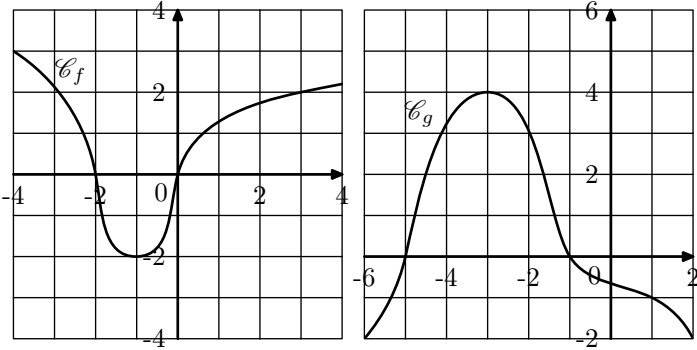




1. Lecture graphique de tableaux de signes

E.472 On représente ci-dessous les représentations graphiques des fonctions f et g définies respectivement sur $[-4; 4]$ et $[-6; 2]$.

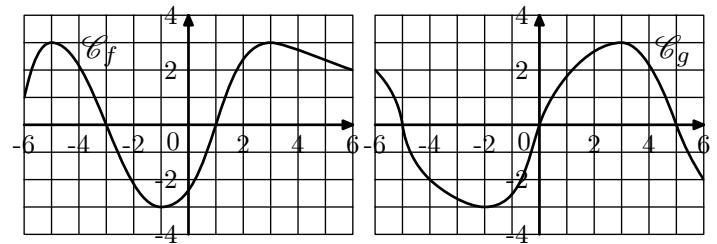


- Déterminer, graphiquement, les solutions des inéquations :
 $f(x) \geq 0$; $g(x) \geq 0$
- Dresser les tableaux de signes des fonctions f et g :

x	-4	4
$f(x)$		

x	-6	2
$g(x)$		

E.481 On considère les deux fonctions f et g définies sur $[-6; 6]$ dont les représentations graphiques sont données ci-dessous :



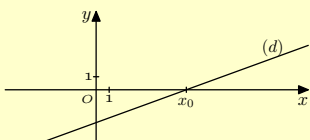
Dresser les tableaux de signes des fonctions f et g sur $[-6; 6]$

2. Tableau de signes des fonctions affines

E.9784

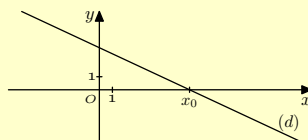
Proposition :

Coefficient directeur positif ($m > 0$)



x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	0	+

Coefficient directeur négatif ($m < 0$)



x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	-

- On considère la fonction affine f définie par :
 $f(x) = 2x + 3$
Déterminer le tableau de signes de la fonction f .
- On considère la fonction affine f définie par :
 $g(x) = -x + 1$
Déterminer le tableau de signes de la fonction g .

E.9785

- a) On considère la fonction f affine définie par :
 $f(x) = 3x - 4$

Compléter le tableau de signe de la fonction f :

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$			

- On considère la fonction g affine définie par :
 $g(x) = -2x + 1$

Compléter le tableau de signe de la fonction g :

x	$-\infty$		$+\infty$
$g(x)$			

- Soit h la fonction obtenue par le produit des fonctions f et g . C'est-à-dire que pour tout $x \in \mathbb{R}$:
 $h(x) = f(x) \times g(x)$

Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

- $h(-5)$ est positif
- $h(-1)$ est positif
- $h(1)$ est positif
- $h(3,2)$ est positif

E.9786 On considère une fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ et dont le tableau de signe est donnée ci-dessous :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

De plus, l'inéquation $f(x) \geq 3$ admet pour solutions l'ensemble S : $S =]-\infty; -3]$

Déterminer l'équation réduite de la fonction f .

3. Construction de tableaux de signes

E.468   

- 1 On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = 2x^2 - 3x - 2$$

Dans cette question, nous allons étudier le signe de la fonction f .

- a) Établir l'égalité: $f(x) = (2x+1)(x-2)$.

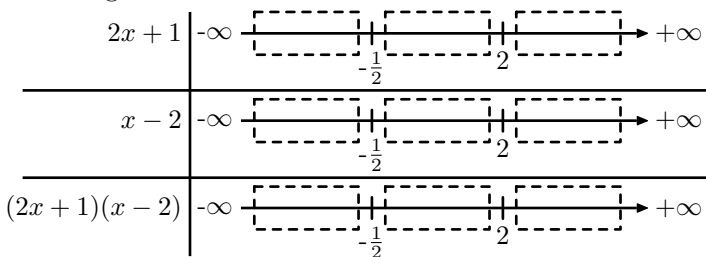
- b) Résoudre les deux inéquations suivantes :

$$2x + 1 < 0 \quad ; \quad x - 2 < 0$$

- c Dans le tableau ci-dessous et pour les deux facteurs $2x+1$ et $x-2$, colorier :

- en bleu les intervalles sur lesquels le facteur est positif;

- en rouge les intervalles sur lesquels le facteur est négatif.



- d) Compléter la troisième ligne en utilisant la règle des signes d'un produit.

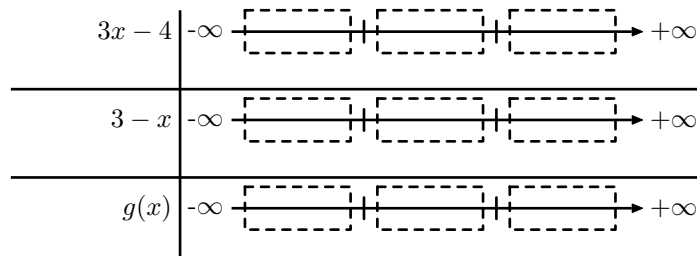
- e) Résoudre l'inéquation : $f(x) \leq 0$.

