

1. Les triplets pythagoriciens

E.1959



Étude du triplet $(m^2 -$

$n^2; 2mn; m^2 + n^2)$:

- ① Montrer que, pour n et n entier positif, le triplet suivant est un triplet pythagoricien :
 $(m^2 - n^2; 2mn; m^2 + n^2)$

Étude d'un cas particulier :

- ② a Vérifier que ce triplet est pythagoricien.

Par identification avec le triplet général, on doit avoir les deux entiers m et n qui vérifie simultanément les trois lignes (le système suivant) :

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = 15 \\ 2mn = 8 \\ m^2 + n^2 = 17 \end{cases}$$

- b Résoudre ce système : c'est-à-dire trouver les (uniques) valeurs de m et n vérifiant ces trois lignes.

Pour l'ensemble des triplets pythagoriciens :

- ③ Pour tout triplet pythagoricien $(a; b; c)$, on admet que les fractions $\frac{c+a}{2}$ et $\frac{c-a}{2}$ sont des carrés parfaits. Posons :
- $$m^2 = \frac{c+a}{2} \quad ; \quad n^2 = \frac{c-a}{2}$$

Montrer que m et n ainsi choisis satisfont à la question.

(pour la vérification de b on se contentera de montrer que $b^2 = 4m^2n^2$)

E.1960



Étude du triplet $(2mn; m^2 - n^2; m^2 +$

- ① Nous allons établir que pour tout entier positif m et n , le triplet $(2mn; m^2 - n^2; m^2 + n^2)$ est un triplet pythagoricien :

a Développer et réduire : $(m^2 - n^2)(m^2 - n^2)$

b Établir l'égalité suivante :
 $(2mn)^2 + (m^2 - n^2)^2 = (m^2 + n^2)^2$

Étude d'un cas particulier :

- ② Étude du triplet $(16; 30; 34)$

- a Vérifier que ce triplet est de Pythagore.

Par identification avec le triplet général, on doit avoir les deux entiers m et n qui vérifie simultanément les trois lignes (le système suivant) :

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = 16 \\ 2mn = 30 \\ m^2 + n^2 = 34 \end{cases}$$

- b Résoudre ce système.

Pour l'ensemble des triplets pythagoriciens :

- ③ Pour tout triplet pythagoricien $(a; b; c)$, on admet que les fractions $\frac{c+a}{2}$ et $\frac{c-a}{2}$ sont des carrés parfaits.

Posons :

$$m^2 = \frac{c+a}{2} \quad ; \quad n^2 = \frac{c-a}{2}$$

- a Établir les égalités suivantes :
 $a = m^2 - n^2 \quad ; \quad c = m^2 + n^2$

- b Développer et réduire le produit suivant :
 $(c+a)(c-a)$

- c Montrer que : $b^2 = 4m^2n^2$

On vient d'établir : $b = 2mn$

E.1961    **Étude du triplet** $(2mn; m^2 - n^2; m^2 + n^2)$:

① Nous allons établir que pour tout entier positif m et n , le triplet $(2mn; m^2 - n^2; m^2 + n^2)$ est un triplet pythagoricien :

(a) Développer et réduire pour obtenir l'égalité suivante : $(m^2 + n^2)(m^2 + n^2) = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$.

(b) Développer et réduire : $(m^2 - n^2)(m^2 - n^2)$.

(c) Simplifier l'écriture de $(2mn)^2$.

(d) Établir l'égalité suivante : $(2mn)^2 + (m^2 - n^2)^2 = (m^2 + n^2)^2$.

Étude d'un cas particulier :

② Étude du triplet $(16; 30; 34)$

(a) Vérifier que ce triplet est de Pythagore.

Par identification avec le triplet général, on doit avoir les deux entiers m et n qui vérifie simultanément les trois lignes (le système suivant) :

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = 16 \\ 2m \cdot n = 30 \\ m^2 + n^2 = 34 \end{cases}$$

(b) En se concentrant sur la ligne $2m \cdot n = 30$, déterminer la valeur des entiers m et n .

Pour l'ensemble des triplets pythagoriciens :

③ Pour tout triplet pythagoricien $(a; b; c)$, on admet que les fractions $\frac{c+a}{2}$ et $\frac{c-a}{2}$ sont des carrés parfaits.

Posons :

$$m^2 = \frac{c+a}{2} ; n^2 = \frac{c-a}{2}$$

(a) Établir les égalités suivantes : $a = m^2 - n^2 ; c = m^2 + n^2$

(b) Développer et réduire le produit suivant : $(c+a)(c-a)$

(c) En utilisant le fait que $(a; b; c)$ est un triplet pythagoricien, montrer que : $b^2 = 4m^2n^2$

On vient d'établir : $b = 2mn$

E.1954   

① Montrons que le triplet $(2mn; m^2 - n^2; m^2 + n^2)$ est un triplet pythagoricien :

(a) Développer et réduire : $(m^2 - n^2)(m^2 - n^2)$.

(b) Développer et réduire : $(m^2 + n^2)(m^2 + n^2)$.

(c) Simplifier l'écriture de $(2mn)^2$.

(d) Établir l'égalité suivante : $(2mn)^2 + (m^2 - n^2)^2 = (m^2 + n^2)^2$.

Maintenant, nous allons montrer que tout triplet pythagoricien peut s'écrire sous la forme $(2mn; m^2 - n^2; m^2 + n^2)$.

② Étude du triplet $(16; 30; 34)$

(a) Vérifier que ce triplet est de Pythagore.

Par identification avec le triplet général, on doit avoir m et n qui vérifie simultanément les trois lignes (le système suivant) :

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = 16 \\ 2mn = 30 \\ m^2 + n^2 = 34 \end{cases}$$

(a) Résoudre le système précédent.

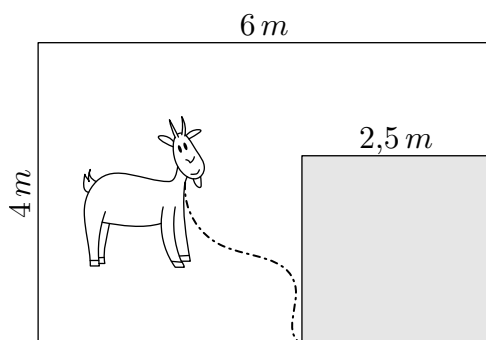
② Pour un triplet pythagoricien $(a; b; c)$, posons :

$$m^2 = \frac{c+a}{2} ; n^2 = \frac{c-a}{2}$$

(a) Établir les égalités suivantes : $a = m^2 - n^2 ; b = 2mn ; c = m^2 + n^2$

2. Problèmes ouverts

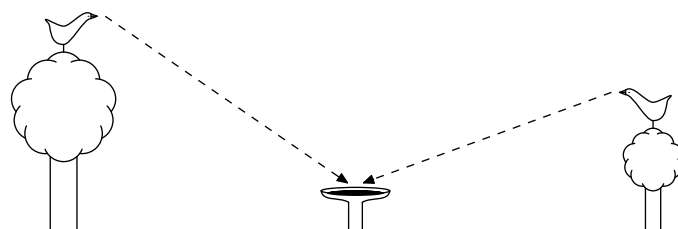
E.5790   Une chèvre se trouve dans un pâturage de forme rectangulaire et de dimension $6m \times 4m$. Elle est attachée à une cabanette, de forme carrée dont les côtés mesurent $2,5m$, comme l'indique la figure ci-dessous.



Quelle est la longueur minimale de la corde nécessaire à la chèvre pour parcourir l'ensemble de la pelouse?

E.5791   Deux platanes, le premier mesurant $17m$ de haut et le second mesurant $10m$ de haut, sont séparés de $24m$.

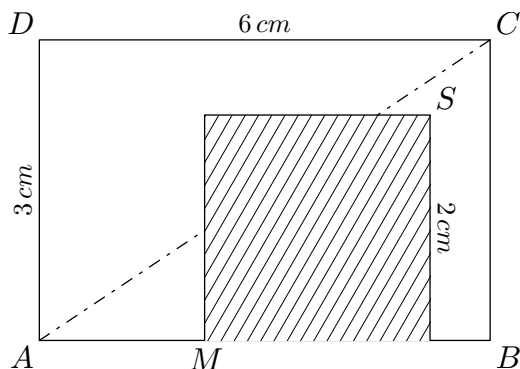
Sur le sommet de chacun des arbres, se situe un oiseau qui va se rendre en ligne droite vers une fontaine dont le plateau est posé à $1m$ de hauteur. Cette fontaine se situe au milieu entre les deux arbres.



Du grand arbre, le premier oiseau se lance vers la fontaine à une vitesse de 50 km/h .

Quelle doit être la vitesse minimale du second oiseau afin d'arriver en premier à la fontaine?

E.5792   Un carré ayant 2 m de côté est représenté hachuré dans la représentation ci-dessous. Il situe à l'intérieur du rectangle $ABCD$, de dimensions $6\text{ m} \times 3\text{ m}$ et repose sur le côté $[AB]$:



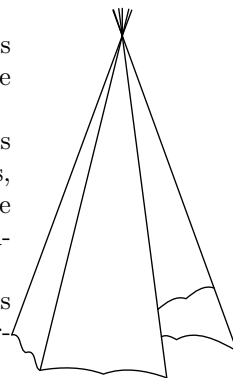
Quelle doit-être la position du point M afin que le carré se situe dans le triangle ABC ?

