

$$A(3; -5) \quad ; \quad B(1; -1) \quad ; \quad C(13; 2) \quad ; \quad D(18; -8)$$

Établir que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires.

E.504 🔑 📏 📐 On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et des deux vecteurs :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 1-2\sqrt{3} \\ \sqrt{3}+\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 6-\sqrt{3} \\ -3-\sqrt{6} \end{pmatrix}$$

Établir que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

E.512 🔑 📏 📐 Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les deux vecteurs :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \\ 1 - \sqrt{10} \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 5\sqrt{2} + 4\sqrt{3} \\ \sqrt{2} - 2\sqrt{5} \end{pmatrix}$$

Établir que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

E.8542 🔑 📏 📐 Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les deux vecteurs colinéaires :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} x + y\sqrt{2} \\ 4 \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} - 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

où x et y sont deux entiers relatifs.

Déterminer les valeurs de x et y .

E.7888    On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé et on considère les points :

$$A\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right) ; B\left(1; \frac{5}{6}\right) ; C\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{6}\right)$$

Montrer que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas deux vecteurs colinéaires.

15. Parallélisme et colinéarité

E.499    Dans le plan, on considère le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et les points :

$$O(49; -100) ; P(14; 5) ; Q(1; -85) ; R(-58; 92)$$

Déterminer si les droites (OP) et (QR) sont parallèles.

E.5289    Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les trois points :

$$A(-3; -1) ; B(1; 5) ; C(-1; 2)$$

Montrer que les points A, B, C sont alignés.

E.6507    Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les quatre points :

$$A(2; -5) ; B(-2; 2) ; C(-4; 5) ; D\left(2; -\frac{11}{2}\right)$$

Justifier que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

E.5296    Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé.

On considère les quatre points suivants du plan :

$$A(-\sqrt{2}; -\sqrt{6}) ; B(2\sqrt{2}; 0) ; C(-2\sqrt{3}; 3) ; D(0; 5)$$

Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

E.8540    On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et les trois points :

$$A(2\sqrt{2}+1; 3+2\sqrt{2}) ; B(\sqrt{2}-1; \sqrt{2}+1) ; C(\sqrt{2}+5; \sqrt{2}+7)$$

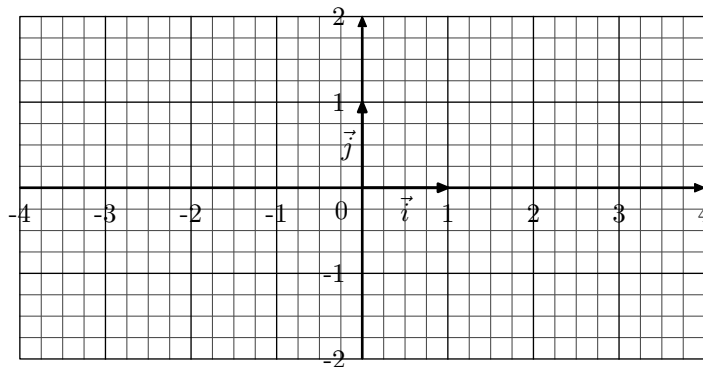
Montrer que les points A, B et C sont alignés.

E.5313    On considère le plan muni du repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ représenté ci-dessous :

E.11716   Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les trois points :

$$A(5; 1) ; B(9; 3) ; C(-9; -5)$$

- 1 Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.
- 2 Est-ce que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires? Justifier votre réponse.



On considère les quatre vecteurs ci-dessous :

$$\vec{u}\begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 3 \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix} ; \vec{v}\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 3 \\ -\frac{2}{2} \end{pmatrix} ; \vec{w}\begin{pmatrix} -15 \\ 4 \\ 5 \\ \frac{4}{4} \end{pmatrix}$$

- 1 Représenter les trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ avec pour origine le point O .
- 2 a Conjecturer la colinéarité des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ entre eux.
b Établir votre conjecture.