- ② On considère la fonction g dont l'image d'un nombre x est donné par la relation :

$$g(x) = -3x^2 + 13x - 12$$

- a) Établir l'égalité suivante: $g(x) = (3x-4)(3-x)$

- b) De même que pour la question précédente, compléter le tableau ci-dessous :



- c En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $g(x) < 0$

E.469

- 1 a Résoudre sur $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes:

$$4 - 2x \geq 0 \quad ; \quad 5x + 15 \geq 0$$

- (b) En déduire les solutions des inéquations :

$$4 - 2x < 0 \quad ; \quad 5x + 15 < 0$$

- 2 a Dans les deux premières lignes du tableau de signe, indiquer le signe des expressions sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$4-2x$		
$5x+15$		
$(4-2x)(5x+15)$		

- b Compléter la troisième ligne du tableau afin d'indiquer le signe du produit $(4-2x)(5x+15)$ sur $\mathbb{R}$.

- c) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation :
 $(4 - 2x)(5x + 15) \geq 0$

E.4380    On considère les fonctions f et g dont les images du nombre x sont respectivement définies par :

$$f(x) = \sqrt{2-x} \times \sqrt{x-5} \quad ; \quad g(x) = \sqrt{(2-x)(x-5)}$$

- 1 a Justifier que la fonction f n'est pas définie pour le nombre 3.

- (b) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

- 2 a Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction g .

- (b) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g .

4. Tableau de signes d'un produit

E.4455    Compléter les tableaux de signe ci-dessous :

- | | | | |
|---|---------------|-----------|-----------|
| 1 | x | $-\infty$ | $+\infty$ |
| | $2x + 1$ | | |
| | $3 + x$ | | |
| | $(2x+1)(3+x)$ | | |

- | | | | |
|---|----------------|-----------|-----------|
| 2 | x | $-\infty$ | $+\infty$ |
| | $x - 3$ | | |
| | $-2x + 4$ | | |
| | $(x-3)(-2x+4)$ | | |

E.4876    Compléter les tableaux de signe ci-dessous :

1	x	$-\infty$	$+\infty$
	$1 - x$		
	$2x + 1$		
	$(1-x)(2x+1)$		

2	x	$-\infty$	$+\infty$
	$2 - x$		
	$4x - 3$		
	$(2-x)(4x-3)$		

5. Tableau de signes d'un quotient

E.9787    Compléter les tableaux de signe ci-dessous :

1	x	$-\infty$	$+\infty$
	$x + 5$		
	$-2x - 8$		
	$\frac{x+5}{-2x-8}$		

2	x	$-\infty$	$+\infty$
	$x - 1$		
	$4 - x$		
	$-x - 1$		
	$\frac{(x-1)(4-x)}{-x-1}$		

E.9788    Compléter les tableaux de signe ci-dessous :

E.460    Établir le tableau de signes des expressions algébriques :

a) $(x+1)(2-x)$ b) $-(2x+4)(x-2)$ c) $(x+1)^2$

E.11648   Construire le tableau de signes de chacune des expressions ci-dessous :

a) $(2x-15)(2x-3)$ b) $x(x+1)$

E.11650   Construire le tableau de signe des expressions :

a) $(-2x-1)(x+1)$ b) $(-x+2)(x+3)$

1	x	$-\infty$	$+\infty$
	$2 + x$		
	$2 - x$		
	$\frac{2+x}{2-x}$		

2	x	$-\infty$	$+\infty$
	$4x + 1$		
	$x - 1$		
	$\frac{x(4x+1)(x-1)}{x}$		

E.11712   Construire le tableau de signe des expressions :

a) $\frac{5x-3}{4x+7}$ b) $\frac{-2x+5}{6x+15}$

6. Inéquations et tableaux de signes

E.480    Résoudre les inéquations suivantes :

a) $(x+4)(1-2x) \geq 0$ b) $(3+x)(2-x) \leq 0$

E.9819    Résoudre les inéquations suivantes :

a) $(3-2x)(5x+2) \geq 0$ b) $(3x+1)(4-2x) \geq 0$

E.9790    Résoudre l'inéquation :

$$\frac{(x+1)(x-2)}{1-x} > 0$$

E.9820    Résoudre les inéquations :

a) $\frac{(5-2x)(x-1)}{3x-2} > 0$ b) $\frac{(2x+1)^2}{(4x-3)(1-2x)} \leq 0$

E.465   

1 Développer : $(2x+1)(x-1)$

2 Résoudre l'inéquation suivante : $\frac{2x^2-x-1}{x^2+1} \leq 0$.

E.442   

1 Développer : $(x-1)(x-5)$

2 Résoudre : $\frac{(x-3)^2-4}{3-2x} < 0$

Indication : on utilisera le résultat de question 1

E.445    On considère la fonction f définie par la relation suivante :

$$f : x \mapsto \frac{x+1}{-2x^2+7x-3}$$

- 1 Établir l'égalité suivante : $-2x^2+7x-3 = (2x-1)(3-x)$
- 2 Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- 3  Dresser le tableau de signes de la fonction f sur son ensemble de définition.

 Résoudre l'inéquation : $f(x) \geq 0$

E.11713   Résoudre les inéquations suivantes :

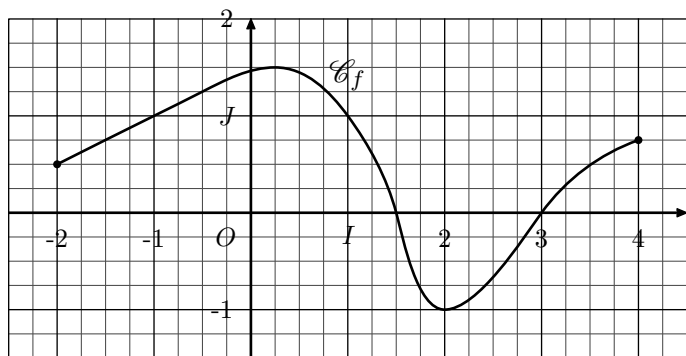
 $(x+4)(5-2x) \geq 0$  $(3-x)(3-6x) < 0$

E.11714   Résoudre les inéquations suivantes :

