



1. Egalité de Pythagore

E.8760



Définition : trois nombres forment un **triplet pythagoricien** si le carré d'un nombre est égal à la somme des carrés des deux autres.

Exemple : les nombres 6, 8 et 10 forment un triplet pythagoricien car : $10^2 = 6^2 + 8^2$

Justifier, pour chaque question, que ces trois nombres forment un triplet pythagoricien :

a) 3, 4 et 5

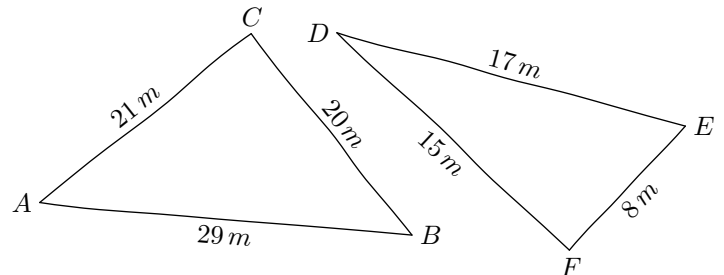
b) 5, 12 et 13

c) 9, 12 et 15

E.8761



On considère les deux triangles ABC et DEF représentés à la main ci-dessous :



1 À l'aide de la calculatrice, compléter les pointillés suivants :

a) $AB^2 = \dots\dots$ $AC^2 = \dots\dots$ $BC^2 = \dots\dots$

b) $DE^2 = \dots\dots$ $DF^2 = \dots\dots$ $EF^2 = \dots\dots$

Définition : on dit qu'un triangle vérifie l'**égalité de Pythagore** si ses longueurs forment un triplet pythagoricien.

2 Justifier que les triangles ABC et DEF vérifient l'égalité de Pythagore.

2. Réciproque du théorème de Pythagore et chaînons déductifs

E.8759



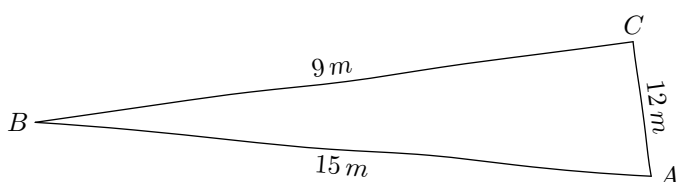
Réciproque du théorème de Pythagore :

Si, dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égale à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle et ce côté est son hypoténuse.

Autre version de l'énoncé :

Si un triangle vérifie l'égalité de Pythagore alors ce triangle est rectangle et le plus grand de ses côtés est son hypoténuse.

Elias se demande si le mur construit en bordure de son jardin, en forme de triangle, formera un angle droit. Son père lui a donné ce croquis de son jardin avec les mesures exactes du jardin :



Pour aider Elias, compléter ce chaînon déductif :

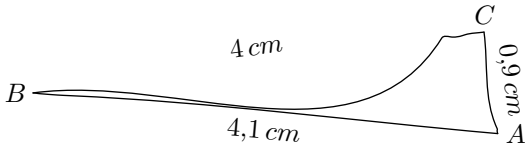
Calculs

$$AB^2 = \dots \quad AC^2 = \dots \quad BC^2 = \dots$$

Chaînon déductif

Je sais	Les longueurs du triangle ABC vérifient l'égalité de Pythagore car : (indiquer l'égalité correcte) $\ast AB^2 = CA^2 + CB^2$ $\ast BC^2 = AB^2 + AC^2$ $\ast AC^2 = BA^2 + BC^2$
J'utilise	D'après la réciproque du théorème de Pythagore
J'en déduis	

E.8762    Un triangle ABC a été représenté ci-dessous à main levée, mais y sont indiquées ses vraies mesures :



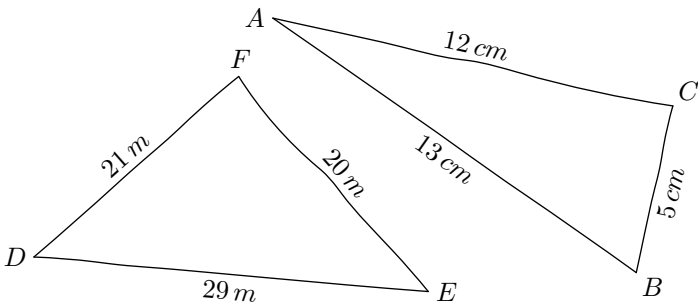
Compléter le chaînon déductif ci-dessous pour prouver que ce triangle est rectangle.

