

1. Ensemble des diviseurs

E.4997    On considère l'entier A défini par :
 $A = 2^2 \times 5$

Parmi les entiers suivants, citer les diviseurs de A :

$$2 \quad ; \quad 2^2 \quad ; \quad 2^3 \quad ; \quad 2 \times 5 \quad ; \quad 2 \times 5^2$$

Justifier vos réponses.

E.9150    On considère l'entier A valant 60.

- ① Déterminer la valeur des entiers m, n, p positifs vérifiant l'égalité : $60 = 2^m \times 3^n \times 5^p$
- ② Parmi les nombres suivants, citer les diviseurs de A :
 2 ; 2^2 ; 2^3 ; 3×5^2 ; $3^2 \times 5$

E.5000   

- ① Déterminer les entiers m, n, p et q vérifiant l'égalité :
$$28 = 2^m \times 3^n \times 5^p \times 7^q$$
- ② À l'aide de la question précédente, donner la liste des six diviseurs de l'entier 28.

E.9152   

- ① Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 30.
- ② En déduire la liste des huit diviseurs de l'entier 30.

E.9153   

- 1 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 90.
- 2 En déduire la liste des douze diviseurs de l'entier 90.

E.10674   

- ① Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 168.
- ② L'entier 168 possède 16 diviseurs. Donner en 6 sous la

forme de produit de facteurs produits.

E.10675   

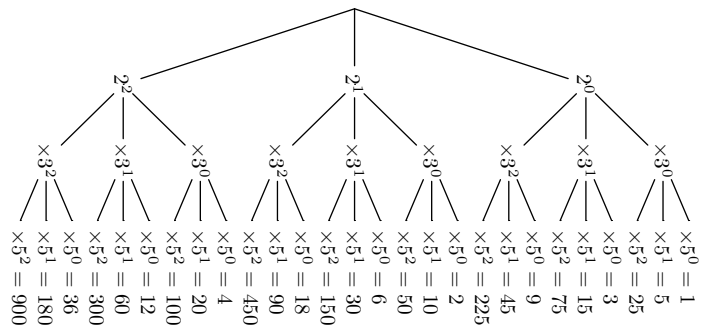
- 1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 448.
- 2 L'entier 448 possède 14 diviseurs. Donner en 6 sous la forme de produit de facteurs premiers.

E.9859

E.9859     Déterminer le plus petit nombre entier positif impair qui admet trois diviseurs premiers différents. Expliquer votre raisonnement.

E.9151   

- 1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 90.
- 2 L'arbre ci-dessous représente tous les nombres s'écrivant sous la forme $2^i \times 3^j \times 5^k$ où les entiers i, j, k ont des valeurs allant de 0 à 2.



Donner l'ensemble des diviseurs du nombre 90.

Indication: on hachurera les parties de branches ne représentant pas des diviseurs de 180.

2. Diviseurs communs et décomposition en produit de facteurs premiers

E.11661 C 

- 1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 20 et 150
- 2
 - a Est-ce que 2 est un diviseur commun à 20 et 150?
 - b Même question pour 2^2 .

- ③ Est ce que 3 est un diviseur domun à 20 et 150?
- ④ Quel est le plus grand diviseur commun à 20 et 150?

E.11662  

- Donner la composition en produit de facteurs premiers des entiers 40 et 84.
- Donner le plus grand diviseur commun à 40 et 84.

3. Plus grand diviseur commun: liste des diviseurs

E.10651

Définition : soit a et b deux entiers, on appelle “**plus grand diviseur commun de a et de b** ”, noté $\text{PGCD}(a,b)$, le plus grand entier qui divise à la fois l’entier a et l’entier b .

<https://chingmath.fr> 

Exemple : considérons $a=36$ et $b=60$.

- diviseurs de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
- diviseurs de 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

Les diviseurs communs de a et de b sont: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

On en déduit: $PGCD(a,b)=12$

- 1 Donner les 6 diviseurs de l'entier 12.
- 2 Donner les 8 diviseurs de l'entier 42.
- 3 En déduire la valeur du "*plus grand diviseur commun*" des entiers 12 et 42.