 $\frac{5x+2}{x-3} \geq 0$  $\frac{5-2x}{x+4} \leq 0$

7. Résolutions graphique d'inéquations et tableau de signes

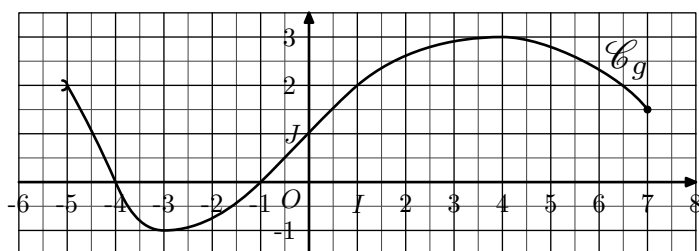
E.5027    On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-2; 4]$ dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-dessous :



- 1 On laissera les traits de constructions nécessaires à la résolution des questions suivantes :
 -  Déterminer graphiquement l'image du nombre 2 par la fonction f .
 -  Déterminer graphiquement les antécédents du nombre 1 par la fonction f .
- 2  Graphiquement, déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$
 -  Compléter le tableau de signes de la fonction f :

x	
$f(x)$	

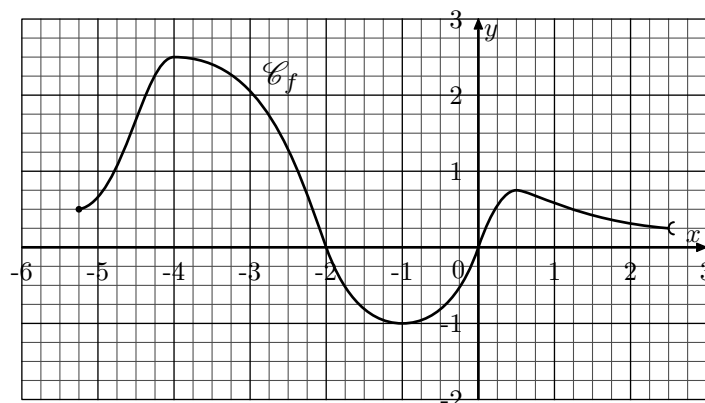
E.365    Dans un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère la courbe $\mathcal{C}_g$ représentative de la fonction g :



- 1 Donner, sans justification, l'ensemble de définition de la fonction g .
- 2  Graphiquement, résoudre l'équation $f(x) = 0$.
 -  Compléter le tableau de signes de la fonction f .

x	
$f(x)$	

E.9656    On considère une fonction f dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée dans le repère orthonormé ci-dessous :

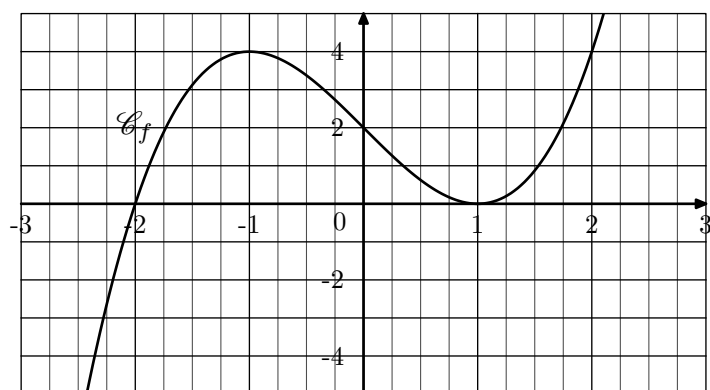


- 1 Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2  Graphiquement, donner les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
 -  Dresser le tableau de signes de la fonction f .

8. Lectures graphiques et manipulations algébriques

E.458 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$



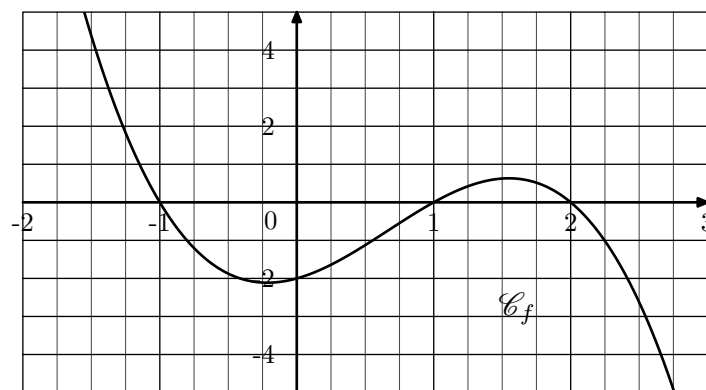
- 1 Graphiquement, déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 0$.
- 2 a Établir l'égalité suivante : $f(x) = (x+2)(x-1)^2$
 b Dresser le tableau de signes de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
 c En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation : $f(x) > 0$

E.446 On considère la fonction f dont

l'image d'un nombre x est définie par l'expression :

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 + x - 2$$

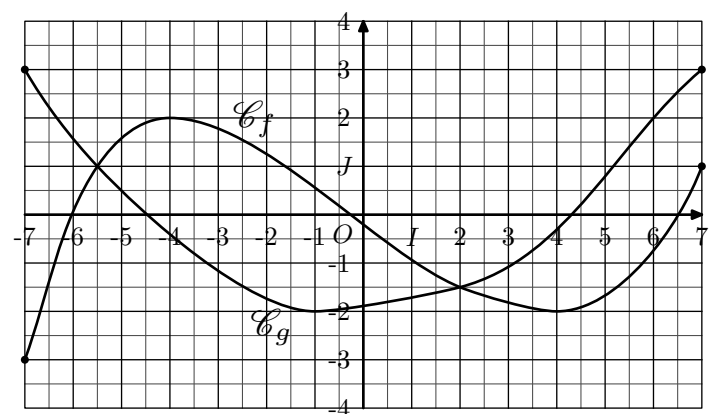
Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on a tracé la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f :



- 1 Par lecture graphique, donner les intervalles sur lesquels la fonction f est strictement positive.
- 2 Montrer l'égalité : $-x^3 + 2x^2 + x - 2 = -(x-2)(x^2 - 1)$
- 3 a Dresser le tableau de signes de f .
 b En déduire les solutions de l'inéquation : $f(x) > 0$.