Calculs	$AB^2 = 16,81$ $AC^2 = 0,81$ $BC^2 = 16$		
Chaînon déductif	Je sais		
	J'utilise		
	J'en déduis		

On précisera le sommet de l'angle droit.

3. Réciproque du théorème de Pythagore

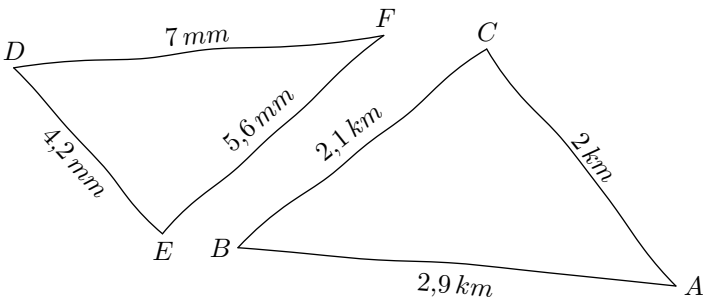
E.1797    Ci-dessous sont représentées, à main levée, les deux triangles ABC et DEF dont les mesures des côtés sont indiquées sur la figure :



Démontrer que ces triangles sont rectangles. On indiquera le sommet de l'angle droit.

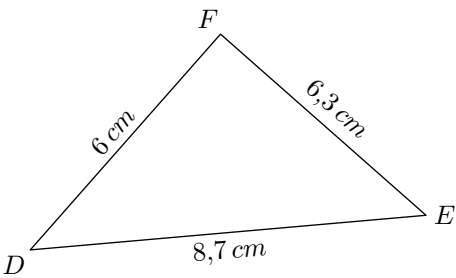
Rappel : les premiers carrés parfaits sont :				
$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$	$31^2 = 961$	$41^2 = 1681$
$2^2 = 4$	$12^2 = 144$	$22^2 = 484$	$32^2 = 1024$	$42^2 = 1764$
$3^2 = 9$	$13^2 = 169$	$23^2 = 529$	$33^2 = 1089$	$43^2 = 1849$
$4^2 = 16$	$14^2 = 196$	$24^2 = 576$	$34^2 = 1156$	$44^2 = 1936$
$5^2 = 25$	$15^2 = 225$	$25^2 = 625$	$35^2 = 1225$	$45^2 = 2025$
$6^2 = 36$	$16^2 = 256$	$26^2 = 676$	$36^2 = 1296$	$46^2 = 2116$
$7^2 = 49$	$17^2 = 289$	$27^2 = 729$	$37^2 = 1369$	$47^2 = 2209$
$8^2 = 64$	$18^2 = 324$	$28^2 = 784$	$38^2 = 1444$	$48^2 = 2304$
$9^2 = 81$	$19^2 = 361$	$29^2 = 841$	$39^2 = 1521$	$49^2 = 2401$
$10^2 = 100$	$20^2 = 400$	$30^2 = 900$	$40^2 = 1600$	$50^2 = 2500$

E.1066    On considère les triangles ABC et DEF représentés à main levée ci-dessous et dont les mesures exactes ont été ajoutées :



Montrer que ces triangles sont des triangles rectangles. On indiquera le sommet de l'angle droit.

E.8783    On considère le triangle DEF représenté ci-dessous et ayant pour mesures : $DE = 8,7 \text{ cm}$; $EF = 6,3 \text{ cm}$; $DF = 6 \text{ cm}$

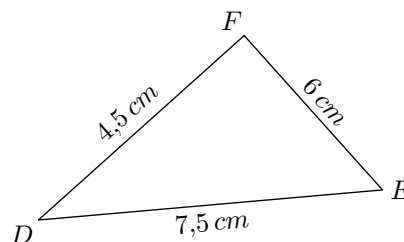


Démontrer que le triangle DEF est un triangle rectangle dont on précisera le sommet de l'angle droit.