E.10670   

- 1 a Donner les 6 diviseurs de 28.
- b Donner les 6 diviseurs de 98.

- 2 En déduire la valeur de $PGCD(28; 98)$.

E.10654   

- 1 a Donner les 8 diviseurs de 54.
- b Donner les 6 diviseurs de 243.

- 2 En déduire la valeur de $PGCD(54; 243)$.

E.11284   

- 1 a Donner les 4 diviseurs de l'entier 14.

- b Donner les 4 diviseurs de l'entier 21.

- 2 Quel est le plus grand diviseur commun aux entiers 14 et 21?

E.11285   

- 1 a Donner les 4 diviseurs de l'entier 10.

- b Donner les 4 diviseurs de l'entier 27.

- 2 Quel est le plus grand diviseur commun aux entiers 10 et 27?

E.11286   

- 1 a Donner les 6 diviseurs de l'entier 28.

- b Donner les 4 diviseurs de l'entier 35.

- 2 Quel est le plus grand diviseur commun aux entiers 28 et 35?

E.11298   

- 1 a Donner les 8 diviseurs de 54.

- b Donner les 6 diviseurs de 63.

- 2 En déduire la valeur du $PGCD(54; 63)$.

E.11329   

- 1 a Donner les 8 diviseurs de 42.

- b Donner les 8 diviseurs de 70.

- 2 En déduire la valeur de $PGCD(42; 70)$.

4. Plus grand diviseur commun: liste des diviseurs et problèmes

E.11299   

- 1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de 70 et de 42.

- 2 Un ébéniste possède une planche de bois de 70 cm sur 42 cm.

Il souhaite découper sa planche en rectangle, tous identique, de 12 cm^2 et dont les mesures, en centimètre, sont entières.

De plus, il souhaite utiliser toutes la planche.

- a Donner la dimension de ces rectangles de bois.
- b Combien de rectangle pourra-t-il confectionner?

E.11331   

- 1 a Donner les 8 diviseurs de 128

- b Donner les 8 diviseurs de 40

- 2 Un ébéniste dispose d'une planche de bois de dimension $128\text{ cm} \times 40\text{ cm}$. Il souhaite :

- découper des carrés de même dimension et les plus grands possibles ;
- leurs dimensions sont des nombres entiers de centimètres ;
- il souhaite utiliser l'intégralité de la planche

Combien de carrés va-t-il découper dans cette planche?

5. Utilisation du plus grand diviseur commun

E.9325    

Un professeur organise une sortie pédagogique au Futuroscope pour ses élèves de troisième. Il veut répartir les 126 garçons et les 90 filles par groupes. Il souhaite que chaque groupe comporte le même nombre de filles et le même nombre de garçons.

- 1 Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 126 et 90.
- 2 Trouver tous les entiers qui divisent à la fois les nombres 126 et 90.
- 3 En déduire le plus grand nombre de groupes que le pro-

fesseur pourra constituer.

Combien de filles et de garçons y aura-t-il alors dans chaque groupe?

E.10658



La présidente du club veut offrir des petits sachets-cadeaux tous identiques contenant des autocollants et des drapeaux avec le logo du club. Elle a acheté 330 autocollants et 132 drapeaux et veut tous les utiliser. Elle veut que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre d'autocollants et que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre de drapeaux.

- 1 Pourquoi n'est-il pas possible de faire 15 sachets?
- 2
 - a Décomposer 330 et 132 en produit de facteurs premiers.
 - b En déduire le plus grand nombre de sachets que la présidente pourra réaliser.
 - c Dans ce cas, combien mettra-t-elle d'autocollants et de drapeaux dans chaque sachet?

E.10659



Anne et Jean ont acheté 630 dragées roses et 810 dragées blanches qu'ils ont mises dans un sachet. On suppose que les dragées sont indiscernables au toucher.