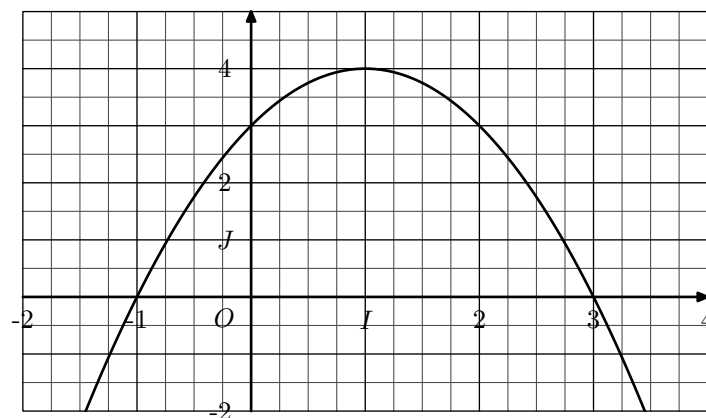
9. Positions relatives de courbes : résolution graphique

E.462 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère les deux courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ représentatives respectivement des fonctions f et g définies sur $[-7; 7]$:



- 1 Déterminer, graphiquement, les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
- 2 Graphiquement, résoudre l'inéquation : $g(x) \geq f(x)$

E.372 On considère la fonction f dont la représentation est donnée ci-dessous dans le repère orthogonal $(O; I; J)$:

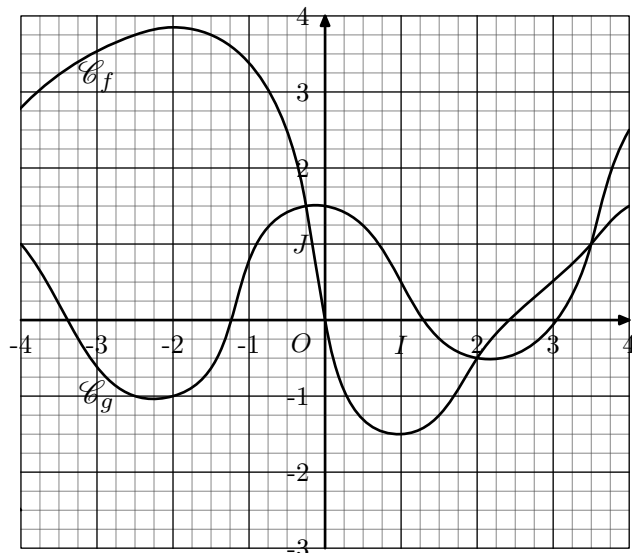


On s'intéresse à la fonction affine g définie par la relation :

$$g : x \mapsto x + 1$$

- 1 Tracer la courbe représentative de la fonction g dans le repère ci-dessus.
- 2 Graphiquement, résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$.
- 3 Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$

E.2142 Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-4; 4]$:



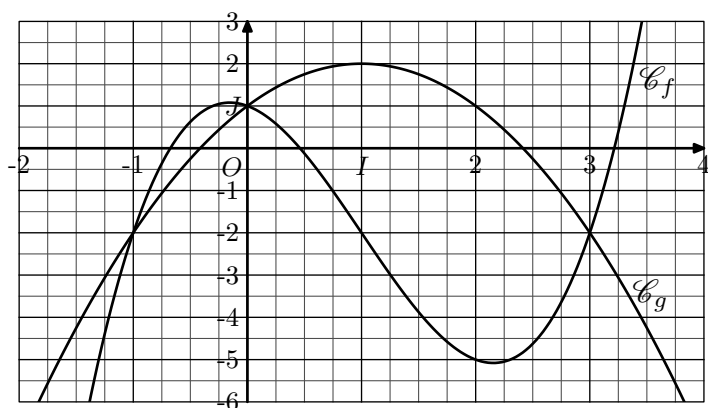
On considère l'inéquation: $f(x) < g(x)$

- 1 Parmi les nombres ci-dessous, lesquels sont solutions de cette inéquation :
 (a) $-2,5$ (b) $-0,25$ (c) 1
- 2 Résoudre graphiquement cette inéquation.

10. Positions relatives de courbes: résolution algébrique

E.4915

- 1 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthogonal, on considère les courbes représentatives $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ représentatives des fonctions f et g .



Résoudre graphiquement sur l'intervalle $[-2; 4]$ l'inéquation suivante: $f(x) < g(x)$

- 2 Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ par les expressions:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 1 \quad ; \quad g(x) = -x^2 + 2x + 1$$

- (a) Déterminer l'expression du polynôme P de degré 1 vérifiant l'égalité: $x^3 - 2x^2 - 3x = (x^2 - 3x) \times P$
- (b) En déduire sur quels intervalles la courbe $\mathcal{C}_g$ est strictement au-dessus de $\mathcal{C}_f$.

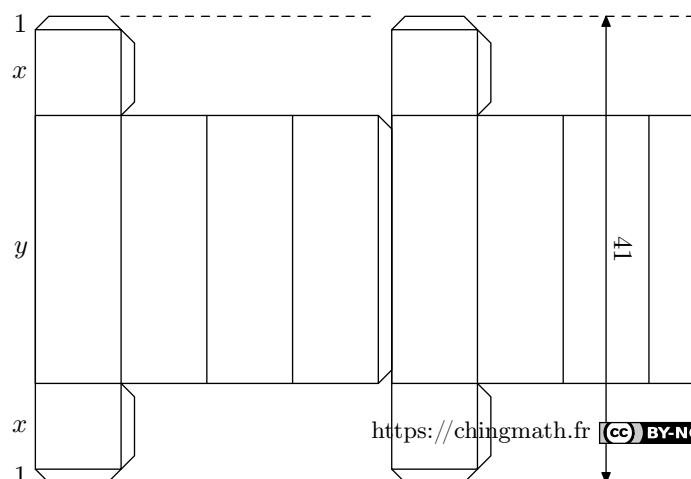
E.8192 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthogonal, on considère les courbes représentatives $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ représentatives des fonctions f et g où les fonctions f et g sont définies par:

$$f(x) = 6x^3 + 2x^2 + x + 1 \quad ; \quad g(x) = 2x^2 + 19x + 13$$

- 1 Déterminer les réels a et b réalisant l'identité:
 $6x^3 - 18x - 12 = (2x + 2)(3x + 3)(ax + b)$
- 2 En déduire sur quels intervalles la courbe $\mathcal{C}_g$ est strictement au-dessus de $\mathcal{C}_f$.