E.8785



On considère le triangle DEF représenté ci-dessous et ayant pour mesures : $DE = 7,5 \text{ cm}$; $EF = 6 \text{ cm}$; $DF = 4,5 \text{ cm}$



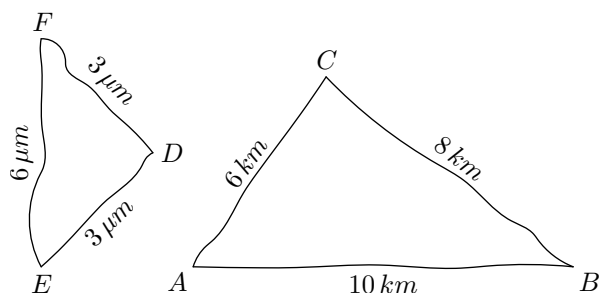
Démontrer que le triangle DEF est un triangle rectangle dont on précisera le sommet de l'angle droit.

4. Réciproque et contraposée du théorème de Pythagore

E.1063



On considère les deux triangles ABC et DEF représentés ci-dessous à main levée et dont les mesures exactes des côtés ont été indiquées :

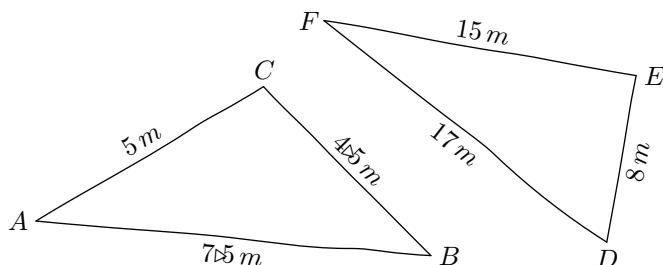


Préciser si ces triangles ABC et DEF sont rectangles.

E.1064



On considère les deux triangles ABC et DEF représentés à main levée ci-dessous et dont les mesures exactes des côtés y sont indiquées :

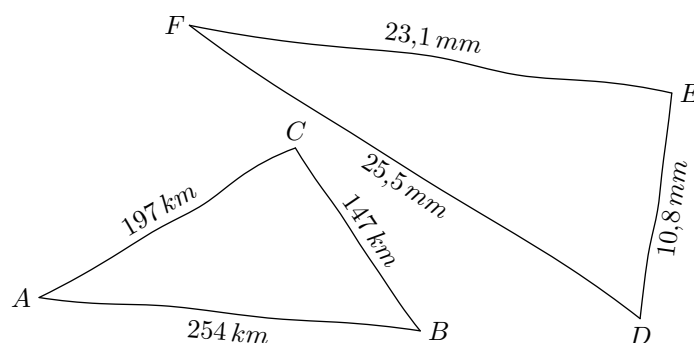


Déterminer si ces triangles sont rectangles ou non.

E.1065



Déterminer la nature de chacun des triangles ci-dessous :



5. Réciproque et théorème de Pythagore

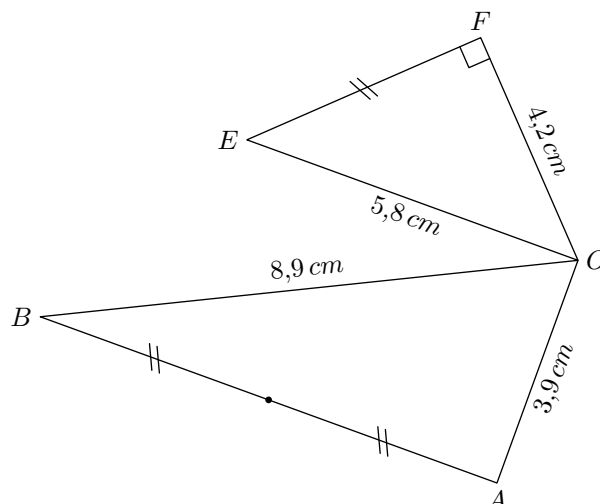
E.1071



La configuration ci-dessous est composée des deux triangles ABO et OEF où ce dernier est rectangle en F et où :