E.5793  

L'habitation traditionnelle des Indiens des plaines d'Amérique du Nord est le tipi.

Un tipi est constitué de longues tiges de bois appuyées les unes aux autres, d'une enveloppe extérieure faite de peaux d'animaux et d'une porte toujours orientée vers l'Est.

Chaque perche en bois mesure 21 pieds et dépasse de 3 pieds. Le rayon du cercle tracé au sol mesure 7,5 pieds.



Le grand chef indien veut coiffer le cercle formé par le haut des perches de son tipi d'un chapeau de plumes.

Quel doit être le diamètre de son chapeau?

Expliquer la démarche par un texte présentant vos calculs et vos arguments et illustrer avec une figure.

3. *Decomposition en facteurs premiers*

E.636  

① écrire les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible:

$$A = \left(1 - \frac{7}{12}\right) \times \frac{4}{5} ; \quad B = \frac{42}{7} \div \frac{12}{35}$$

② Simplifier la fraction suivante de manière à la rendre irréductible:

$$C = \frac{3^8 \times 5^8 \times 7^3}{15^8 \times 14^2}$$

E.638   Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme de fractions irréductibles:

a $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$

b $\frac{24}{5} \div \frac{12}{30}$

c $\frac{\frac{1}{4} + 1}{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}}$

d $\frac{3^2 \times 11^{-4} \times 4^3}{2^6 \times 11^2}$

E.3527   Écrire les nombres suivants sous la forme $2^n \times 3^m \times 5^k$ où les entiers n, m, k des entiers relatifs.

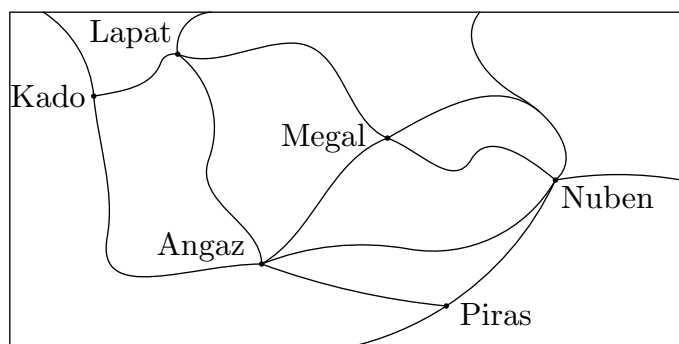
a $18 \times 15^2 \times 12^4$

b $\frac{6^{10} \times 5^3 \times 10^2}{15^7 \times 2^3}$

c $\frac{(-3)^3 \times 15^2 \times (-4)^3}{16^2 \times (-9)^2}$

4. *Problèmes de l'enquête PISA*

E.5794   Ci-dessous est présenté une carte des routes d'une région:

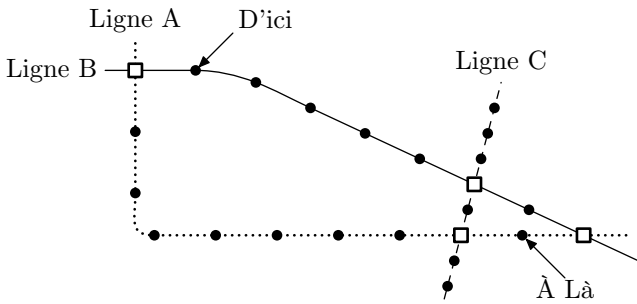


Ci-dessous sont données les distances routières les plus courtes entre les villes, exprimées en kilomètres:

Angaz						
Kado	550					
Lapat	500	300				
Megal	300	850	550			
Nuben	500		1000	450		
Piras	300	850	800	600	250	
	Angaz	Kado	Lapat	Megal	Nuben	Piras

Calculer la plus courte distance par route entre Nuben et Kado

E.5795   Le schéma ci-dessous montre une section du réseau de transports publics d'une ville de Zedlande, comprenant trois lignes de métro.



- Représente une station sur une des lignes de métro
- Représente une jonction, c'est-à-dire une station où existe une correspondance permettant de changer de ligne de métro (Lignes A, B ou C)

Le prix est fonction du nombre de stations traversées (*sans compter la station de départ*). Le coût s'élève à 1 zed par station.

La durée du parcours entre deux stations successives est d'environ 2 minutes.

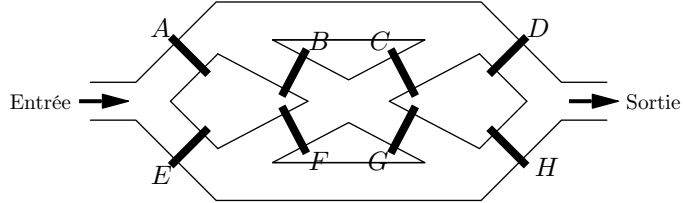
La durée nécessaire pour changer de ligne à une jonction est d'environ 5 minutes.

Sur le schéma, on peut voir la station où se situe un voyageur en ce moment ("*D'ici*") et où il souhaite se rendre ("*À là*"). Indiquer sur le schéma le meilleur parcours (*en termes de durée et de coût*) et donner le prix que vous paierez, ainsi que la durée approximative du trajet.

E.5796   Le système ci-dessous représente un système de canaux destiné à l'irrigation de parcelles cultivées. Les vannes A à H peuvent être ouvertes ou fermées pour amener l'eau là où elle est nécessaire. Quand une vanne est fermée, l'eau ne passe pas.

Dans ce problème, il s'agit d'identifier une vanne qui est bloquée, empêchant l'eau de s'écouler au travers du système de

canaux.



Michel a remarqué que l'eau ne s'écoulait pas toujours là où elle était censée le faire. Il pense qu'une des vannes est bloquée en position fermée, de sorte qu'elle ne s'ouvre pas, même lorsqu'on en commande l'ouverture.

Michel s'aperçoit que, quand les vannes sont réglées comme indiquées dans le tableau ci-dessous, il n'y a pas d'eau qui s'écoule à la sortie, indiquant qu'au moins une des vannes réglées en "*position ouverte*" est en fait bloquée en position fermée.

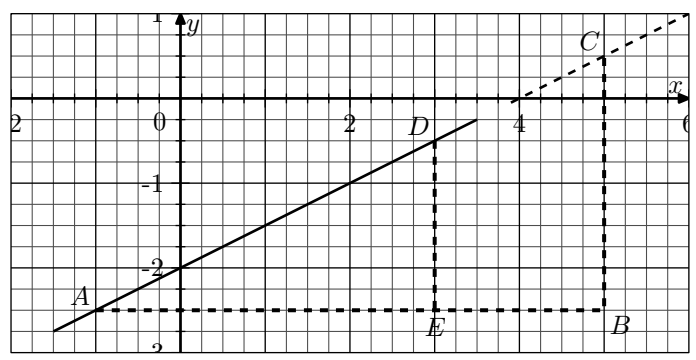
A	B	C	D	E	F	G	H
Ouverte	Fermée	Ouverte	Ouverte	Fermée	Ouverte	Fermée	Ouverte

Pour chacune des pannes décrites ci-dessous, indiquer si l'eau s'écoulera jusqu'à la sortie. Entourer "*Oui*" ou "*Non*" pour chaque panne.

Panne	L'eau s'écoulera-t-elle jusqu'à la sortie?
La vanne A est bloquée en position fermée. Toutes les autres fonctionnent correctement selon les réglages du tableau.	Oui / Non
La vanne D est bloquée en position fermée. Toutes les autres fonctionnent correctement selon les réglages du tableau.	Oui / Non
La vanne F est bloquée en position fermée. Toutes les autres fonctionnent correctement selon les réglages du tableau.	Oui / Non

5. Droites et fonctions affines

E.2610   On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ et d'une droite représentée ci-dessous :



- Déterminer les coordonnées des points :
A ; B ; C ; D ; E
- a** Sans justification, donner la nature des triangles ADE et ABC.
- b** Dans ces deux triangles, déterminer les valeurs trigonométriques suivantes :

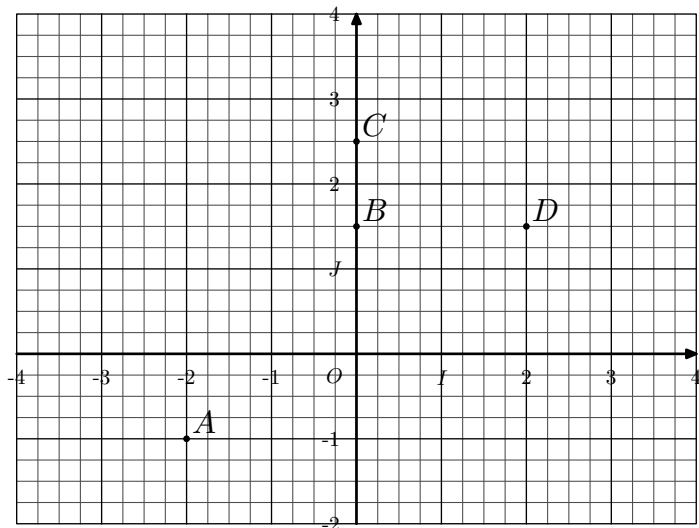
$$\tan \widehat{DAE} \quad ; \quad \tan \widehat{CAB}$$