11. Problemes

E.2868 Un fabricant de boîtes en carton dispose, pour sa fabrication, de rouleaux donnant une bande de carton de 41 cm de large dans laquelle il trace et découpe les patrons de boîtes avant de les coller. Il dispose ses patrons de la manière indiquée dans le dessin ci-dessous:

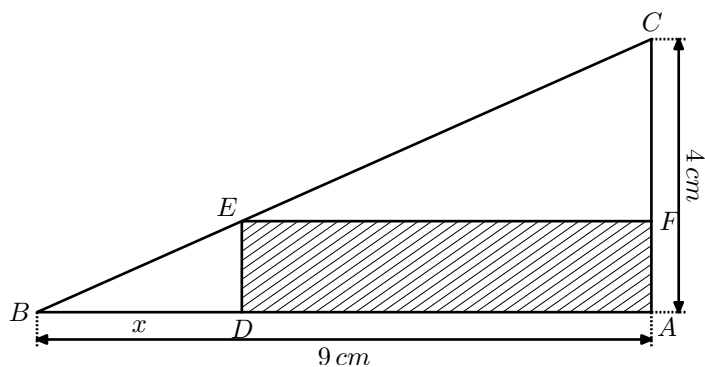


Les boîtes, en forme de pavés droits, comportent deux faces carrées de $x \text{ cm}$ de côté, munies de deux languettes de 1 cm de large pour le collage, et quatre autres faces dont les dimensions en cm sont x et y , ainsi qu'un rabat pour la fermeture.

- 1 a Donner une expression de y en fonction de x .
b Justifier que la valeur de x appartient à l'intervalle $]0; 19,5[$.
- 2 Démontrer que le volume $\mathcal{V}$, de la boîte en fonction de x en cm^3 , est donné, par la formule:
 $\mathcal{V} = 39x^2 - 2x^3$
- 3 a Déterminer l'expression du polynôme P vérifiant l'égalité:
 $39x^2 - 2x^3 - 972 = (x - 18)(x - 6) \times P$
b En déduire les valeurs de x pour lesquelles le volume $\mathcal{V}$ est supérieure à 972 cm^3 .
- 4 a Déterminer l'expression du polynôme Q vérifiant l'égalité: $\mathcal{V}(x) - 2197 = (-2x - 13) \times Q$
b En déduire le tableau de signes de l'expression: $\mathcal{V}(x) - 2197$.
c Donner le volume maximal que le fabricant peut obtenir avec ce type de boîte; pour quelle valeur de x , ce maximum est-il atteint?

E.1979   On considère le triangle ABC rectangle en A tel que:

$$AB = 9 \text{ cm} ; AC = 4 \text{ cm}$$



On considère un point D appartenant au segment $[AB]$ et on note x la longueur du segment $[BD]$. On construit à partir du point D un rectangle $DEFA$ tel que:

$$E \in [BC] ; F \in [AC]$$

On note $\mathcal{A}$ l'aire du rectangle $DEFA$.

- 1 a Déterminer l'expression de la longueur FA en fonction de x .
b Justifier, brièvement, que le nombre réel x appartient à l'intervalle $[0; 9]$.
- 2 Établir que l'aire $\mathcal{A}$ s'exprime en fonction de x par:
 $\mathcal{A}(x) = 4x - \frac{4}{9}x^2$
- 3 On souhaite connaître les valeurs de x pour lesquelles l'aire $\mathcal{A}$ ait supérieure ou égale à 5 cm^2 :

a Établir la factorisation suivante:
 $-4x^2 + 36x - 45 = (2x - 15)(3 - 2x)$

b Résoudre l'inéquation: $\mathcal{A}(x) \geq 5$.

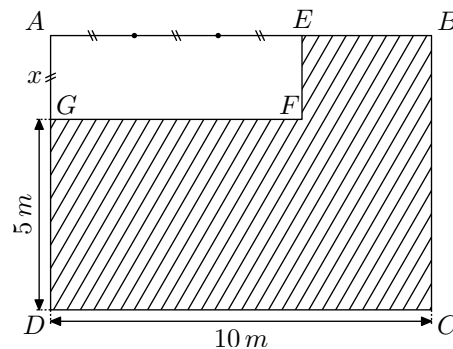
E.11721  

- 1 a Établir la factorisation:

$$-3x^2 + 10x - 3 = (x - 3)(1 - 3x)$$

b Résoudre l'inéquation: $-3x^2 + 10x - 3 > 0$

- 2 On considère la figure ci-dessous composée des deux rectangles $ABCD$ et $AEFG$:



Déterminer pour quelle valeur de x , l'aire de la partie hachurée est strictement supérieure à 53 m^2 .

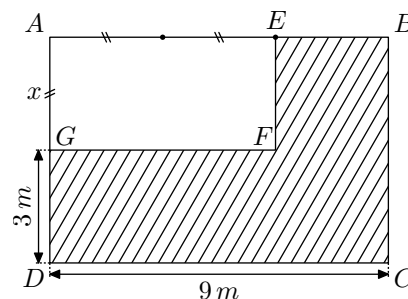
E.11722  

- 1 a Établir la factorisation:

$$-2x^2 + 9x - 10 = (x - 2)(5 - 2x)$$

b Résoudre l'inéquation: $-2x^2 + 9x - 10 \geq 0$

- 2 On considère la figure ci-dessous composée des deux rectangles $ABCD$ et $AEFG$:



Déterminer pour quelle valeur de x , l'aire de la partie hachurée est strictement supérieure à 37 m^2 .

E.11723  

- 1 a Établir la factorisation:

$$4x^2 - 12x + \frac{27}{4} = (4x - 9)\left(x - \frac{3}{4}\right)$$

b Résoudre l'inéquation: $4x^2 - 12x + \frac{27}{4} \geq 0$

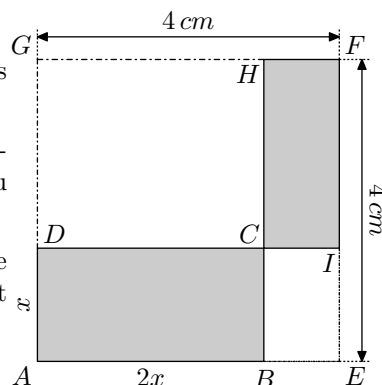
- 2 On considère la figure ci-dessous composée:

• du carré $AEFG$,

• de deux rectangles $ABCD$ et $CIFH$.