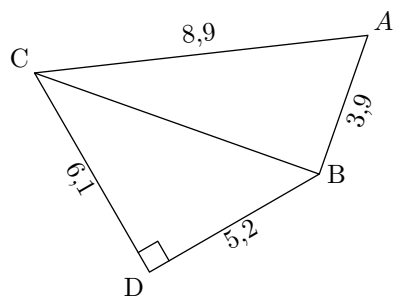
$$EO = 5,8 \text{ cm} ; OF = 4,2 \text{ cm} ; OA = 3,9 \text{ cm}$$

$$OB = 8,9 \text{ cm} ; AB = 2 \times EF$$



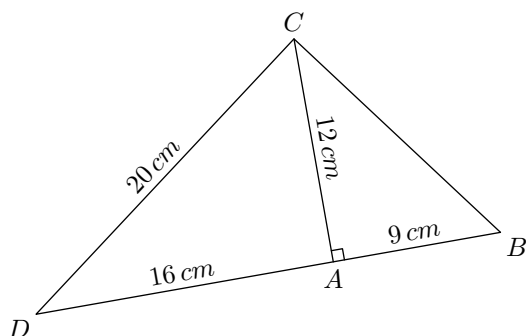
Déterminer la nature du triangle ABO .

E.1068     On considère les deux triangles ABC et BCD représentés ci-dessous :



- 1 Calculer la longueur du segment $[BC]$ arrondie au dixième près.
- 2 Le triangle ABC est-il rectangle?

E.351    On considère le triangle BCD et sa hauteur $[AC]$.



- 1 Déterminer la longueur du segment $[BC]$.
- 2 Le triangle BCD est-il rectangle en C ?

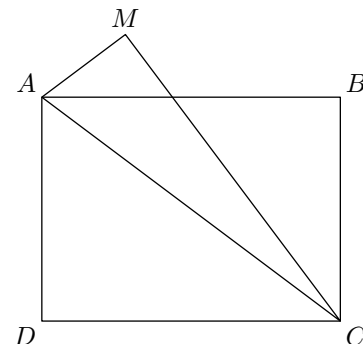
Indication : on rappelle les carrés parfaits suivants :

$10^2 = 100$; $14^2 = 196$; $18^2 = 324$; $22^2 = 484$
 $11^2 = 121$; $15^2 = 225$; $19^2 = 361$; $23^2 = 529$
 $12^2 = 144$; $16^2 = 256$; $20^2 = 400$; $24^2 = 576$
 $13^2 = 169$; $17^2 = 289$; $21^2 = 441$; $25^2 = 625$

E.1070   

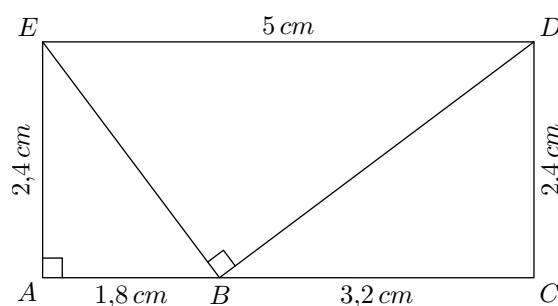
On considère un rectangle $ABCD$ ayant 20 cm pour longueur et 15 cm de largeur. Le point M est un point du plan tel que :
 $AM = 7\text{ cm}$; $MC = 24\text{ cm}$

Une représentation de cette configuration est donnée ci-contre :



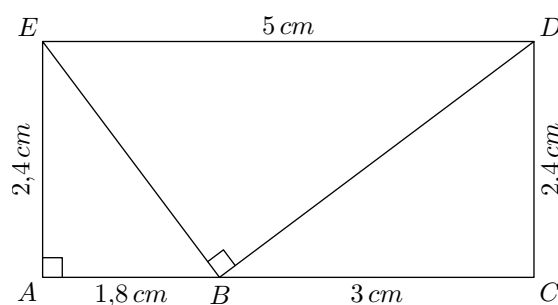
- 1 Justifier que le triangle ADC est rectangle en D .
- 2 Déterminer la mesure du segment $[AC]$.
- 3 Montrer que le triangle AMC est un triangle rectangle.