- Que peut-on dire des points A, B, C?
- À l'aide des coordonnées des points, déterminer la valeur des deux quotients suivantes :
 $\frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} \quad ; \quad \frac{y_A - y_D}{x_A - x_D}$
- Vérifier que les coordonnées des points A, D, C vérifient l'égalité suivante :
 $y = 0,5x - 2$

E.965



Dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère les points A, B, C, D représentés ci-dessous :



- 1 Donner les coordonnées des points A, B, C et D .
- 2
 - a Tracer la droite (AB) . Déterminer la valeur de l'ordonnée à l'origine de la droite (AB) .
 - b Placer le point $M(0; -1)$. Déterminer la valeur du rapport trigonométrique : $\tan \widehat{MAB}$
 - c En déduire l'expression de la fonction affine f qui admet pour représentation la droite (AB) .
- 3
 - a Tracer la droite (CD) . Déterminer la valeur de l'ordonnée à l'origine de la droite (CD) .
 - b Placer le point $N(2; 2,5)$. Déterminer la valeur du rapport trigonométrique : $\tan \widehat{NCD}$
 - c Soit g la fonction affine qui admet pour représentation la droite (CD) . Laquelle des deux expressions suivantes est celle de la fonction g ?
 $g(x) = 0,5x + 2,5$; $g(x) = -0,5x + 2,5$

E.2483



Un club de sport propose à ses clients trois types de tarif :

- Tarif 1 : le paiement de 1 000 F pour chaque séance.
 - Tarif 2 : le paiement d'une carte mensuelle de 4 000 F auquel s'ajoute 500 F par séance suivie.
 - Tarif 3 : un abonnement mensuel de 11 500 F .
- 1 Monsieur Bob Iscotto prévoit de participer à 10 séances par mois.
Calculer sa dépense avec chacun des tarifs.
 - 2 Monsieur Ray Gimeseq ne sait pas combien de séances il suivra dans le mois. On appelle x le nombre de séances suivies dans le mois.
 - a Exprimer en fonction de x , les prix p_1, p_2, p_3 à payer dans chacun des cas.
 - b Sur papier millimétré, construire un repère où :
 - 1 cm représente 2 séances en abscisses ;
 - 1 cm représente 1 000 F en ordonnée ;
 - l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées sont perpendiculaires.
 Tracer les représentations graphiques des fonctions t_1 et t_2 telles que :
 $t_1(x) = 1\,000x$; $t_2(x) = 500x + 4\,000$.
 - 3
 - a Résoudre le système : $\begin{cases} y = 1\,000x \\ y = 500x + 4\,000 \end{cases}$
 - b Recopier et compléter la phrase suivante :
 "Graphiquement, la solution de ce système correspond à l'endroit où..."
 - c À partir de combien de séances, le tarif 3 est-il plus avantageux que le tarif 2?
 - 4 Recopier et compléter les phrases suivantes :
 - a De zéro à ... séances, M. Ray Gimeseq devrait choisir le tarif ...
 - b De ... à ... séances, M. Ray Gimeseq devrait choisir le tarif ...
 - c À partir de ... séances, M. Ray Gimeseq devrait choisir le tarif ...

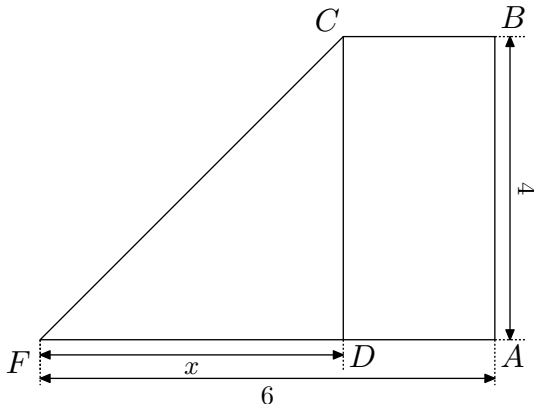
M. Ray Gimeseq vous remercie pour vos conseils !

Note : En Nouvelle-Calédonie, on utilise le franc pacifique. Pour information 100 francs pacifique valent environ 0,838 euro.

E.4156



On considère la figure ci-dessous où les dimensions sont données en cm et les aires en cm^2 . $ABCD$ est un rectangle. Le triangle DCF est rectangle en D .



Partie A

- ① Dans cette question, on a :
 $AB = 4$; $AF = 6$; $DF = 2$
 - a Calculer l'aire du rectangle $ABCD$.
 - b Calculer l'aire du triangle DCF .
- ② Dans la suite du problème :
 $AB = 4$; $AF = 6$; $DF = x$; $AD = 6 - x$
 - a Montrer que l'aire du rectangle $ABCD$ est de $24 - 4x$.
 - b Montrer que l'aire du triangle DCF est $2x$.
 - c Résoudre l'équation : $24 - 4x = 2x$.
 Pour quelle valeur de x , l'aire du rectangle $ABCD$ est-elle égale à l'aire du triangle DCF ?

Partie B

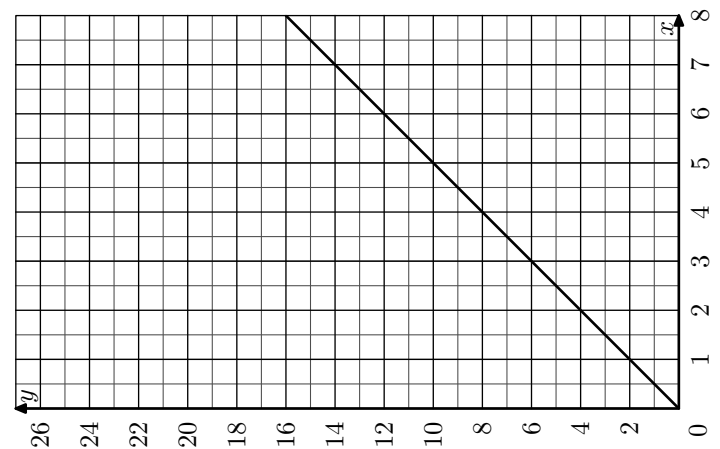
- ① On note f la fonction définie par : $f(x) = 24 - 4x$ et g la fonction définie par : $g(x) = 2x$

Compléter le tableau ci-dessous, puis représenter graphiquement la fonction f sur le document ci-dessous sur lequel figure la représentation graphique $\mathcal{G}$ de la fonction g .

x	0	1	2
$f(x) = 24 - 4x$			

- ② Par lecture graphique, déterminer pour quelle valeur de x l'aire de DCF est égale à $6 cm^2$.
- ③ Par lecture graphique, déterminer l'aire de $ABCD$ pour $x = 2,5 cm$.
- ④ Par lecture graphique, retrouver le résultat de la question ② c de la partie A.

Pour les questions ②, ③ et ④ on laissera apparents les traits nécessaires sur le graphique.



6. Taches complexes

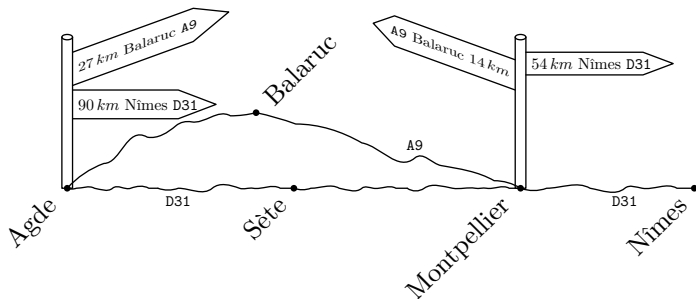
E.6337



Mariam souhaite se déplacer d'Agde à Nîmes.

Sur internet, elle arrive à récupérer les informations suivantes :

Information 1



Information 2

Voici un tableau récapitulatif des vitesses limites en France :

	Conditions normales de circulation	Par temps de pluie ou autres précipitations	Visibilité inférieure à 50 m
Autoroute	130 km/h	110 km/h	50 km/h
Voie rapide	110 km/h	100 km/h	50 km/h
Autres routes	90 km/h	80 km/h	50 km/h
Agglomération	50 km/h	50 km/h	50 km/h

Information 3

Voici quelques caractéristiques sur la consommation d'essence de la voiture de Mariam

Vitesse (en km/h)	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
Consommation (en ℓ)	7	7,5	8	6	6,5	7	7,5	7,8	8	8,5	9,2

Pour des raisons de sécurité, Mariam roule toujours 10 km/h en dessous de la vitesse maximale autorisée et pour des raisons budgétaires, Mariam choisit toujours le trajet le plus économiques.

Quel trajet Mariam va-t-elle choisir?

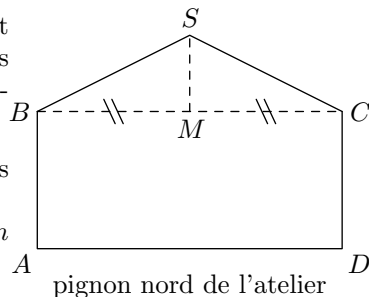


Monsieur Duchène veut barder (*recouvrir*) de bois le pignon nord de son atelier.