Les points B, D, I, H appartiennent aux côtés du carré $AEFG$.

On considère le domaine grisé représenté ci-contre et on note son aire $\mathcal{A}$:



(les mesures sont exprimées en centimètre)

Déterminer l'ensemble des valeurs de x réalisant l'inéquation:

$$\mathcal{A} \geq \frac{37}{4}$$

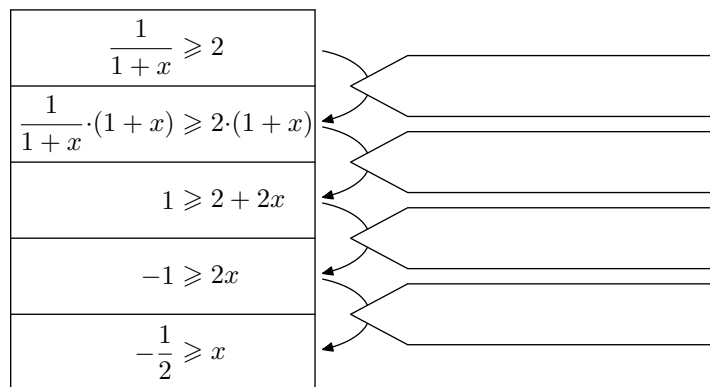
Indication: toute trace de recherche ou de prise d'initiative sera prise en compte dans l'évaluation.

12. Approfondissement: réflexion sur les opérations algébriques

E.471    Voici la résolution d'une inéquation réalisée par un élève :

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+x} &\geq 2 \\ \frac{1}{1+x} (1+x) &\geq 2(1+x) \\ 1 &\geq 2 + 2x \\ -1 &\geq 2x \\ -\frac{1}{2} &\geq x \\ S &=]-\infty; -\frac{1}{2}] \end{aligned}$$

- 1 a) -2 est-il solution de l'inéquation : $\frac{1}{1+x} \geq 2$?
- b) Que peut-on en déduire de la résolution proposée?
- 2 On décompose la résolution de l'élève en indiquant la manipulation algébrique effectuée à chaque étape par l'élève.
Compléter le diagramme ci-dessous :



- 3 a) Quel peut être le signe de l'expression $1+x$?
- b) En déduire l'erreur commise par l'élève.

- 4 Résoudre l'inéquation : $\frac{1}{1+x} \geq 2$

E.479    Un élève a produit la résolution suivante d'une inéquation :

$$\begin{aligned} \frac{x^2+4}{x} &\geq 4 \\ x^2+4 &\geq 4x \\ x^2-4x+4 &\geq 0 \\ (x-2)^2 &\geq 0 \\ \text{Un carré étant toujours positif} \\ \text{On a : } S &= \mathbb{R} \end{aligned}$$

- 1 a) Le nombre -1 est-il solution de l'inéquation : $\frac{x^2+4}{x} \geq 4$?
- b) Que peut-on en déduire sur la résolution proposée par l'élève?
- 2 Résoudre correctement cette inéquation.

13. Approfondissement: systèmes d'inéquation

E.319    Donner la valeur de a afin que le système ci-dessous ait pour solution l'intervalle $[1; 3]$:

$$\begin{cases} 3x + 2 \geq 5 \\ \frac{1}{2} - x \geq a \end{cases}$$

E.318    Trois nombres réels a , b et c vérifient le système suivant :

$$\begin{cases} a \cdot b \cdot c < 0 \\ a \cdot b > 0 \\ a + b > 0 \end{cases}$$

Trouver le signe de ces trois nombres.

E.348    Résoudre les systèmes d'équations suivantes :

- 1 $\begin{cases} 2x - 3 < 5x - 1 \\ x + 4 \geq 3x - 2 \end{cases}$
- 2 $\begin{cases} 3x - 3 > x + \frac{1}{2} \\ x + 1 \leq 2x + 1 \end{cases}$

14. Approfondissement: manipulation d'encadrements

E.317    On considère un carré $ABCD$ de 5 cm de côté.

- 1 Donner la longueur exacte des diagonales de ce carré.
- 2 Sachant que : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$

Donner un encadrement de la longueur de cette diagonale.

E.315   

- 1 Soit $a \in \mathbb{R}$ tel que $\frac{1}{2} < a < 1$, préciser quels encadrements sont vérifiés par a :

(a) $\frac{1}{2} < \frac{1}{a} < 2$ (b) $0 < a < 2a$ (c) $\frac{1}{4} < a^2 < 4$

- 2 Par disjonction de cas pour $a \in]-1; 0[$ et $a \in [0; 2[$, donner un encadrement de a^2 et a^3 pour $-1 < a < 2$.

15. Exercices non-classés

E.470    On appelle “domaine de résolution” lors d’une résolution d’équation ou d’inéquation, l’ensemble sur l’inconnue x peut prendre ses valeurs. On cherchera alors les solutions parmi les valeurs du domaine de résolution.

- 1 Voici la résolution de l’équation $x^2 = 3x$ par un élève :

$$(E) : \quad \begin{aligned} x^2 &= 3x \\ \frac{x^2}{x} &= \frac{3x}{x} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Il en déduit que l’équation admet une solution : 3.

- (a) Cette équation admet une seconde solution. Laquelle?
(b) Par sa méthode de résolution, cet élève a utilisé $\mathbb{R}^*$ pour domaine de résolution et non pas $\mathbb{R}$. Expliquer pourquoi?
2 Un élève résout une inéquation de la manière suivante :

$$(I) : \quad \begin{aligned} \frac{x+1}{x} &\leq 2 \\ x+1 &\leq 2x \\ 1 &\leq x \end{aligned}$$

Il en déduit que l’ensemble des solutions est l’intervalle $[1; +\infty[$

- (a) Donner l’ensemble de définition de l’expression algébrique $\frac{x+1}{x}$.
(b) Montrer que -1 est solution de l’inéquation.
(c) Quelle erreur a commis l’élève? Implicitement, quel ensemble de résolution a-t-il utilisé?
(d) Résoudre l’inéquation (I) à l’aide d’un tableau de signe.