- 1
 - a Combien Anne et Jean ont-ils acheté de dragées au total?
 - b Anne prend au hasard une dragée dans le sachet. Quelle est la probabilité qu'elle obtienne une dragée blanche?
- 2 Avec ces dragées, ils réalisent des ballotins pour leur mariage de sorte que :
 - le nombre de dragées roses est le même dans chaque ballotin ;
 - le nombre de dragées blanches est le même dans chaque ballotin ;
 - toutes les dragées soient utilisées.
 - a Peuvent-ils réaliser 21 ballotins?
 - b Décomposer 630 et 810 en produit de facteurs premiers.
 - c En déduire le nombre maximum de ballotins qu'Anne et Jean pourront réaliser.
Donner alors la composition de chaque ballotin.

E.10729



- 1
 - a Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 144 et 168.
 - b En déduire la valeur du plus grand diviseur commun à 144 et 168.
- 2 Une entreprise de construction dispose de 144 kg de gravier calcaire et de 168 kg de gravier en marbre. Elle souhaite créer des sachets de gravier calcaire et de gravier en marbre avec les contraintes suivantes :
 - tout le gravier doit être utilisé dans la composition des sachets ;
 - chaque sachet doit avoir le même poids ;
 - l'entreprise souhaite réaliser les sachets les plus gros possibles.

Déterminer le nombre de sachets de gravier calcaire et le nombre de sachets de gravier en marbre que pourra réaliser cette entreprise.

E.9327



- 1 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 162 et 108.
- 2 Donner au moins un diviseur commun aux nombres 162 et 108 strictement supérieur à 10 (*trois réponses sont possibles*)
- 3 Un snack vend des barquettes composées de nems et de samoussa.
Le cuisinier a préparé 162 nems et 108 samoussas.
Dans chaque barquette :
 - le nombre de nems doit être le même.
 - le nombre samoussas doit être le même.
 Tous les nems et tous les samoussas doivent être utilisés.
 - a Le cuisinier peut-il réaliser 36 barquettes?
 - b Quel nombre maximal de barquettes pourra-t-il réaliser?
 - c Dans ce cas, combien y aura-t-il de nems et de samoussas dans chaque barquette?

E.9323



Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1150 perles et 4140 pièces d'or.

- 1 Décomposer 69, 1150 et 4140 en produits de facteurs premiers.
- 2 Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins.
Combien y a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués?

E.10652



Deux fleuristes possèdent le même stock : 300 iris et 675 roses. Chacun d'eux souhaitent utiliser toutes ces fleurs, mais ont leur idée sur l'utilisation de ces fleurs :

- Le fleuriste A souhaite faire des bouquets d'iris et des bouquets de roses comportant chacun le même nombre de fleurs. Il souhaite de plus que ces bouquets est le maximum de fleurs possibles.
 - Le fleuriste B souhaite faire le maximum de bouquets tous identiques où chaque bouquet contient des iris et des roses.
- 1 Déterminer le nombre de bouquets d'iris et le nombre de bouquets de roses réalisés par le fleuriste A.
 - 2 Déterminer le nombre de bouquets de fleurs (*et leur composition*) réalisés par le fleuriste B.

E.10656    Un vendeur possède un stock de 252 flacons de parfum au tiaré et de 315 savonnettes au monoï.

Il veut écouler tout ce stock en confectionnant le plus grand nombre de coffrets “*Souvenirs de Polynésie*” de sorte que :

- le nombre de flacons de parfum au tiaré soit le même dans chaque coffret ;
- le nombre de savonnettes au monoï soit le même dans chaque coffret ;
- tous les flacons et savonnettes soient utilisés.

Trouver le nombre de coffrets à préparer et la composition de chacun d’eux.

Indication : l’évaluation de cette question tiendra compte des observations et étapes de recherche, même incomplètes ; les faire apparaître sur la copie.

E.10697    Un bijoutier possède 135 rubis et 162 diamants. Il souhaite fabriquer des bagues comportant des rubis et des diamants avec les contraintes suivantes :

- chaque bague comprend le même nombre de rubis et le même nombre de diamants.
- il souhaite réaliser le maximum de bague.
- il souhaite utiliser tous les rubis et les diamants.

- 1 Déterminer le nombre de bagues réalisées par ce bijoutier.
- 2 Combien de rubis et de diamants comprend chacune de ces bagues ?