E.1144    Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé, on considère les points :

$$D(5; -2) ; E(-3; 10) ; F(-3; -2) ; G(3; -11)$$

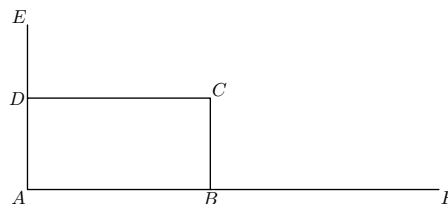
Montrer que les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

Indication : pour montrer que les droites (DE) et (FG) sont parallèles, il suffit de montrer que les vecteurs $\vec{DE}$ et $\vec{FG}$ sont colinéaires.

16. Modélisation et colinéarité

E.9806    Dans le plan, on considère le rectangle $ABCD$ tel que $AB = 4 \text{ cm}$ et $AD = 2 \text{ cm}$ et les deux points E et F vérifiant :

- $F \in [AB]$ et $AF = 9 \text{ cm}$;
- $E \in [AD]$ et $AE = 3,6 \text{ cm}$.



On munit le plan du repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$.

- 1 a Compléter les égalités suivantes :
 $\vec{AE} = \dots \vec{AD} ; \vec{AF} = \dots \vec{AB}$

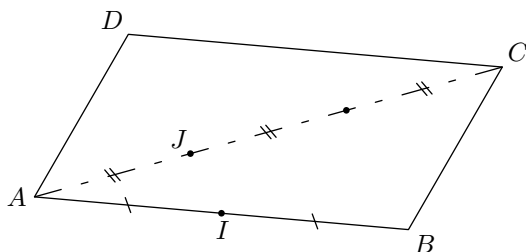
b) Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$, donner les coordonnées des six points de ce plan.

2) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{CF}$.

3) En déduire que les points C, E, F sont alignés.

E.5824 On considère le parallélogramme $ABCD$. On note I le milieu du segment $[AB]$ et J le point du segment $[AC]$ vérifiant la relation :

$$AJ = \frac{1}{3} \cdot AC$$

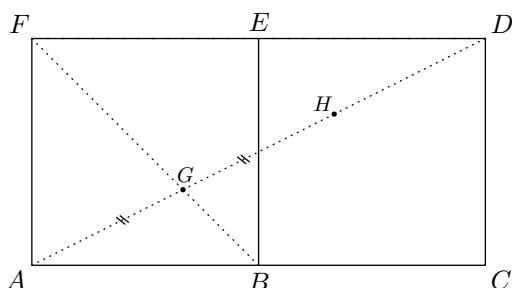


On munit le plan du repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$.

1) Déterminer les coordonnées des points D, I et J .

2) Démontrer que les points D, I et J sont alignés.

E.7214 On considère la figure ci-dessous constituée des deux carrés $ABEF$ et $BCDE$:

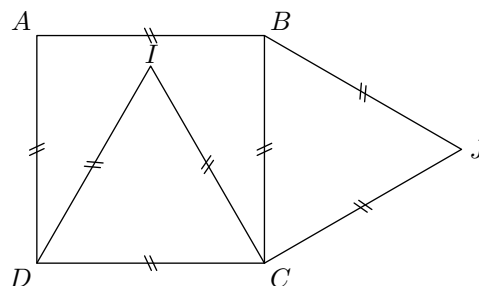


On note G le point d'intersection des droites (AD) et (BF) et H le point du plan vérifiant la relation vectorielle $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GH}$

1) En se plaçant dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AF})$, déterminer les coordonnées du point G .

2) Établir que les points E, H et C sont alignés.

E.5394 On considère la figure ci-dessus composée d'un carré $ABCD$ et de deux triangles équilatéraux DIC et BJC :



Démontrer que les points A, I, J sont alignés.