Ce pignon ne comporte pas d'ouverture. On donne :

$$AD = 6 \text{ m} ; AB = 2,20 \text{ m}$$

$$SM = 1,80 \text{ m}$$



pignon nord de l'atelier

M est le milieu de $[BC]$.

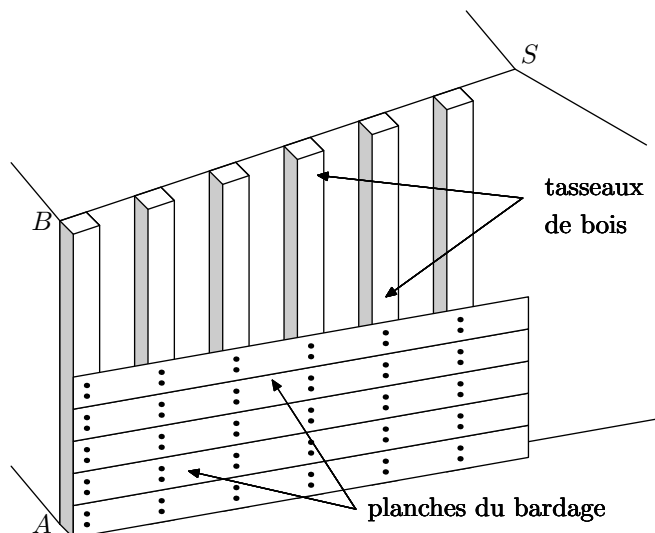
Les parties I, II et III sont indépendantes.

Partie I.

- 1 Montrer que l'aire du pignon $ABSD$ de l'atelier est de $18,6 \text{ m}^2$.
- 2 Les planches de bois qui serviront à barder le pignon sont conditionnées par lot.
Un lot permet de couvrir une surface de $1,2 \text{ m}^2$.
 - a Combien de lots monsieur Duchène doit-il acheter au minimum?
 - b Pour être sûr de ne pas manquer de bois, monsieur Duchène décide d'acheter 18 lots.
Un lot est vendu au prix de 49 €. Combien monsieur Duchène devrait-il payer?
 - c Monsieur Duchène a bénéficié d'une remise de 12% sur la somme à payer. Finalement, combien Monsieur Duchène a-t-il payé?

Partie II

Dans un premier temps, Monsieur Duchène va devoir fixer des tasseaux de bois sur le mur. Ensuite, il placera les planches du bardage sur les tasseaux, comme indiqué sur la figure ci-contre.



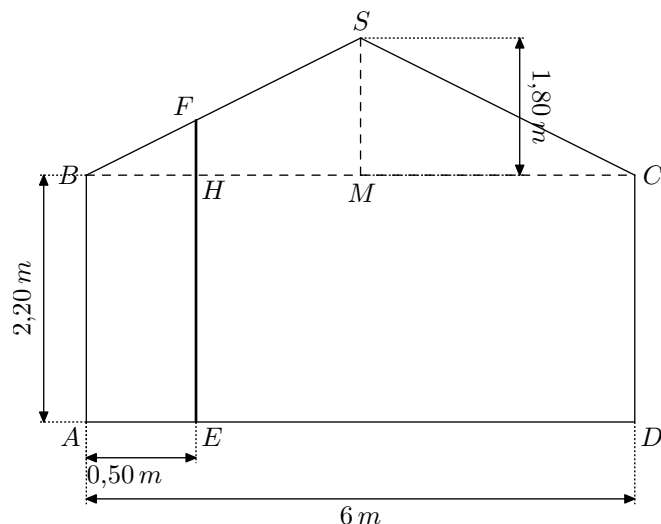
Les tasseaux seront placés parallèlement au côté $[AB]$. Cette partie a pour but de déterminer la longueur de chaque tasseau en fonction de la distance qui le sépare du côté $[AB]$.

Soit E un point du segment $[AD]$. La parallèle à (AB) passant par E coupe $[BS]$ en F et $[BM]$ en H . On admet que la droite (FH) est parallèle à la droite (SM) .

Le segment $[EF]$ représente un tasseau à fixer.

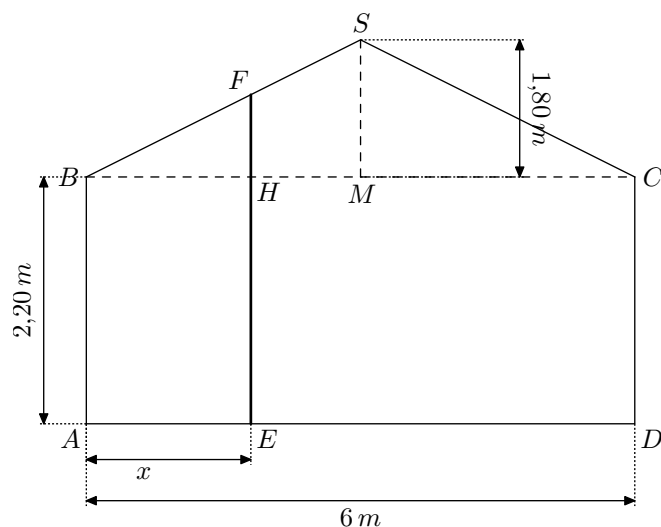
- 1 Sachant que M est le milieu de $[BC]$, calculer BM .

- 2 Dans cette question, on suppose que le tasseau $[EF]$ est placé à $0,50 \text{ m}$ du côté $[AB]$.



On a donc : $AE = BH = 0,50 \text{ m}$.

- a En se plaçant dans le triangle SBM et en utilisant le théorème de Thalès, calculer FH .
- b En déduire la longueur EF du tasseau.
- 3 Dans cette question, on généralise le problème et on suppose que le tasseau $[EF]$ est placé à une distance x du côté $[AB]$.



On a donc : $AE = BH = x$ (avec x variant entre 0 et 3 m).

- a Montrer que : $FH = 0,6x$.
- b En déduire l'expression de EF en fonction de x .
- 4 Dans cette question, on utilisera le graphique de l'annexe qui donne la longueur d'un tasseau en fonction de la distance x qui le sépare du côté $[AB]$.

On laissera apparents les tracés ayant permis les lectures graphiques.

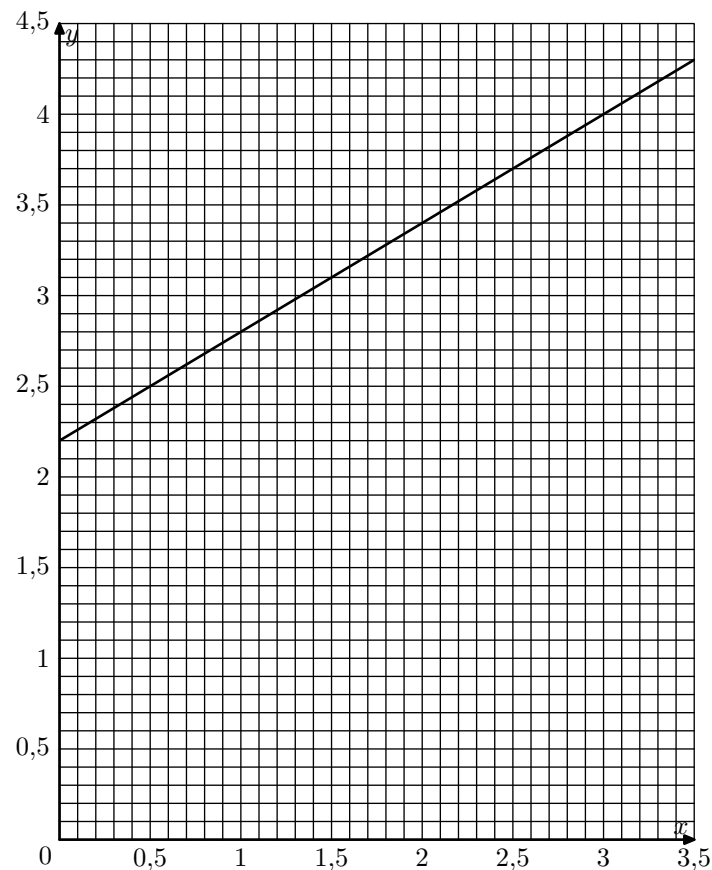
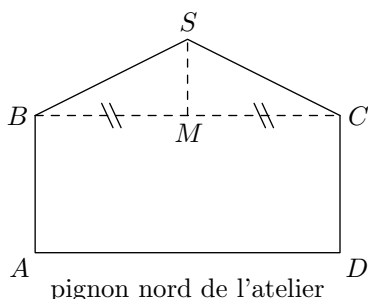
- a Quelle est la longueur d'un tasseau sachant qu'il a été placé à $1,50 \text{ m}$ du côté $[AB]$?
- b On dispose d'un tasseau de $2,80 \text{ m}$ de long que l'on ne veut pas couper. À quelle distance du côté $[AB]$ doit-il être placé?

Partie III

Monsieur Duchène a besoin de connaître la mesure de l'angle $\widehat{SBM}$ pour effectuer certaines découpes.

On rappelle que :
 $SM = 1,80 \text{ m}$; $BC = 6 \text{ m}$

Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{SBM}$. On arrondira le résultat au degré près.