E.10698    Un bijoutier possède 135 rubis et 162 diamants. Il souhaite fabriquer des bagues comportant des rubis et des bagues comportant des diamants avec les contraintes suivantes :

- chaque bague doit comporter le même nombre de pierres

précieuses.

- il souhaite que les bagues comportent le maximum de pierres précieuses.
- il souhaite utiliser tous les rubis et les diamants.

- 1 Déterminer le nombre de pierres précieuses qui composent chacune de ces bagues.
- 2 Combien de bagues de rubis et de bagues de diamants seront fabriquées par le bijoutier ?

E.11742   Une entreprise de plomberie dispose de 416 joins en caoutchouc et 128 joins en fibre.

- 1 **a** Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 416 et 128.
- b** Donner le PGCD des entiers 416 et 128.

- 2 Elle souhaite créer des sachets de joins en caoutchouc et des sachets de joins en fibre tels que :

- Tous les sachets ont les mêmes nombres de joins.
- Tous les joins doivent être utilisés.
- Il souhaite que chaque sachet est le plus grand nombre possible de joins.

Combien de joins contient chacun des sachets ?

- 3 Finalement, elle décide de créer des sachets qui contiennent des joins en fibre et des joins en caoutchouc tels que :

- Tous les sachets contiennent le même nombre de joins en caoutchouc et le même nombre de joins en fibre.
- Tous les joins doivent être utilisés.
- Il souhaite créer le plus grand nombre possible de sachets.

Combien de sachets va-t-elle composer ?

6. Nombres premiers entre eux

E.9146   

Définition : soit a et b deux entiers non-nuls. On dit que les entiers a et b sont premiers entre eux si l’entier 1 est le seul diviseur commun à a et b .

Remarque : comme définition équivalente, nous avons la proposition :

Deux entiers a et b sont premiers
si, et seulement si, $PGCD(a,b) = 1$.

Proposition : soit a et b deux entiers non-nuls. Si les entiers a et b n’admettent aucun entier premier comme diviseur commun alors les entiers a et b sont premiers entre eux.

Exemple : considérons : $a = 24$; $b = 35$
On a les décompositions en produit d’entiers premiers :
 $a = 2^3 \times 3$; $b = 5 \times 7$
Les entiers a et b n’admettent aucun entier premier comme diviseur commun. On en déduit que les entiers 24 et 35 sont premiers entre eux.

Parmi les couples d’entiers ci-dessous, lesquels forment un couple d’entiers premiers entre eux :

- a** (32 ; 81) **b** (28 ; 21) **c** (17 ; 36)

E.10695   

- 1 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 208 et 585.
- 2 Est-ce que les entiers 208 et 585 sont premiers entre eux ? Justifier votre réponse.

E.10696   

- 1 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 136 et 315.
- 2 Est-ce que les entiers 136 et 315 sont premiers entre eux ? Justifier votre réponse.

E.2134     Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

- 1 $\frac{3}{25}$ est un nombre décimal.
- 2 Les entiers 570 et 795 sont premiers entre eux.

E.9148    Quel est le nombre réalisant les trois conditions suivantes :

- Je suis un nombre s'écrivant $15x$ où x est un chiffre compris entre 0 et 9.
- Je suis premier avec l'entier 126.

○ Je ne suis pas un entier premier.

Indication : voici les entiers premiers inférieurs à 200 :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97 ; 101 ; 103 ; 107 ; 109 ; 113 ; 127 ; 131 ; 137 ; 139 ; 149 ; 151 ; 157 ; 163 ; 167 ; 173 ; 179 ; 181 ; 191 ; 193 ; 197 ; 199

7. Fractions irréductibles

E.9147   

Définition : soit a et b deux entiers où $b \neq 0$. La fraction $\frac{a}{b}$ est dite **irréductible** si les entiers a et b sont premiers entre eux.

Parmi les fractions ci-dessous, lesquelles sont données sous leur forme irréductible :

- (a) $\frac{15}{27}$ (b) $\frac{14}{27}$ (c) $\frac{36}{15}$ (d) $\frac{49}{64}$

E.8005    

Donnée utile. Le début de la liste ordonnée des entiers premiers est :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29

- (1) Décomposer 140 et 870 en produit d'entiers premiers.
- (2) En déduire la forme irréductible de la fraction $\frac{140}{870}$.