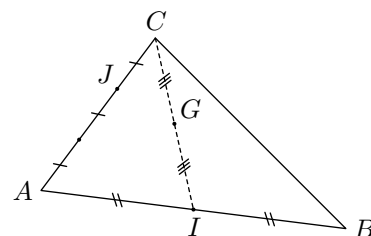
Indication : dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

odans un triangle équilatéral de côté a , on admet que toutes ses hauteurs ont pour longueur $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

E.5393

On considère le triangle ci-contre où I et G sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CI]$, le point J est défini par la relation :

$$\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{CA}$$



On considère la base vectorielle $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$.

1) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AJ}$ dans la base vectorielle $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$.

2) Établir que la décomposition vectorielle du vecteur $\overrightarrow{AG}$:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AC}$$

3) En déduire l'alignement des points B, G, J .

17. Colinéarité et recherche des coordonnées

E.5291 On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Soit A, B, C et D quatre points du plan de coordonnées :

$$A(-5; 1) ; B(2; 4) ; C(-1; -2) ; D(3; y_D)$$

Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles et que le point D ait 3 pour abscisse.

E.8200 On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Soit A, B et C trois points du plan de coordonnées respectives : $(4; -1) ; (1; 3) ; (1; -2)$

Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles et que le point D ait 3 pour abscisse.

E.5314 Dans un plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les trois points A, B, C de coordonnées :

$$A(1; 2) ; B\left(-2; \frac{5}{2}\right) ; C(-1; 4)$$

Déterminer la valeur de x afin que le point D de coordonnées $(x; 3)$ soit tel que les droites $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient colinéaires.

E.5822 Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé, on considère les trois points suivants :

$$A(-1;1) ; B(-3;-1) ; C(2;3)$$

- 1 Les points A , B et C sont-ils alignés? Justifier votre réponse.
- 2 Déterminer les coordonnées de l'unique point D ayant pour abscisse -2 tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

E.5746 On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et les quatre points :

$$A(-3;2) ; B(2;-1) ; C(1;5) ; D(7;2)$$

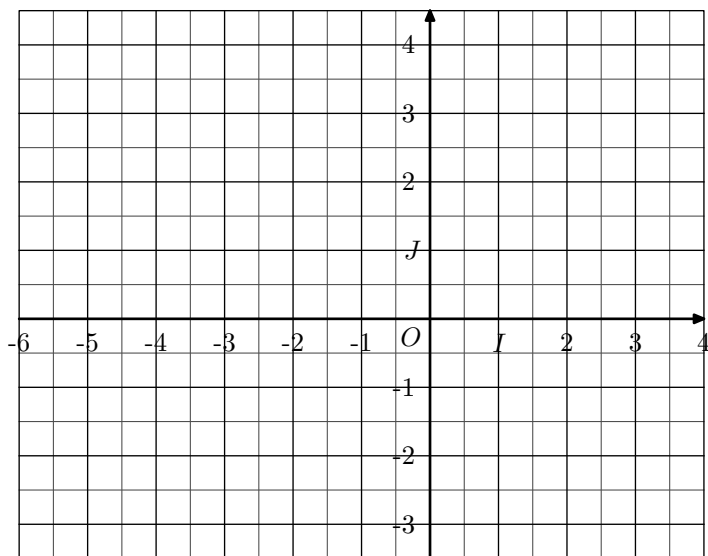
- 1 Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles?
- 2 Déterminer les coordonnées du point E ayant pour abscisse 7 afin que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CE}$ soient colinéaires.

E.2080 On considère le plan muni d'un repère quelconque $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et les trois points suivants du plan :

$$A(3;2) ; B(-1;3) ; D(-4;-1)$$

18. Géométrie vectorielle

E.2107 On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé :



- 1 Placer les trois points A , B , C dans le repère ci-dessous :
 $A(3;-3) ; B(-4;3) ; C(-5;-1)$
- 2 Déterminer les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$.
- 3 a Déterminer les longueurs AB et MC .
 b Établir que le triangle ABC est rectangle en C .
- 4 On note N le point d'intersection de l'axe des ordonnées avec la droite parallèle à (CM) passant par le point B .
 a Placer le point N dans le repère.
 b Déterminer les coordonnées du point N .