E.4340



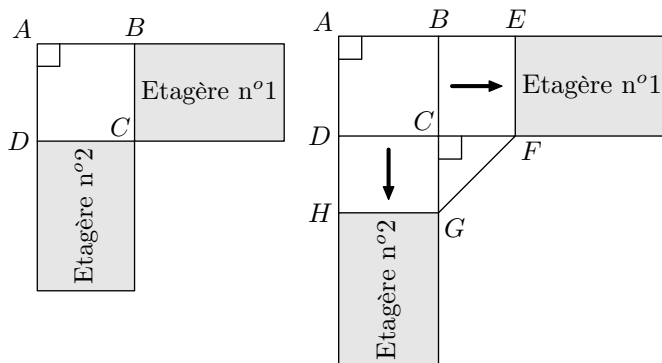
Partie 1 : Installation d'un ordinateur dans une bibliothèque d'école

À la bibliothèque de l'école, il y a deux étagères placées dans un angle de la pièce, comme le montre le schéma ci-dessous.

Pour installer un ordinateur, on déplace les deux étagères d'une même distance afin de placer une table ayant la forme $AEFGH$ comme sur le schéma ci-contre :

On précise que :

- $BE = CF = CG = DH$;
- GCF est un triangle rectangle et isocèle en C .



- 1 Si on déplace les deux étagères de 1 mètre, combien mesure alors GF ?

- 2 **Indication :** dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

On souhaite avoir $GF = 1 \text{ m}$. De combien doit-on déplacer les étagères ?

Partie 2 : Achat d'un logiciel de gestion de bibliothèque

L'école décide de tester un logiciel pour gérer sa bibliothèque. Elle télécharge ce logiciel sur Internet.

- 1 Le fichier a une taille de $3,5 \text{ Mo}$ (mégaoctets) et le téléchargement s'effectue en 7 secondes.

Quel est le débit de la connexion internet ? On donnera le résultat en Mo/s .

Après une période d'essai de 1 mois, l'école décide d'acheter le logiciel. Il y a trois tarifs :

- Tarif A : 19€
- Tarif B : 10 centimes par élève
- Tarif C : 8€ + 5 centimes par élève

- 2 Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre d'élèves	100	200	300
Tarif A	19,00€		
Tarif B			30,00€
Tarif C		18,00€	

- 3 a Si x représente le nombre d'élèves, laquelle des fonctions suivantes correspond au tarif C ?

$$x \mapsto 8 + 5x \quad ; \quad x \mapsto 8 + 0,05x \quad ; \quad x \mapsto 0,05 + 8x$$

- b Quelle est la nature de cette fonction ?

- 4 Sur le graphique donné en annexe, on a représenté le tarif

B.

Sur ce même graphique, représenter les tarifs A et C.

On fera apparaître sur la feuille annexe les tracés nécessaires à la lecture graphique.

- 5 Par lecture graphique, à partir de combien d'élèves le tarif A est-il plus intéressant que le tarif C?

Dans l'école, il y a 209 élèves.

- 6 Quel est le tarif le plus intéressant pour l'école?

Partie 3: Fonctionnement de la bibliothèque

Grâce au logiciel, on peut obtenir des informations précises sur les emprunts effectués par les 209 élèves de l'école.

On a, par exemple, les données suivantes :

Nombre d'emprunts en novembre 2010 :	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves :	39	30	36	23	20	22	18	10	11

- 1 Quel est le nombre moyen d'emprunts par élève?
- 2 Quelle est la médiane de cette série?

Partie 4: Fête de fin d'année

À la fin de l'année scolaire, l'école décide d'offrir des colis lecture aux élèves.

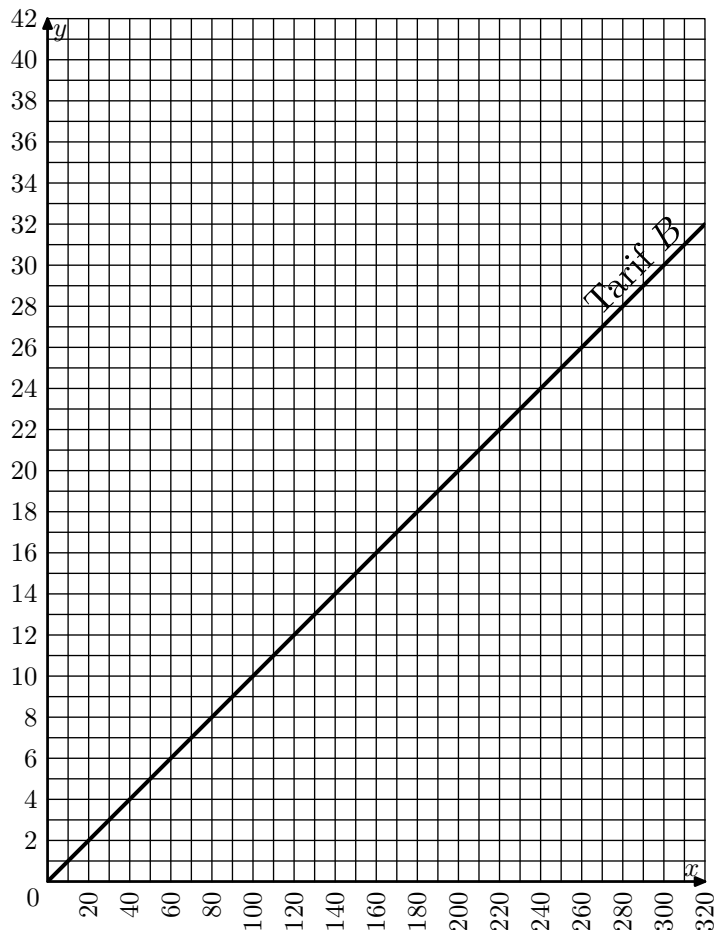
- 1 Etienne a reçu un colis. Ce colis contient 3 bandes dessinées et 2 albums.

Il sort, au hasard, un premier livre du colis sans regarder.

Quelle est la probabilité que ce soit une bande dessinée?

- 2 Etienne a sorti un album au premier tirage. Comme il veut lire une bande dessinée, il sort, au hasard, un deuxième livre du colis sans regarder.

Quelle est la probabilité que ce soit une bande dessinée?



Les trois parties de ce problème
les

Dans un collège de Caen (*Normandie*) est organisé un échange avec le Mexique pour les élèves de 3^e qui étudient l'espagnol en seconde langue.

Partie A - l'inscription des élèves

Le tableau ci-dessous permet de déterminer la répartition de la seconde langue étudiée par les 320 élèves de 4^e et de 3^e de ce collège.

Seconde langue étudiée	4 ^e	3 ^e	Total
Espagnol	84		
Allemand		24	
Italien	62	50	
Total	168		320

- ① Combien d'élèves peuvent être concernés par cet échange?
- ② 24 élèves vont participer à ce voyage.
Est-il vrai que cela représente plus du cinquième des élèves de 3^e?

Partie B - le financement

Afin de financer cet échange, deux actions sont mises en oeuvre : un repas mexicain et une tombola.

- ① Le repas mexicain, où chaque participant paye 15 €. Au menu, on trouve un plat typique du Mexique, le *Chili con carne*.

Recette pour 4 personnes	
50 <i>g</i> de beurre	500 <i>g</i> de boeuf haché
2 gros oignons	65 <i>g</i> de concentré de tomate
2 gousses d'ail	400 <i>g</i> de haricots rouges
30 <i>cl</i> de bouillon de boeuf	

50 personnes participent à ce repas :

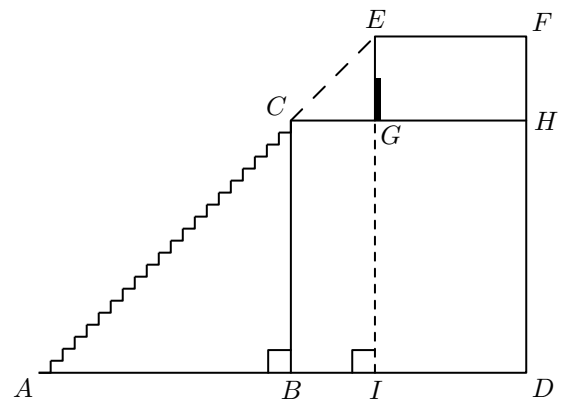
- a) Donner la quantité de boeuf haché, de haricots rouges, d'oignons et de concentré de tomates.
 - b) Les dépenses pour ce repas sont de 261 €, quel est ce bénéfice?
- 2) Pour la tombola, 720 tickets ont été vendus au prix de 2 € chacun. L'ensemble des lots à gagner ont coûté 120 € aux organisateurs.
- Montrer que le bénéfice réalisé par ces deux actions s'élèvent à 1809 €.

Partie C - la sortie touristique

Lors de leur voyage au Mexique, les 24 élèves ont visité la pyramide Maya de Chichén Itzá.

L'accès au temple situé en haut de la pyramide s'effectue par un escalier très abrupt de 90 marches. Les marches sont toutes identiques entre elles et mesurent 27 *cm* de largeur et 30 *cm* de hauteur.