E.8006     Pour la question posée, une seule des trois réponses proposées est exacte. Préciser laquelle et justifier votre choix.

La forme irréductible de la fraction $\frac{882}{1134}$ est :

- (a) $\frac{14}{9}$ (b) $\frac{63}{81}$ (c) $\frac{7}{9}$

E.648   

- (1) (a) Donner la liste des diviseurs des huit diviseurs de l'entier 30 et des huit diviseurs de l'entier 24.
- (b) Quels sont les diviseurs communs aux entiers 30 et 24?

- (2) Écrire la fraction $\frac{30}{24}$ sous la forme d'une fraction irréductible

- (3) Effectuer le calcul suivant : $\frac{30}{24} - \frac{3}{4}$

E.8011    Déterminer la forme irréductible des fractions ci-dessous :

- (a) $\frac{96}{36}$ (b) $\frac{102}{120}$ (c) $\frac{220}{260}$

E.5680   

- (1) Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers suivants : 18 ; 30 ; 45
- (2) En utilisant la question précédente, simplifier les fractions suivantes :

- (a) $\frac{30}{45}$ (b) $\frac{18}{30}$ (c) $\frac{18}{45}$

E.8007    Déterminer la forme irréductible des fractions ci-dessous :

- (a) $\frac{315}{225}$ (b) $\frac{616}{924}$ (c) $\frac{1512}{630}$

E.5001   

- (1) Déterminer la décomposition des entiers ci-dessous en produit de facteurs premiers :

(a) 108 (b) 432 (c) 588
- (2) À l'aide de la question précédente, simplifier les fractions suivantes :

(a) $\frac{108}{432}$ (b) $\frac{588}{108}$ (c) $\frac{432}{588}$

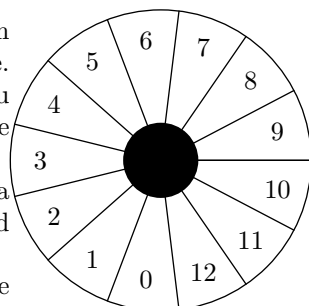
8. Nombres premiers et probabilités

E.8000    

On considère un jeu composé d'un plateau tournant et d'une boule. Représenté ci-contre, ce plateau comporte 13 cases numérotées de 0 à 12.

On lance la boule sur le plateau, la boule finit par s'arrêter au hasard sur une case numérotée.

La boule a la même probabilité de s'arrêter sur chaque case.



- (1) Quelle est la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 8?

- (2) Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur laquelle la boule s'arrête soit un nombre impair?
- (3) Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur laquelle la boule s'arrête soit un entier premier?

- E.8001** 📏 🔄 📦 ⚠️ Un sac contient 20 boules ayant chacune la même probabilité d'être tirée. Ces 20 boules sont numérotées de 1 à 20. On tire une boule au hasard dans le sac.
- Tous résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
- ① Quelle est la probabilité de tirer la boule numérotée 13?

- ② Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro pair?
- ③ A-t-on plus de chances d'obtenir une boule portant un numéro multiple de 4 que d'obtenir une boule portant un numéro diviseur de 4?
- ④ Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro qui soit un entier premier?

9. Plus petit multiple commun avec la liste des multiples

E.10661 📏 🔄 📦

Définition : soit a et b deux entiers, on appelle **plus petit commun multiple**, noté $PPCM(a,b)$, le plus petit des entiers qui est à la fois un multiple de a et un multiple de b .

Exemple : pour $a=12$ et $b=15$.

- multiples de 12: 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 84, 96, 108, 120...
- multiples de 15: 15, 30, 45, **60**, 75, 90, 105, **120**, 135, 150...

La valeur de $PPCM(12,15)$ est 60.

- ① a) Donner les dix multiples du nombre 16.
b) Donner les dix multiples du nombre 12.
- ② En déduire la valeur de $PPCM(12,16)$.
- E.10703** 📏 🔄 📦
- ① a) Donner les cinq premiers multiples de l'entier 12.
b) Donner les cinq premiers multiples de l'entier 16.
- ② Donner le Plus Petit Commun Multiple des entiers 12 et 16.