- 1 Déterminer les coordonnées du point C tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
- 2 Déterminer les coordonnées du point E appartenant à l'axe des abscisses tel que : $(BD) \parallel (AE)$.

E.507 On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et les trois points :

$$A(4+4\sqrt{2}; 3+3\sqrt{2}) ; B(\sqrt{2}-2; 2\sqrt{2}+1) ; C(\sqrt{2}+1; y_C)$$

où y_C est un nombre réel.

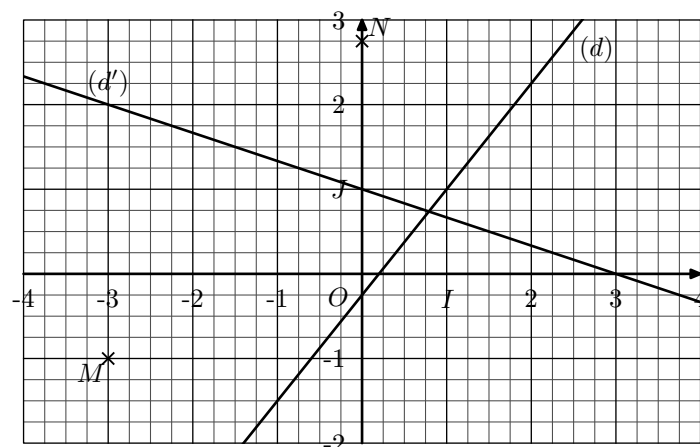
Sachant que les points A , B et C sont alignés, déterminer l'ordonnée du point C sous la forme $a+b\sqrt{2}$ où a et b sont deux nombres réels.

E.6625 On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Soit A , B , C , D quatre points du plan de coordonnées respectives : $A(2; \frac{8}{3}) ; B(\frac{2}{3}; 2) ; C(\frac{4}{5}; 0) ; D(x_D; -\frac{1}{2})$ où x_D est un nombre réel.

Sachant que les droites (AB) et (CD) soient parallèles, déterminer les coordonnées du point D .

E.2918 Dans le plan muni du repère $(O; I; J)$, on considère les droites (d) et (d') ci-dessous :

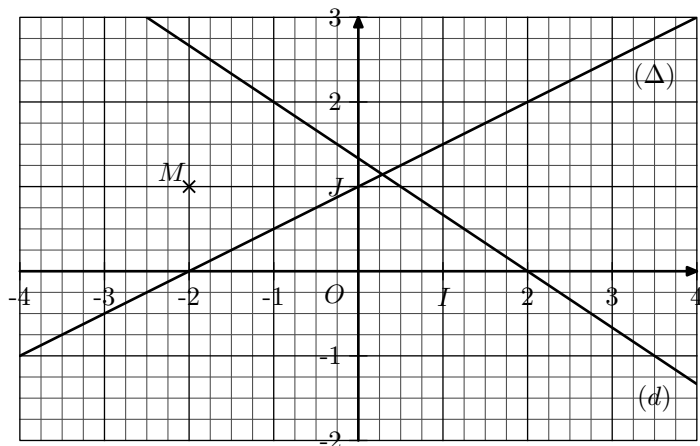


- 1 Déterminer graphiquement les équations réduites des droites (d) et (d') .
- 2 a Donner graphiquement les coordonnées des points M et N .
 b Justifier que la droite (MN) est parallèle à la droite (d) .
- 3 Soit Q un point de la droite (d) tel que la droite (MQ) soit parallèle à (d') . On note x l'abscisse du point Q .
 a Justifier que les vecteurs $\vec{MQ}$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ sont colinéaires.
 b Justifier que le vecteur $\vec{MQ}$ a pour coordonnée en fonction de x : $\vec{MQ} \begin{pmatrix} x+3 \\ \frac{5}{4}x + \frac{3}{4} \end{pmatrix}$

c Résoudre l'équation : $x+3=-3\cdot\left(\frac{5}{4}\cdot x+\frac{3}{4}\right)$.

d En déduire les coordonnées du point Q .