Schématiquement, on a représenté ci-dessous la pyramide de Chichén Itzá :



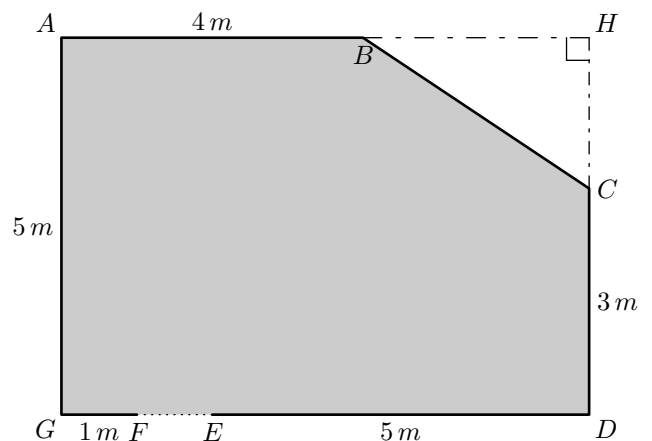
- 1 a Justifier les mesures suivantes:
 $AB = 24,3\text{ m}$; $BC = 27\text{ m}$
- b Déterminer la mesure de l'angle formé par l'escalier par rapport au sol, arrondie au degré près.
- 2 Le sommet du temple (*symbolisé par le point E*) a été construit dans l'alignement de la rampe d'escalier. sachant qu'il faut marcher $8,1\text{ m}$ pour aller du haut des escaliers (*point C*) à l'entrée du temple (*point G*), donner la hauteur totale de cette pyramide, arrondie au mètre près.

E.7637



E.7637    Monsieur Chapuis souhaite changer le carrelage et les plinthes dans le salon de son appartement. Pour cela, il doit acheter des carreaux, de la colle et des plinthes en bois qui seront clouées. Il dispose des documents suivants :

Document 1 : plan la pièce correspond à la partie grisée.



Le schéma ci-contre n'est pas réalisé à l'échelle

Document 2

Carrelage

Taille d'un carreau: $50\text{ cm} \times 50\text{ cm}$

Épaisseur d'un carreau: $0,9\text{ cm}$

Conditionnement: 1,25 m² par boîte.

Prix: 19,95 € par boîte

Plinthe

Forme: rectangulaire de longueur 1 m .

Vendue à l'unité.

Prix: 2,95 € la plinthe en bois.

Document 3

Colle pour le carrelage

Conditionnement : sac de 25 kg

Rendement (aire que l'on peut coller) : 4 m^2 par sac

Prix : 22 € le sac

Paquet de clous pour les plinthes

Prix : 5,50 € le paquet

- 1 a En remarquant que la longueur GD est égale à 7 m, déterminer l'aire du triangle BCH .
- b Montrer que l'aire de la pièce est 32 m^2 .
- 2 Pour ne pas manquer de carrelage ni de colle, le vendeur conseille à monsieur Chapuis de prévoir une aire supérieure de 10 % à l'aire calculée à la question 1.

Monsieur Chapuis doit acheter des boîtes entières et des sacs entiers.

Déterminer le nombre de boîtes de carrelage et le nombre de sacs de colle à acheter.

- 3 Le vendeur recommande aussi de prendre une marge de 10 % sur la longueur des plinthes. Déterminer le nombre total de plinthes que monsieur Chapuis doit acheter pour faire le tour de la pièce.
On précise qu'il n'y a pas de plinthe sur la porte.
- 4 Quel est le montant de la dépense de monsieur Chapuis, sachant qu'il peut se contenter d'un paquet de clous? Arrondir la réponse à l'euro près.

7. Rotation

E.868

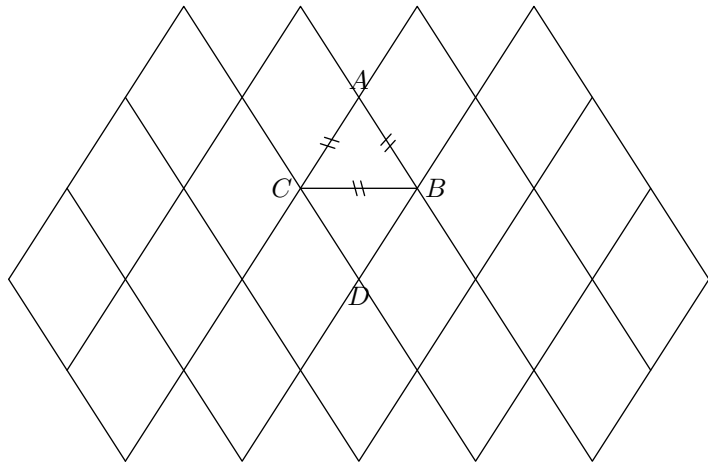


Un pavage est constitué de losanges tous identiques au losange $ABCD$ comme la figure codée ci-après.

On appelle $\mathcal{R}$ la rotation de centre C qui transforme D en B .

On appelle t la translation de vecteur $2\vec{BC}$.

On appelle S_B la symétrie de centre B .



- 1 a Quel est l'angle de la rotation $\mathcal{R}$? Justifier la réponse.
- b Sur la figure, tracer, en couleur, l'image L_1 du losange $ABCD$ par $\mathcal{R}$.
- 2 Sur la figure, tracer, en couleur, l'image L_2 du losange $ABCD$ par t .
- 3 Sur la figure, tracer, en couleur, l'image L_3 du losange $ABCD$ par S_B .

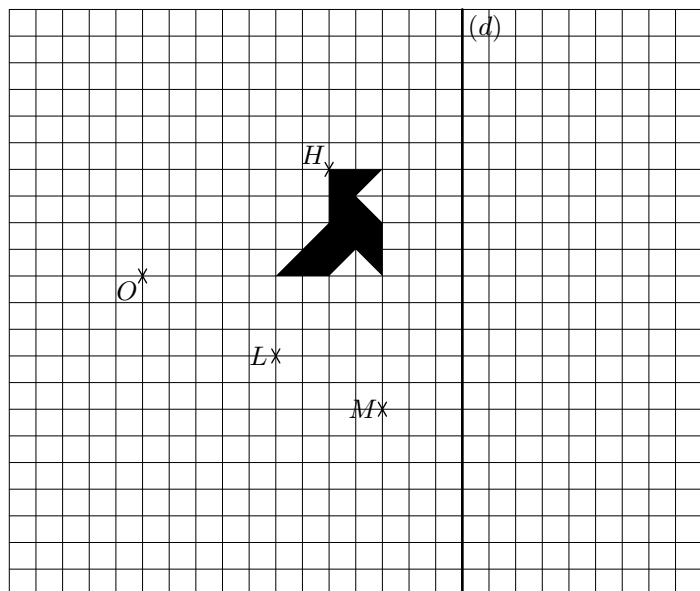
E.861



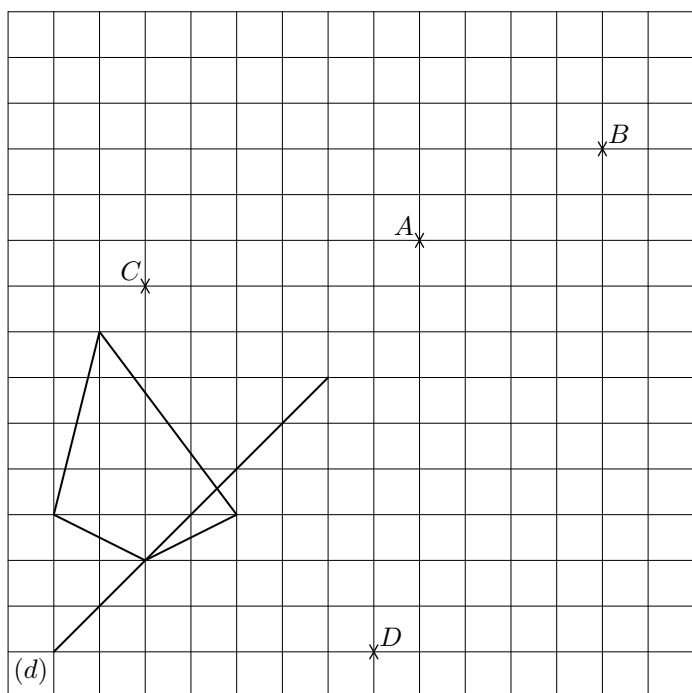
- 1 Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 6 cm.
Tracer, à la règle non-graduée et au compas, un hexagone régulier $ABCDEF$ inscrit dans ce cercle.
- 2 Noter I le milieu du segment $[AB]$.
Calculer la longueur AI . Justifier. (arrondir au millimètre)
Donner la longueur des côtés de ce polygone.
- 3 Que pouvez-vous dire de l'image de $ABCDEF$ par une rotation de centre O et d'angle 60° , 180° , 780° dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens contraire? Pour quels angles, le polygone $ABCDEF$ est-il invariant?
- 4 Expliquer pourquoi le triangle ACE est un triangle équilatéral.

E.862    Sur le quadrillage ci-après, on a représenté une cocotte en noir.

- 1 Construire C_1 image de C par la symétrie d'axe (d) .
- 2 Construire C_2 image de C par la symétrie de centre le point L .
- 3 Construire C_3 image de C par la translation qui envoie le point H en M .
- 4 Construire C_4 image de C par la rotation de centre O , d'angle 90° et de sens contraire à celui des aiguilles d'une montre.