Question subsidiaire :

- 3 Sans utiliser de tableaux de signe :
(a) On suppose que x est un nombre strictement négatif, résoudre l’inéquation (I).
(b) On suppose que x est un nombre strictement positif, résoudre l’inéquation (I).
(c) En déduire et retrouver la réponse de la question 3.

E.309    La plus courte distance pour aller d’un point à un autre est la ligne droite.

On traduit ce fait par l’inégalité triangulaire reliant la distance entre trois points : quels que soient les points A, B, C du plan, on a toujours :

$$AB \leq AC + CB$$

(passer par le point C rallonge le parcours à moins qu’il n’appartienne au segment).

On va construire un triangle DEF isocèle en F tels que $DE = 5$. On note $x = EF = DF$

- 1 Peut-on construire ce triangle pour $x = 2$?
2 Donner un encadrement des valeurs possibles prises par x .
3 Exprimer la valeur p du périmètre du triangle DEF en fonction de la valeur x .
4 Pour x vérifiant l’encadrement : $2,5 \leq x \leq 5$. Donner l’encadrement de p correspondant.

E.6755



Une image numérique en noir et blanc est composée de petits carrés (*pixels*) dont la couleur va du blanc au noir en passant par toutes les nuances de gris. Chaque nuance est codée par un réel x de façon suivante :

- $x=0$ pour le blanc ;
- $x=1$ pour le noir ;
- $x=0,01$; $x=0,02$ et ainsi de suite jusqu'à $x=0,99$ par pas de $0,01$ pour toutes les nuances intermédiaires (*du clair au foncé*).

L'image A , ci-après, est composée de quatre pixels et donne un échantillon de ces nuances avec leurs codes.

Un logiciel de retouche d'image utilise des fonctions numériques dites "*fonctions de retouche*".

Une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 1]$ est dite "*fonction de retouche*" si elle possède les quatre propriétés suivantes :

- $f(0)=0$;
- $f(1)=1$;
- f est continue sur l'intervalle $[0; 1]$;
- f est croissante sur l'intervalle $[0; 1]$.

Une nuance codée x est dite assombrie par la fonction f si $f(x) > x$, et éclaircie, si $f(x) < x$.

- si $f(x) = x^2$, un pixel de nuance codée $0,2$ prendra la nuance codée $0,2^2 = 0,04$. L'image A sera transformée en l'image B ci-dessous.
- Si $f(x) = \sqrt{x}$, la nuance codée $0,2$ prendra la nuance codée $\sqrt{0,2} \approx 0,45$. L'image A sera transformée en l'image C ci-dessous.

0,20	0,40
0,60	0,80

Image A

0,04	0,16
0,36	0,64

Image B

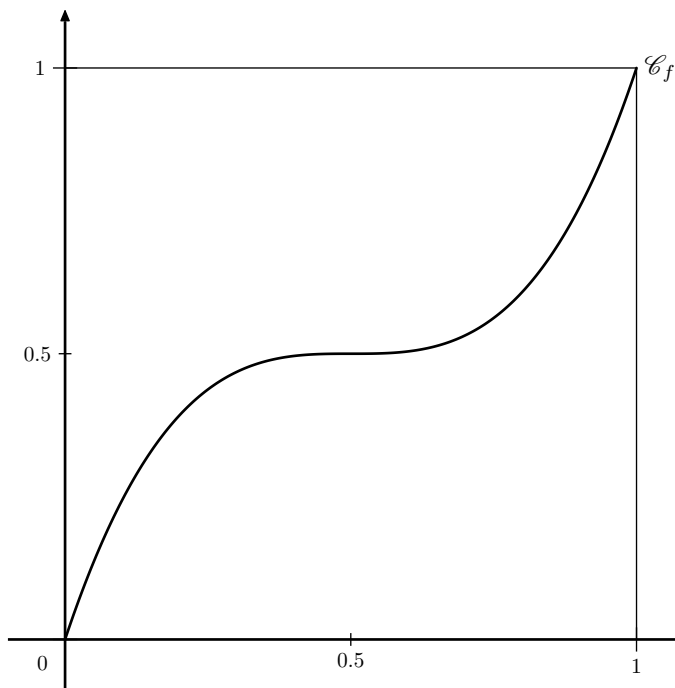
0,45	0,63
0,77	0,89

Image C

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 1]$ par :

$$f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 3x$$

On admet que la fonction f est une fonction de retouche. Sa courbe $\mathcal{C}_f$ représentative est donnée ci-dessous :



1 Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq x$, à l'aide du graphique donné ci-dessous, en faisant apparaître les pointillés utiles.

2 Interpréter ce résultat en termes d'éclaircissement ou d'assombrissement.

E.7005



L'entreprise *BBE* (*Bio Bois Énergie*) fabrique et vend des granulés de bois pour alimenter des chaudières et de poêles chez des particuliers ou dans des collectivités.

L'entreprise produit entre 1 et 15 tonnes de granulés par jour.

- Les coûts de fabrication quotidiens sont modélisés par la fonction C définie sur l'intervalle $[1; 15]$ par :

$$C(x) = 0,3 \cdot x^2 - x + e^{-x+5}$$

où x désigne la quantité de granulés en tonnes et $C(x)$ le coût de fabrication quotidien correspondant en centaines d'euros.

- Dans l'entreprise *BBE* le prix de vente d'une tonne de granulés de bois est de 300 euros.

La recette quotidienne de l'entreprise est donc donnée par la fonction R définie sur l'intervalle $[1; 15]$ par :

$$R(x) = 3 \cdot x$$

où x désigne la quantité de granulés en tonnes et $R(x)$ la recette quotidienne correspondante en centaines d'euros.

- On définit par $D(x)$ le résultat net quotidien de l'entreprise en centaines d'euros, c'est-à-dire la différence entre la recette $R(x)$ et le coût $C(x)$, où x désigne la quantité de granulés en tonnes.