E.2902 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère la droite (d) représentée ci-dessous et le point M de coordonnée $(-2; 1)$:



1 Déterminer l'équation réduite de la droite (d) .

2 a Tracer un représentant du vecteur $\vec{u}(2; 1)$.

b Déterminer les coordonnées du point P appartenant

à la droite (d) tel que les vecteurs $\vec{MP}$ et $\vec{u}$ soient colinéaires.

3 Résoudre l'équation suivante :

$$(1-2x)(10x+13)=(x+2)(15x+24)$$

4 Soit N le point de coordonnées $\left(-\frac{13}{10}; \frac{1}{5}\right)$. Soit x un nombre réel, on considère les deux points R et S appartenant respectivement aux droites (d) et (Δ) ayant chacun pour abscisse la valeur x

a On admet que l'équation réduite de la droite (Δ) est :

$$y = \frac{1}{2} \cdot x + 1$$

Exprimer en fonction de x les coordonnées des deux vecteurs $\vec{MR}$ et $\vec{NS}$.

On souhaite déterminer une valeur de x pour laquelle les vecteurs $\vec{MR}$ et $\vec{NS}$ sont colinéaires.

Supposons désormais que x vérifie cette contrainte :

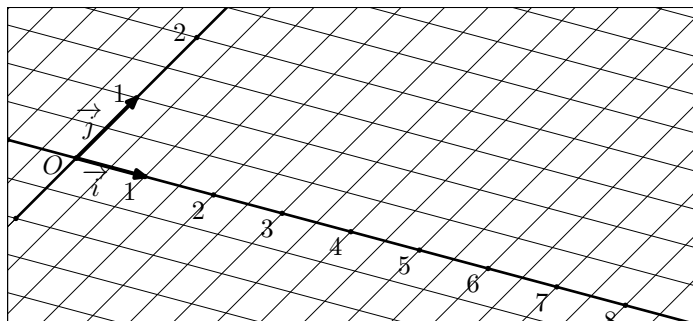
b Justifier que x vérifie la condition suivante :

$$\left(x + \frac{13}{10}\right)\left(-\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right) = (x+2)\left(\frac{1}{2}x + \frac{4}{5}\right)$$

c En déduire les coordonnées des points R et S .

19. Approfondissement : repères quelconques

E.4968 On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ quelconque représenté ci-dessous :



1 a Dans le repère ci-dessous, placer les deux points : $A(-1; 2)$; $B(4; 1)$

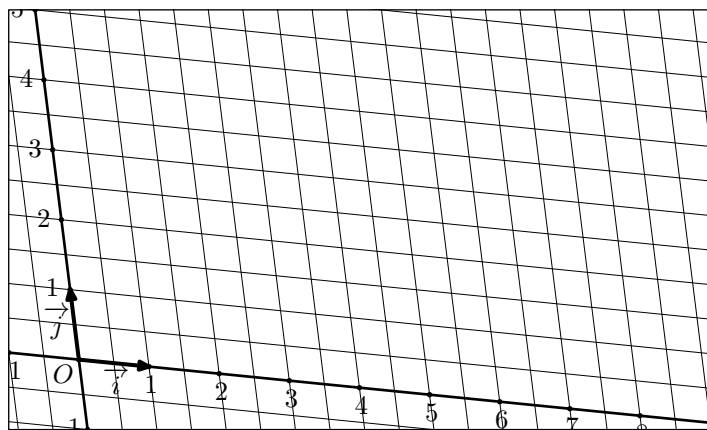
b Justifier graphiquement que le vecteur $\vec{AB}$ a pour coordonnées $(5; -1)$.

2 On considère les deux vecteurs suivants :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} ; \vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Donner un représentant de votre choix de chacun de ces deux vecteurs dans le repère ci-dessus.