10. Plus petit multiple commun et décomposition

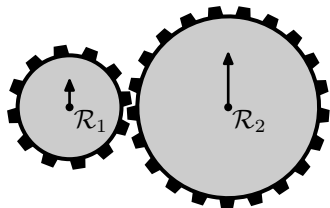
E.11663 🔄 📦

① Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de 20 et de 75.

- ② En déduire la valeur de $PPCM(20; 75)$.

11. Utilisation du plus petit multiple commun

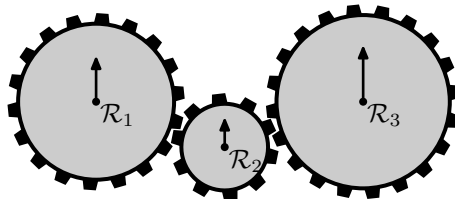
E.10676 📏 🔄 📦 On considère l'engrenage ci-dessous composé des roues dentées $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ composées respectivement de 12 et 21 dents identiques sur les deux roues.



Au départ, les flèches indiquées sur les roues $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$ sont orientées vers le haut. Dès qu'on commence à tourner la roue $\mathcal{R}_1$, les flèches tournent dans des sens opposés.

Combien de tours complets de l'engrenage $\mathcal{R}_1$ doit-on au minimum réaliser pour que les deux flèches se retrouvent à leurs positions initiales: orienter vers le haut?

E.10660 📏 🔄 📦 On considère l'engrenage ci-dessous composé des roues dentées $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$, $\mathcal{R}_3$ composées respectivement de 18, 10 et 20 dents toutes identiques.

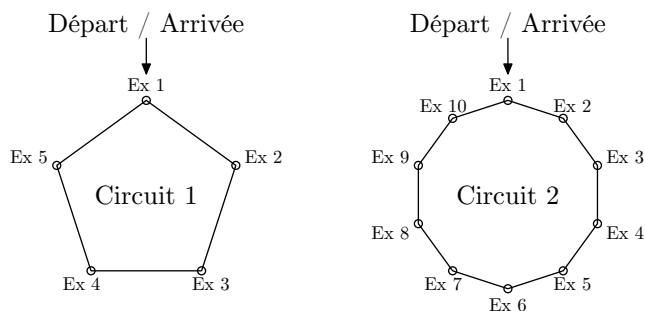


Au départ, les flèches indiquées sur les roues dentées sont orientées vers le haut. Dès qu'on commence à tourner l'engrenage $\mathcal{R}_1$, les flèches suivent le mouvement des roues.

Combien de tours complets de l'engrenage $\mathcal{R}_1$ doit-on au minimum réaliser pour que ces trois flèches se retrouvent dans leur position de départ?

E.10655 Un entraîneur de sport prépare deux circuits d'entraînement contenant plusieurs exercices de cardio et de renforcement musculaire :

- un circuit commence à l'exercice 1 et se termine en revenant à l'exercice 1 ;
- le circuit 1 contient cinq exercices. Chaque exercice dure 40 secondes et doit être suivi de 16 secondes de repos permettant de se rendre à l'exercice suivant ;
- le circuit 2 contient dix exercices. Chaque exercice dure 30 secondes et doit être suivi de 5 secondes de repos permettant de se rendre à l'exercice suivant.



- 1 Montrer que le circuit 1 s'effectue en 280 secondes et que le circuit 2 s'effectue en 350 secondes.
- 2 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de 280 et 350.
- 3 Une séance d'entraînement est constituée de plusieurs tours du même circuit.

Au coup de sifflet de l'entraîneur, Camille commence une séance d'entraînement sur le circuit 1 et Dominique sur le circuit 2.

- a Expliquer pourquoi, lorsque 2800 secondes se sont écoulées à partir du coup de sifflet, Camille se trouve de nouveau au départ du circuit 1. Préciser où se trouve Dominique sur le circuit 2 lorsque 2800 secondes se sont écoulées.
- b Après le coup de sifflet, combien de temps faut-il à Camille et Dominique pour se retrouver en même temps pour la première fois au départ de leur circuit? Exprimer cette durée en minute et en seconde?