E.5747    On considère la figure ci-dessous où les points A, B, C sont alignés et les triangles ABE et EBD sont respectivement rectangles en A et B .



- 1 Démontrer que le segment $[BD]$ a pour longueur 4 cm .
- 2 Justifier que le triangle BCD est un triangle rectangle en C .

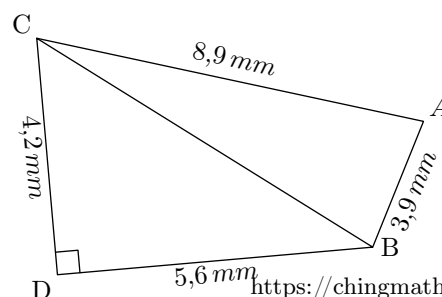
E.5750    On considère la figure ci-dessous où les points A, B, C sont alignés et les triangles ABE et EBD sont respectivement rectangles en A et B .



- 1 Démontrer que le segment $[BD]$ a pour longueur 4 cm .
- 2 Justifier que le triangle BCD n'est pas un triangle rectangle.

6. Utilisation des mesures approchées.

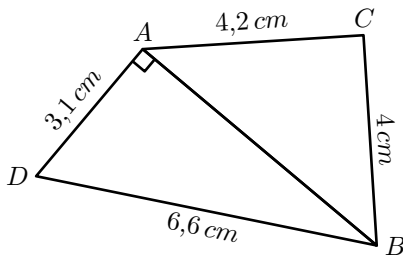
E.1795    On considère les deux triangles ABC et BCD représentés ci-dessous ; les longueurs de différents segments ont été notés sur la figure.
(Attention, le dessin n'est pas dessiné en vraie grandeur)



① Calculer la longueur du segment $[BC]$.

② Le triangle ABC est-il rectangle?

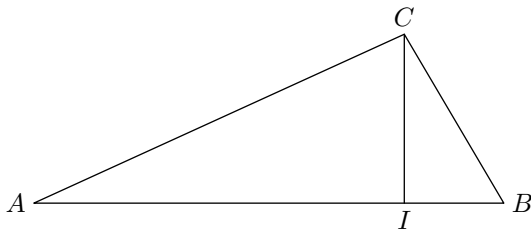
E.4533    La figure ci-dessous représente deux triangles ABC et ABD où le triangle ABD est rectangle en A .



① Déterminer la mesure du segment $[AB]$ au millimètre près.

② Le triangle ABC est-il un triangle rectangle? Justifier votre réponse.

E.1067    Soit ABC un triangle et I un point du segment $[AB]$ tel que :



$CI = 5,6 \text{ cm}$; $IB = 3,3 \text{ cm}$; $BC = 6,5 \text{ cm}$; $AC = 13,5 \text{ cm}$

① Montrer que le triangle CIB est rectangle en I .

② Donner la longueur de $[AI]$, arrondie au millimètre près.

E.1069   

Dans la figure ci-dessous, le quadrilatère est un carré de 3 cm de côté et le point M est placé tel que :

$AM = 3,6 \text{ cm}$; $MC = 2,24 \text{ cm}$

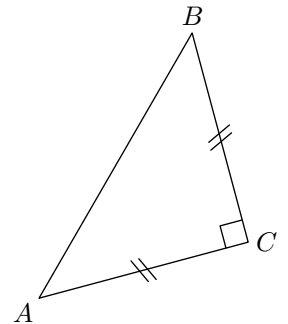
① Etablir que $AC \approx 4,24 \text{ cm}$.

② Le triangle AMC est-il rectangle? Justifier.

E.5375   

On considère le triangle ABC rectangle isocèle en C représenté ci-contre où le segment $[AB]$ a pour mesure 9 cm .

Déterminer la longueur du segment $[AC]$, arrondi au millimètre près.



7. Utilisation des mesures approchées dans l'espace

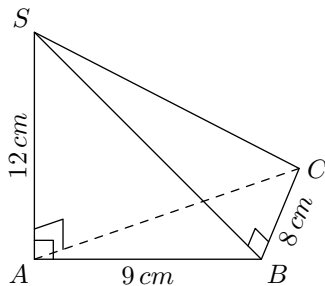
E.2935    Dans l'espace, on considère le tétraèdre $SABC$.