E.5339 On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ quelconque représenté ci-dessous :



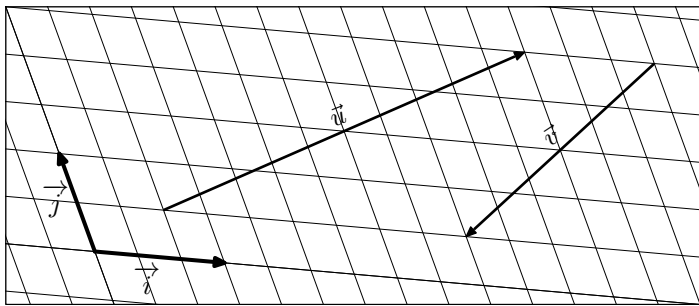
1 Tracer un représentant de chacun des deux vecteurs : $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

2 a Tracer un représentant du vecteur $\vec{w}$ défini par : $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$

b Graphiquement, déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w}$.

c Comparer les coordonnées du vecteur $\vec{w}$ relativement à celles des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

E.5744 Dans le plan, on considère les deux vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ non colinéaires représentés ci-dessous :



La représentation des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont également représentés ci-dessus.

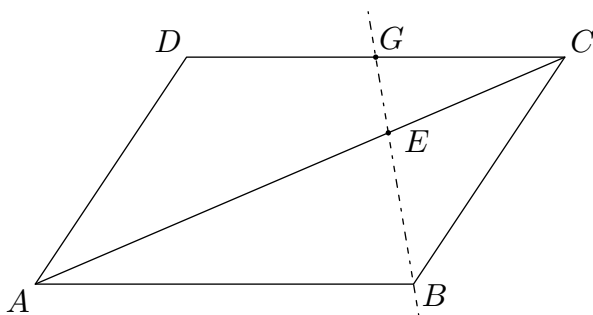
- 1 Dans la base vectorielle de $(\vec{i}; \vec{j})$, donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- 2 Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur somme: $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.
- 3 Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{t}$ réalisant l'égalité suivante: $\vec{v} = \vec{u} + \vec{t}$

20. Approfondissement: base quelconque et fonction affine

E.4592 Soit $ABCD$ un parallélogramme. On note E le point appartenant au segment $[AC]$ vérifiant :

$$AE = \frac{2}{3} \cdot AC$$

Les droites (BE) et (CD) s'intersectent au point G .



Le plan est muni du repère $(A; \vec{AB}; \vec{AC})$.

- 1 Donner, sans justification, les coordonnées des points: A ; B ; C ; D ; E
- 2 a Justifier que la droite (BE) admet pour équation: $y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$
b En déduire les coordonnées du point G .
- 3 Que représente le point G pour le segment $[CD]$? Justifier.

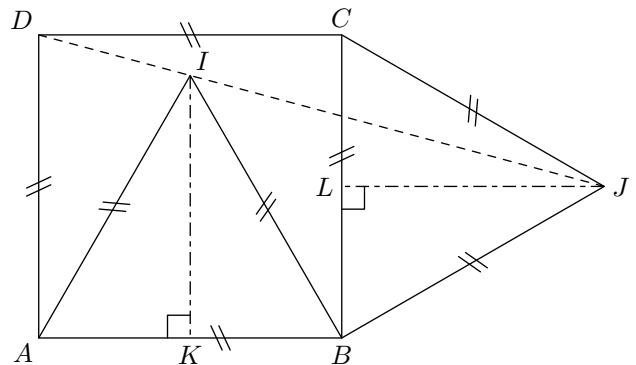
E.2074 On considère un carré $ABCD$ de côté 1 cm .

- Le point I est l'unique point tel que le triangle AIB soit équilatéral et soit contenu dans le carré $ABCD$;
- Le point J est l'unique point tel que le triangle BCJ soit équilatéral et soit extérieur au carré $ABCD$.

On note :

- K est le pied de la hauteur issue du sommet I dans le triangle AIB .
- L est le pied de la hauteur issue de J dans le triangle BCJ .

Voici la représentation de cette configuration :



Le but de l'exercice est de démontrer que les points D , I et J sont alignés.

On considère le plan muni du repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$.