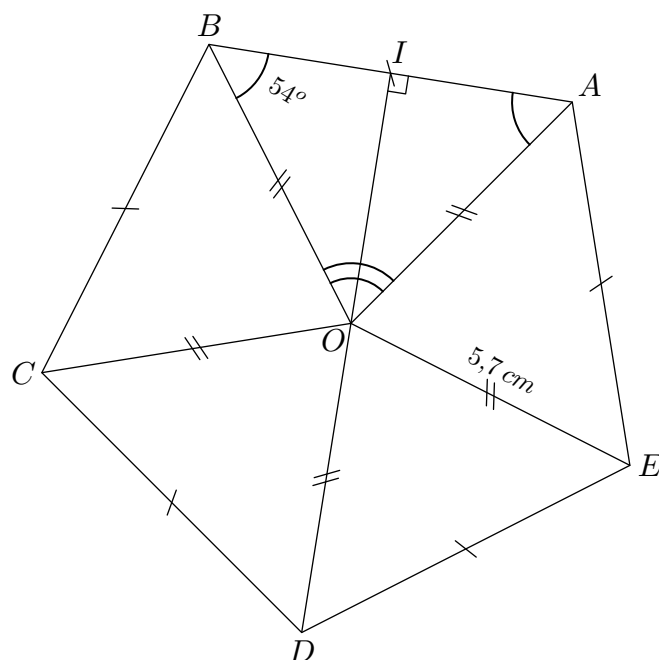
E.863   On considère le quadrilatère ci-dessous :



- 1 Tracer en bleu l'image du quadrilatère par la symétrie de centre C .
- 2 Tracer en vert l'image du quadrilatère par la rotation de 90° , de centre D dans le sens des aiguilles d'une montre.
- 3 Tracer en rouge l'image du quadrilatère par la symétrie d'axe la droite (d) .
- 4 Tracer en noir l'image du quadrilatère par la translation qui transforme le point A en le point B .

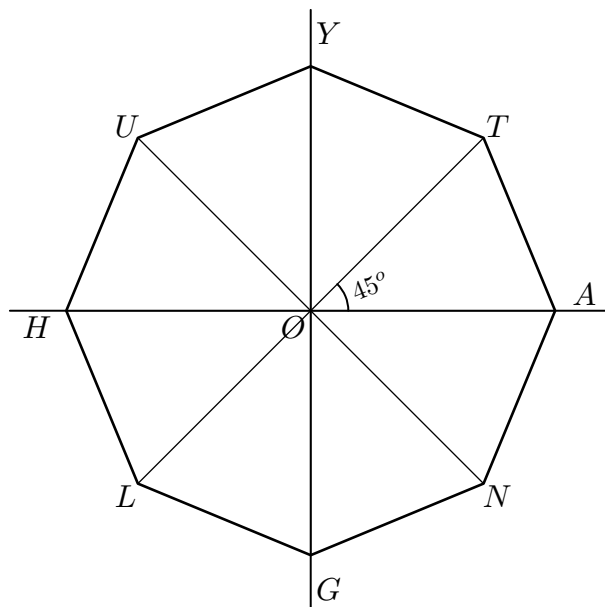
E.2648    Voici le pentagone régulier $ABCDE$. Le point I est le milieu de $[AB]$.

$$OA = OB = OC = OD = OE = 5,7 \text{ cm}$$



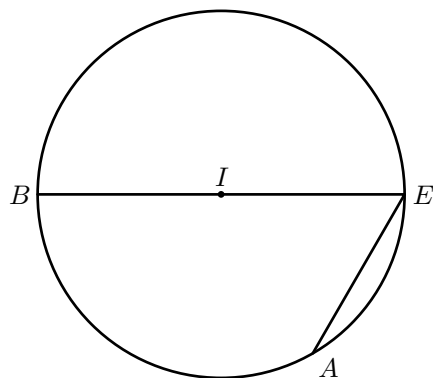
- 1 a Quelle est la nature du triangle AOB ?
- b Montrer que la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ est de 72° .
- 2 Quelle est l'image du triangle BOC ,
 - a par la symétrie axiale d'axe (DI) ?
 - b par la rotation de centre O , d'angle 72° , dans le sens inverse des aiguilles d'une montre?
- 3 Calculer la longueur AB , arrondie au millimètre près.

E.3953    Ci-dessous, est représenté $HUYTANGL$ un octogone régulier de centre O .



- 1 Quel est l'image de T par la symétrie centrale de centre O ?
- 2 Quel est l'image de T par rapport à l'axe (GY) ?
- 3 Quelle est l'image de T par la rotation de centre O et d'angle 135° dans le sens des aiguilles d'une montre?

E.4022



Sur la figure ci-contre :

- $BE = 4 \text{ cm}$;
- I est le milieu du segment $[BE]$.
- A est un point du cercle de diamètre $[BE]$ tel que la mesure de l'angle $\widehat{BEA}$ est 60°

8. Exercices non-classés

E.2355



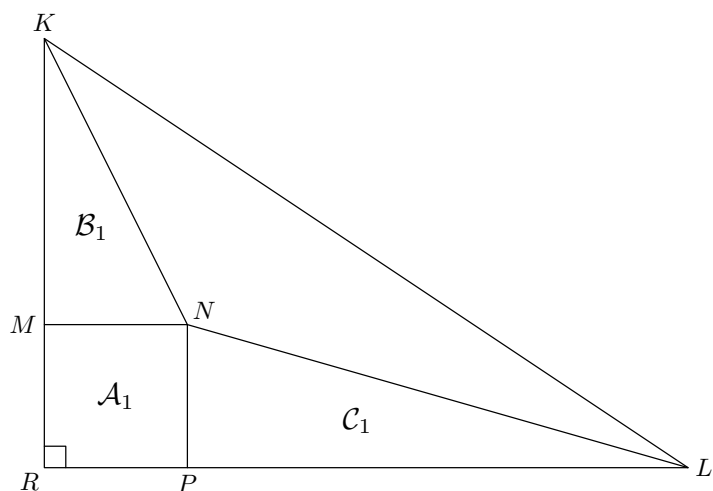
RLK est un triangle rectangle en R , avec $RK = 6 \text{ cm}$ et $RL = 9 \text{ cm}$.

M est un point quelconque du côté $[RK]$. On pose $RM = x \text{ cm}$.

P est le point du segment $[RL]$ tel que : $RP = RM = x$.

On place alors le point N pour que $RMNP$ soit un carré.

- ① Dans cette question $x = 2$. On obtient la figure suivante (on remarque que le point N se trouve à l'intérieur du triangle RKL).



- a) Calculer l'aire du triangle RKL .
- b) Calculer l'aire $\mathcal{A}_1$ du carré $RMNP$.
Calculer l'aire $\mathcal{B}_1$ du triangle KMN .
Calculer l'aire $\mathcal{C}_1$ du triangle NPL .
- c) Calculer $\mathcal{A}_1 + \mathcal{B}_1 + \mathcal{C}_1$. Vérifier que l'aire du quadrilatère $RKNL$ est inférieure à l'aire du triangle RKL .
- ② Dans cette question $x = 5$.
- a) Faire une figure précise.
- b) Où se trouve maintenant le point N par rapport au triangle RKL ?
- c) On appelle maintenant $\mathcal{A}_2$ l'aire du carré $RMNP$, $\mathcal{B}_2$ l'aire du triangle KMN et $\mathcal{C}_2$ l'aire du triangle NPL . Calculer ces trois aires et vérifier que l'aire de $RKNL$ est supérieure à celle du triangle RKL .
- ③ On prend maintenant x quelconque
- a) Calculer l'aire $\mathcal{A}_3$ du carré $RMNP$ en fonction de x .

- ① Reproduire en vraie grandeur la figure sur la copie.
- ② A est l'image de B par une rotation de centre I . Préciser la mesure de l'angle de cette rotation en justifiant votre réponse.
- ③ On appelle F l'image du point A par la symétrie de centre I . Déterminer la nature du triangle BIF .

Calculer l'aire $\mathcal{B}_3$ du triangle KMN en fonction de x .
Calculer l'aire $\mathcal{C}_3$ du triangle NPL en fonction de x .

- b) Montrer que : $\mathcal{A}_3 + \mathcal{B}_3 + \mathcal{C}_3 = \frac{15x}{2}$
- c) On cherche s'il existe une valeur x pour laquelle le point N se trouve sur le segment $[KL]$. Pour cela, résoudre l'équation obtenue en écrivant :
 $\mathcal{A}_3 + \mathcal{B}_3 + \mathcal{C}_3 = \text{Aire du triangle } RKL$
Conclure.

E.2682



Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, 3 réponses sont proposées, mais une seule est exacte. Trouver la réponse correcte et écrire le numéro correspondant dans la colonne de droite.

Les détails des calculs ne sont pas demandés sur la copie.