Les angles suivants sont des angles droits :

$\widehat{SAB}$; $\widehat{SBC}$; $\widehat{SAC}$.

On a les mesures suivantes :

$SA = 12 \text{ cm}$; $AB = 9 \text{ cm}$; $BC = 8 \text{ cm}$



① Montrer que la longueur du segment $[AC]$ vérifie : $AC^2 = 145 \text{ cm}^2$.

② Montrer que le triangle ABC est rectangle en B .

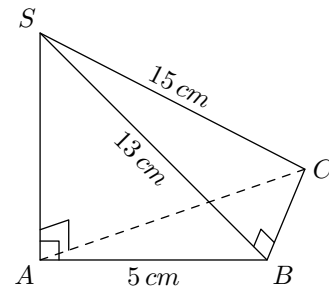
E.2934    Dans l'espace, on considère le tétraèdre $SABC$.

Les angles suivants sont des angles droits :

$\widehat{SAB}$; $\widehat{SBC}$; $\widehat{SAC}$

On a les mesures suivantes :

$AB = 5 \text{ cm}$; $SB = 13 \text{ cm}$; $SC = 15 \text{ cm}$



① Déterminer la longueur du segment $[BC]$, arrondie au millimètre près.

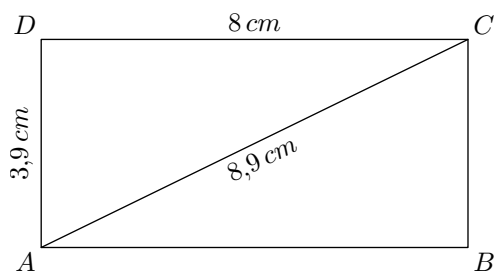
② a) Déterminer la longueur du segment $[SA]$.

b) En déduire la valeur de AC .

③ Le triangle ABC est-il rectangle? (utiliser la valeur exacte de la longueur BC).

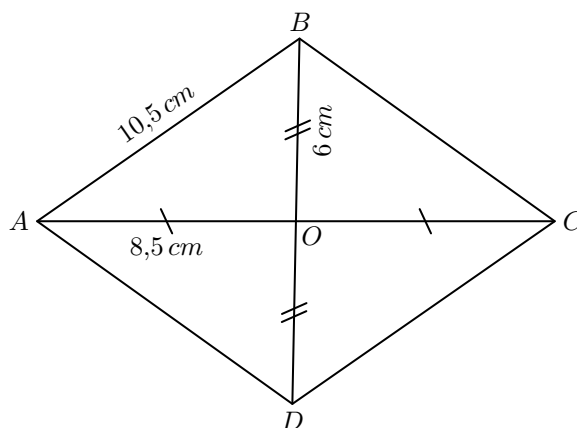
8. Quadrilatère et réciproque du théorème de Pythagore

E.4441 On considère le parallélogramme $ABCD$ représenté ci-dessous :



Montrer que le parallélogramme $ABCD$ est un rectangle.

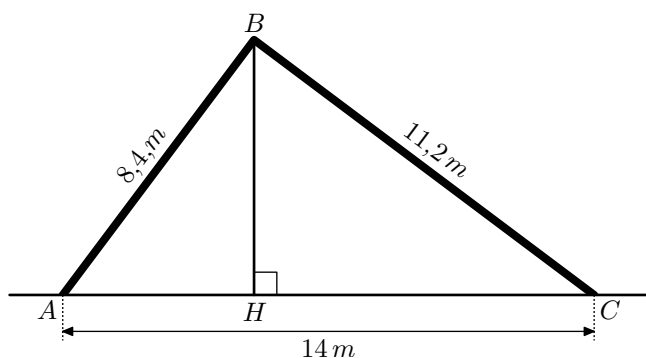
E.4442 On considère le quadrilatère $ABCD$ représenté ci-dessous :



- 1 Justifier que $ABCD$ est un parallélogramme.
- 2 $ABCD$ est-il un rectangle? Justifier votre réponse.
- 3 $ABCD$ est-il un losange? Justifier votre réponse.