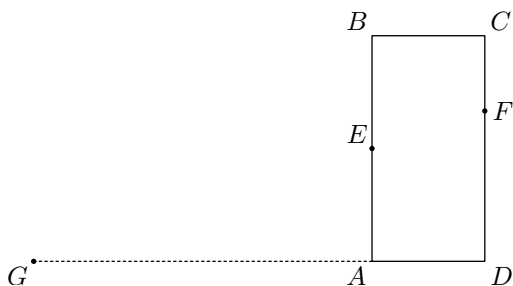
- 1 Quelle est la nature du repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$?
- 2 a Déterminer la longueur du segment $[KI]$.
b Donner les coordonnées du point I dans le repère considéré.
- 3 En admettant que la longueur LJ mesure $\frac{\sqrt{3}}{2}$, donner les coordonnées du point J .
- 4 Considérons la droite (d) d'équation: $y = (\sqrt{3} - 2)x + 1$

Montrer que les trois points D , I et J appartiennent à la droite (d) .

21. Approfondissement: décomposition de vecteurs dans une base quelconque

E.8112 Considérons un rectangle $ABCD$ et les trois points E , F , G définis par :

$$\vec{AE} = \frac{1}{2} \cdot \vec{AB} ; \quad \vec{DF} = \frac{2}{3} \cdot \vec{DC} ; \quad \vec{DG} = 4 \cdot \vec{DA}$$



On considère les deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ non colinéaire formant une base vectorielle.

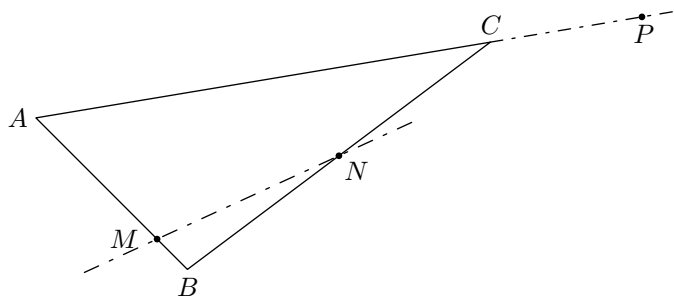
① Déterminer la décomposition du vecteur $\overrightarrow{EF}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$.

② Établir la décomposition du vecteur $\overrightarrow{EG}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$:

$$\overrightarrow{EG} = -\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} - 3 \cdot \overrightarrow{AD}$$

③ Démontrer que les points E , F et G sont alignés.

E.6664 🗑️ 🍷 Dans le plan, on considère le triangle ABC représenté ci-dessous :



Les points M , N et P sont définis par les relations :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5} \cdot \overrightarrow{AB} \quad ; \quad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BC} \quad ; \quad \overrightarrow{AP} = \frac{4}{3} \cdot \overrightarrow{AC}$$

L'étude s'effectuera dans le repère $(B; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC})$.

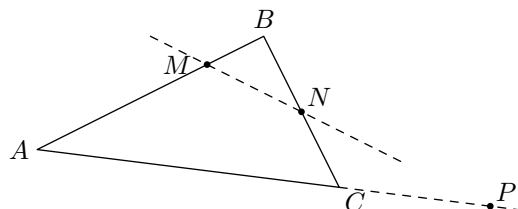
① Donner les coordonnées des points M et N .

② a) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

b) En déduire les coordonnées du point P .

③ Justifier que les points M , N et P sont alignés.

E.5342 🗑️ 🍷 Dans le plan, on considère le triangle ABC :



On considère les points M et N définis par :

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{BA} \quad ; \quad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BC}$$

On définit le point P par la relation vectorielle :

$$\overrightarrow{AP} = \alpha \cdot \overrightarrow{AC} \quad \text{où } \alpha \in \mathbb{R}$$

① Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$.

② On munit le plan du repère $(B; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC})$:

a) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MN}$ et du vecteur $\overrightarrow{MP}$ en fonction du réel α .

b) Déterminer la valeur de α afin que les points M , N et P soient alignés.