	Réponse a	Réponse b	Réponse c
① $\frac{3}{2} + \frac{11}{5} \times \frac{15}{2}$ est égal à	$\frac{111}{4}$	18	$\frac{35}{2}$
② $\frac{14 \times 10^7 \times 27 \times 10^3}{21 \times 10^2}$	1800	18000000	18000
③ Le nombre $(30\sqrt{2})^2$ est égal à :	60	3600	1800
④ Pour tout nombre x , $(5x-2)^2$ est égal à :	$5x^2 - 20x + 4$	$25x^2 - 4$	$25x^2 - 20x + 4$
⑤ L'équation $(2x-3)(x+4)=0$ admet pour solutions :	$\frac{2}{3}$ et -4	$\frac{3}{2}$ et -4	$-\frac{3}{2}$ et 4
⑥ Un objet coûte 12000F. Son prix augmente de 5%. Quel sera son nouveau prix?	12600 F	12500 F	11400 F
⑦ Une voiture roule à la vitesse de 50 km/h. En combien de temps parcourt-elle 110 kilomètres?	2 h 20 min	2 h 12 min	60 min

E.3894    On pourra utiliser les résultats donnés à certaines questions pour continuer le problème.

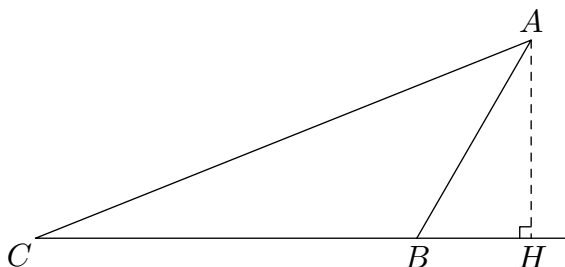
Dans tout l'exercice, l'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle tel que :

$$AB = 6 \text{ cm} ; BC = 10 \text{ cm} ; \widehat{ABC} = 120^\circ$$

La hauteur issue de A coupe la droite (BC) au point H .

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur

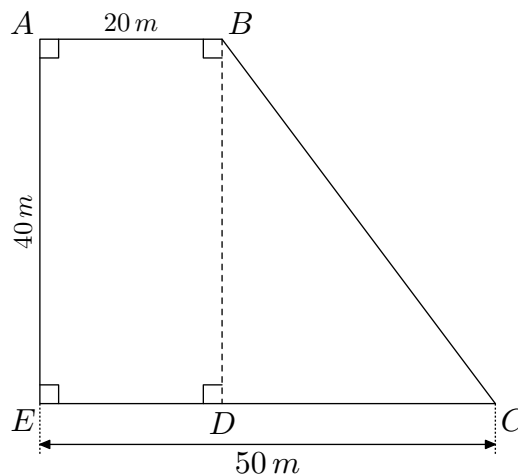


- 1 Tracer la figure en vraie grandeur.
- 2 a Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABH}$. En déduire que : $BH = 3 \text{ cm}$.
b Prouver que $AH = 3\sqrt{3} \text{ cm}$, puis calculer l'aire du triangle ACH (On donnera la valeur exacte)
c Prouver que : $AC = 14 \text{ cm}$.
- 3 M est un point du segment $[BC]$ tel que : $CM = 6,5 \text{ cm}$. La parallèle à (AH) passant par M coupe le segment $[AC]$ en N .
a Compléter la figure.
b Prouver que : $NM = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$.

Indication : pour que cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Déterminer la valeur exacte de l'aire du trapèze $AHMN$, puis sa valeur arrondie au centimètre carré près.

E.5185    Pierre vient d'acheter un terrain dont on peut assimiler la forme à la figure ci-dessous :



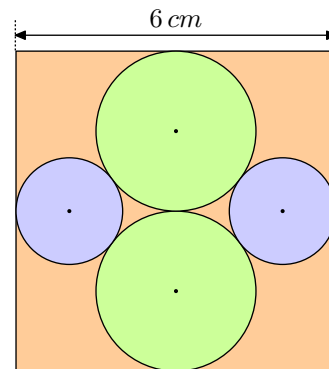
Il souhaite mettre du gazon sur tout le terrain. Pour cela, il veut acheter un produit qui se présente en sac de 15 kg où il est écrit " 1 kg pour 35 m^2 ".

- 1 Combien de sacs de gazon devra-t-il acheter?
- 2 De plus, il voudrait grillager le contenu de son terrain. Il dispose de 150 m de grillage est-ce suffisant? Justifier.
- 3 a Dans la figure présente en **annexe**, tracer à l'aide du compas et de la règle non-graduée le cercle circonscrit au triangle BCD .
b Pierre décide dans le demi-disque extérieur à son terrain de planter des orangers. Déterminer la mesure, exacte et arrondie au mètre-carré près, de la surface de cette plantation.

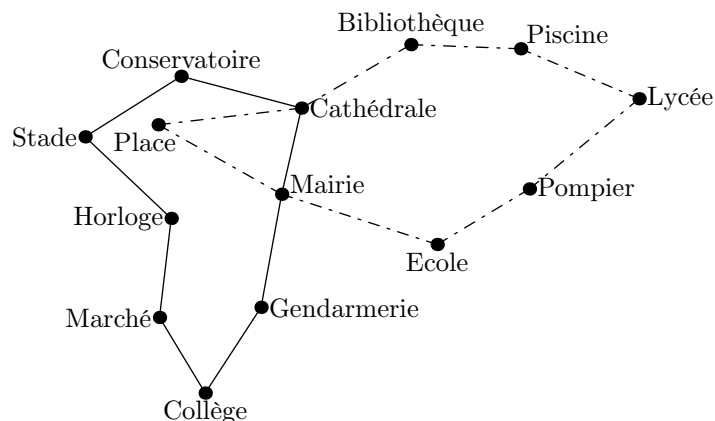
E.6396   

Cette figure est composée d'un carré dans lequel sont inscrits quatre cercles tangents entre eux et tangents aux côtés du carré.

Déterminer la mesure de chacun des rayons de cette figure.



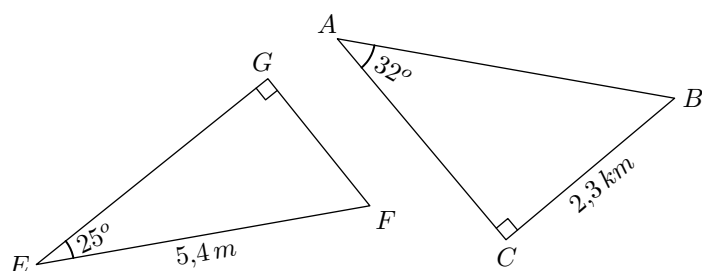
E.7632    Voici le plan de deux lignes de bus :



C'est à 6h30 que les deux bus des lignes 1 et 2 partent de l'arrêt "Mairie" dans le sens des aiguilles d'une montre. Le bus de la ligne 1 met 3 minutes entre chaque arrêt (*temps de stationnement compris*), tandis que le bus de la ligne 2 met 4 minutes. Tous les deux vont effectuer le circuit complet un grand nombre de fois. Ils s'arrêteront juste après 20h.

Est-ce que les deux bus vont se retrouver à un moment de la journée à l'arrêt "Mairie" en même temps? Si oui, donner tous les horaires précis de ces rencontres.

E.10977   On considère les deux triangles représentés ci-dessous :



- 1 Déterminer la longueur du segment $[AC]$ arrondie au mètre près.
- 2 Déterminer la longueur du segment $[EF]$ arrondie au mètre près.

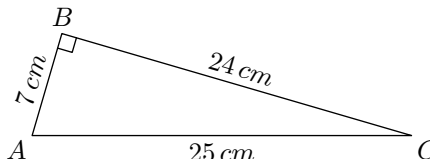
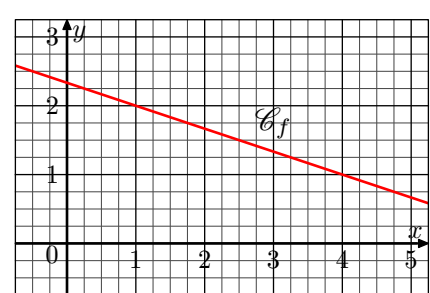
E.10978   Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question, trois réponses (A, B ou C) sont proposées.

Une seule réponse est exacte.

Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre

correspondant à la réponse exacte.
Aucune justification n'est demandée.

	a	b	c
1 Quelle est l'image du point O par la translation qui transforme X en J ?			
$\begin{matrix} \cdot S & \cdot T & \cdot U & \cdot V & \cdot W & \cdot X \\ \cdot M & \cdot N & \cdot O & \cdot P & \cdot Q & \cdot R \\ \cdot G & \cdot H & \cdot I & \cdot J & \cdot K & \cdot L \\ \cdot A & \cdot B & \cdot C & \cdot D & \cdot E & \cdot F \end{matrix}$	A	I	Q
2 Dans le triangle ABC rectangle en B , déterminer la valeur de $\cos \widehat{ACB}$.			
	0,28	0,29	0,96
3 dans le repère ci-dessous est donnée la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f . Donner la valeur de l'antécédent du nombre 1.			
	1	2	4
4 L'expression $(x-3)^2 - x^2 - 9 = \dots$	0	$-6x$	$-9x$
5 On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - 5x + 2$ Quelle est l'image de -4 par la fonction?	-34	6	38
6 On a mesuré la taille, en mètre, de six élèves : 1,64 ; 1,53 ; 1,49 ; 1,56 ; 1,62 ; 1,64 Quelle est la moyenne, en mètre, de ces tailles?	1,58	1,59	1,6
7 Le nombre de diviseurs de l'entier 26 est	4	6	8