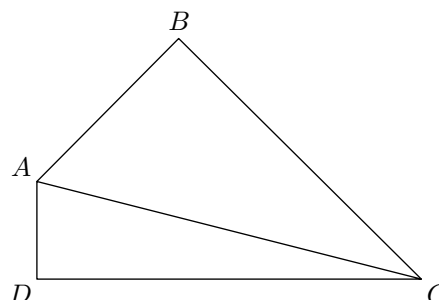
9. Théorème/réciproque de Pythagore et aires

E.4532 Dans la forêt tropicale, une famille d'autochtones construit une hutte dont un schéma est donné ci-dessous :



- 1 Justifier que le triangle ABC est un triangle rectangle.
- 2 a Déterminer l'aire de la façade ABC de cette hutte.
b En déduire la mesure de la hauteur $[BH]$ de la hutte.
- 3 Déterminer la mesure du segment $[HC]$.

E.6056 Jean-Michel est propriétaire d'un champ, représenté par le triangle ABC ci-dessous. Il achète à son voisin le champ adjacent, représenté par le triangle ADC . On obtient ainsi un nouveau champ formé par le quadrilatère $ABCD$.



Jean-Michel sait que le périmètre de son champ ABC est de 154 mètres et que $BC = 56 m$. Son voisin l'informe que le périmètre du champ ADC est de 144 mètres et que $AC = 65 m$.

De plus, il sait que : $AD = 16 m$.

- 1 a Justifier que les longueurs AB et DC sont respectivement égales à 33 m et 63 m.
b Calculer le périmètre du champ $ABCD$.
 - 2 Démontrer que le triangle ADC est rectangle en D .
- On admet que le triangle ABC est rectangle en B .
- 3 Calculer l'aire du champ $ABCD$.
 - 4 Jean-Michel veut clôturer son champ avec du grillage. Il se rend chez son commerçant habituel et tombe sur l'annonce suivante :

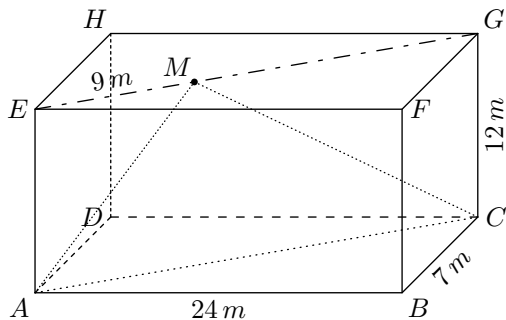
Grillage : 0,85 € par mètre.

Combien va-t-il payer pour clôturer son champ?

10. Théorème/réciproque de Pythagore dans l'espace

E.8694 On considère le pavé droit $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous et dont les mesures suivantes sont données :

$$AB = 24\text{ m} ; BC = 7\text{ m} ; CG = 12\text{ m}$$

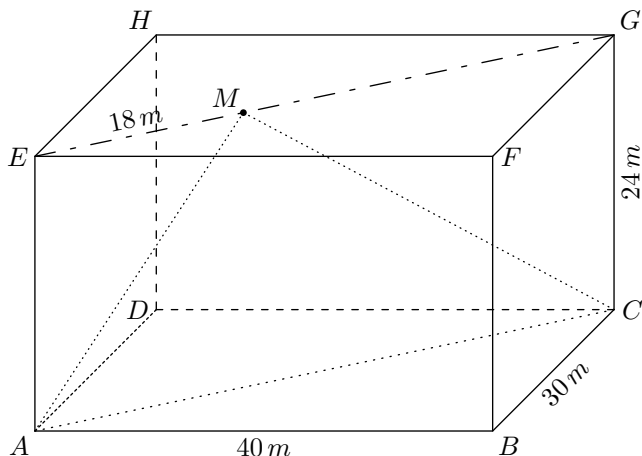


Le point M appartient à la diagonale $[EG]$ du rectangle $EFGH$ et tel que : $EM = 9\text{ m}$

- 1 a Dans le triangle EMA rectangle en E , déterminer la mesure du segment $[AM]$.
- b Dans le triangle ABC rectangle en B , déterminer la mesure du segment $[AC]$.
- c Dans le triangle MGC rectangle en G , déterminer la mesure du segment $[MC]$.
- 2 En déduire que le triangle ACM est rectangle en M .