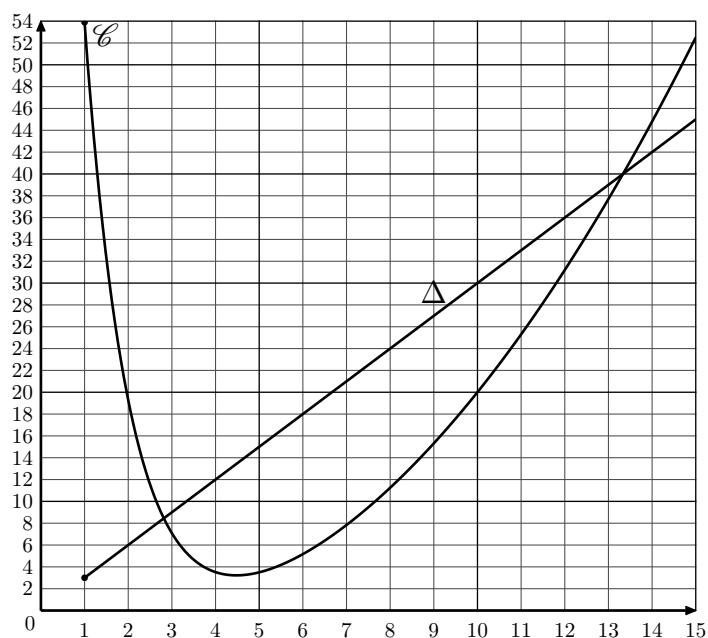
Sur le graphique situé ci-dessous, on donne $\mathcal{C}$ et Δ les représentations graphiques respectives des fonctions C et R dans un repère d'origine O .

On répondra aux questions suivantes à l'aide du graphique, et avec la précision permise par celui-ci. Aucune justification n'est demandée.

1 Déterminer la quantité de granulés en tonnes pour laquelle le coût quotidien de l'entreprise est minimal.

2 a Déterminer les valeurs $C(6)$ et $R(6)$ puis en déduire une estimation du résultat net quotidien en euros dégagé par l'entreprise pour 6 tonnes de granulés fabriqués et vendus.

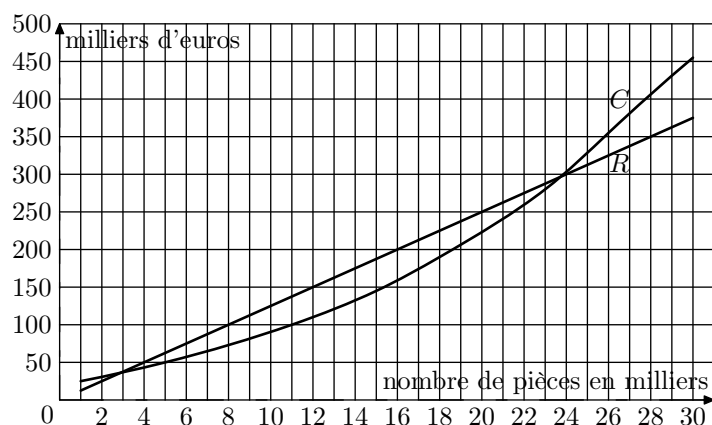
b Déterminer les quantités possibles de granulés en tonnes que l'entreprise doit produire et vendre quotidiennement pour dégager un résultat net positif, c'est-à-dire un bénéfice.



E.7055    Une entreprise produit et vend des composants électroniques.

Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 1 000 et 30 000 pièces. On suppose que toute la production est commercialisée.

On donne ci-dessous R et C les représentations graphiques respectives des fonctions recette et coût sur l'intervalle $[1; 30]$.

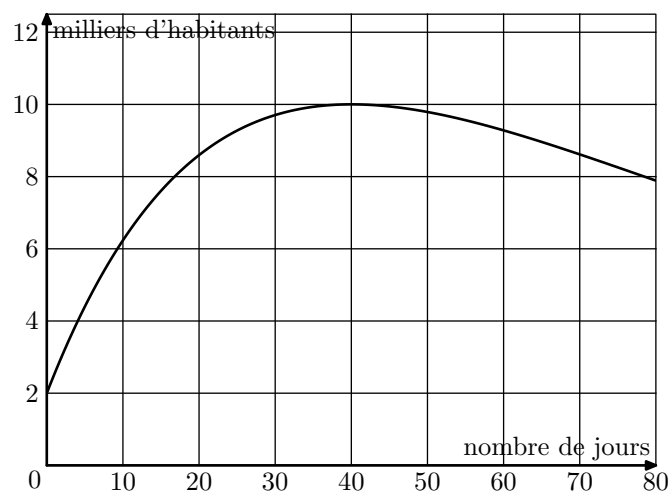


Par lecture graphique, donner une estimation des valeurs demandées.

- ① Quel est le coût de production de 21 000 pièces?

- ② Pour quelles quantités de pièces produites, l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice?
- ③ Pour quel nombre de pièces produites le bénéfice est-il maximal?

E.7060    L'évolution de la population d'une station balnéaire pour l'été 2015 a été modélisée par une fonction f , définie sur l'intervalle $[0; 70]$, dont la courbe représentative est donnée ci-dessous.



Lorsque x est le nombre de jours écoulés après le 1^{er} juillet, $f(x)$ désigne la population en milliers d'habitants.

Ainsi, $x=30$ correspond au 31 juillet et $f(30)$ représente la population qu'il est prévu d'accueillir le 31 juillet.

On estime qu'un habitant utilisera chaque jour entre 45 et 55 litres d'eau par jour.

Les réponses aux questions suivantes sont à fournir par lecture graphique.

- ① **a** Estimer le nombre maximal d'habitants présents dans la station balnéaire selon ce modèle durant l'été 2015 et préciser à quelle date ce maximum serait atteint.
- b** La commune est en capacité de fournir 600 000 litres d'eau par jour, est-ce suffisant?
- ② Estimer le nombre de jours durant lesquels le nombre d'habitants de la station balnéaire devrait rester supérieur à 80 % du nombre maximal prévu.