E.6103 On admet la proposition suivante :

Proposition : soit k un entier et n_1 et n_2 deux entiers non-nuls.

Si le reste de la division euclidienne de k par n_1 et le reste de la division euclidienne de k par n_2 ont la même valeur r alors l'entier k a pour valeur :

$$k = \text{PPCM}(n_1, n_2) + r$$

Soit n un entier tel que :

- le reste de n par 168 a pour valeur 3 ;
- le reste de n par 63 a pour valeur 3.

Déterminer la valeur de n .

E.10894 On admet la proposition suivante :

Proposition : n_1, n_2, r_1, r_2 quatre entiers non-nuls tels que : $r_1 < n_1$; $r_2 < n_2$; $n_1 - r_1 = n_2 - r_2$

On note alors : $r = n_1 - r_1 = n_2 - r_2$

Soit k un entier. Si la division euclidienne de k par n_1 vaut r_1 et si la division euclidienne de k par n_2 vaut r_2 alors on a la valeur de k

$$k = \text{PPCM}(n_1, n_2) - r$$

Soit n un entier tel que :

- le reste de n par 27 a pour valeur 18 ;
- le reste de n par 72 a pour valeur 63.

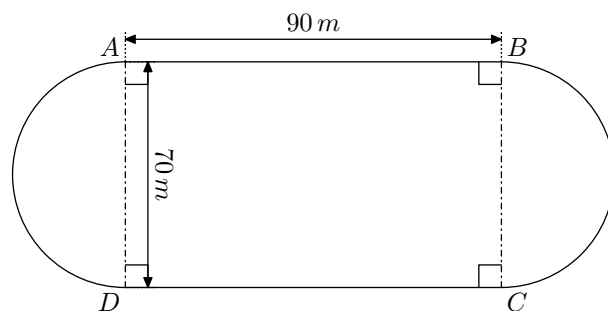
Déterminer la valeur de n .

E.11673 Marc et Jim, deux amateurs de course à pied, s'entraînent sur une piste d'athlétisme dont la longueur du tour mesure 400 m. Marc fait un temps moyen de 2 minutes par tour. Marc commence son entraînement par un échauffement d'une longueur d'un kilomètre.

- 1 Combien de temps durera l'échauffement de Marc ?
- 2 Quelle est la vitesse moyenne de course de Marc en km/h ?

À la fin de l'échauffement, Marc et Jim décident de commencer leur course au même point de départ A et vont effectuer un certain nombre de tours. Jim a un temps moyen de 1 minute et 40 secondes par tour. Le schéma ci-dessous représente la piste d'athlétisme de Marc et Jim constituée de deux segments $[AB]$ et $[CD]$ et de deux demi-cercles de diamètre $[AD]$ et $[BC]$.

(Le schéma n'est pas à l'échelle et les longueurs indiquées sont arrondies à l'unité.)



$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 90 \text{ m}$ et $AD = 70 \text{ m}$

- 3 Calculer le temps qu'il faudra pour qu'ils se retrouvent ensemble, au même moment, et pour la première fois au point A . Puis déterminer combien de tours de piste cela représentera pour chacun d'entre eux.

Indication : toute trace de recherche, même non aboutie, devra apparaître sur la copie. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

12. Exercices non-classés

E.10976

- 1 Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 504.
- 2 Déterminer le PGCD des entiers 216 et 126.

- 3 Donner la forme réduite de la fraction $\frac{126}{216}$
- 4 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 42 et de l'entier 78. En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers de $(42)^2 \times 78$.
- 5 Un fleuriste dispose de 42 roses et 78 tulipes. Il souhaite utiliser toutes ses fleurs pour faire des bouquets de roses

et des bouquets de tulipes ayant tous le même nombre de fleurs. De plus, il souhaite que le nombre de fleurs par bouquet soit le plus grand possible. Combien de roses et combien de bouquets de tulipes va-t-il concevoir?

Indication : chacune de vos réponses doit être justifiée en laissant les étapes de vos calculs et de vos raisonnements.