E.8782 On considère le pavé droit $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous et dont les mesures suivantes sont données :

$$AB = 40\text{ m} ; BC = 30\text{ m} ; CG = 24\text{ m}$$

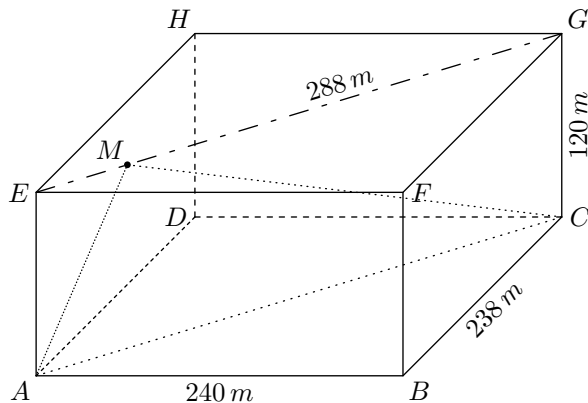


Le point M appartient à la diagonale $[EG]$ du rectangle $EFGH$ et tel que : $EM = 18\text{ m}$

- 1 Établir que : $MA = 30\text{ m}$
- 2 Établir que : $MG =$
- 3 En déduire que le triangle ACM est rectangle en M .

E.8781 On considère le pavé droit $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous et dont les mesures suivantes sont données :

$$AB = 240\text{ m} ; BC = 238\text{ m} ; CG = 120\text{ m}$$

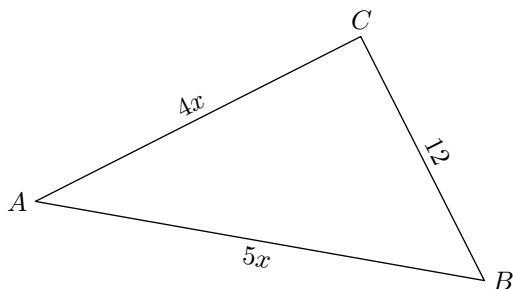


Le point M appartient à la diagonale $[EG]$ du rectangle $EFGH$ et tel que : $MG = 288\text{ m}$

Établir que le triangle ACM est rectangle en M .

11. Expressions littérales

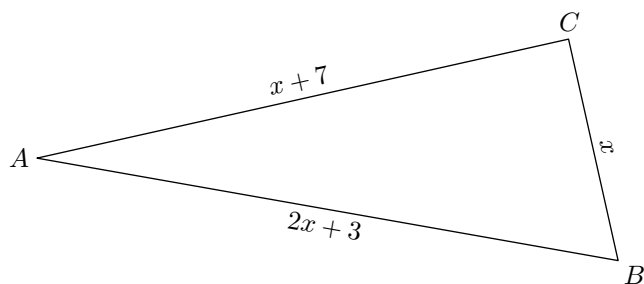
E.1331 On considère le triangle ABC ci-dessous où certaines des mesures du triangle sont exprimées en fonction d'une valeur indéterminée notée x :



Sans justification, déterminer une valeur de x pour laquelle

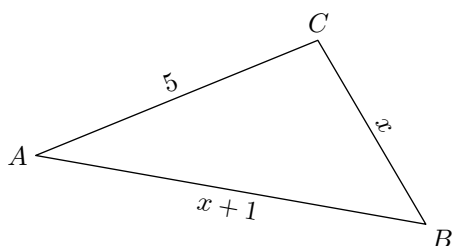
le triangle ABC est rectangle en C .

E.1327 On considère le triangle ABC représenté ci-dessous où les longueurs sont données en fonction de l'indéterminé x :



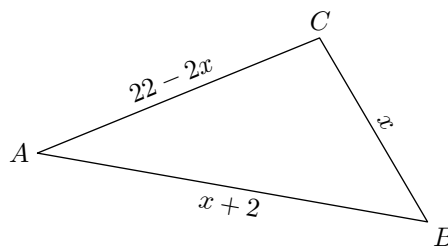
- 1 Justifier que, pour $x=5$, le triangle ABC est un triangle rectangle en C .
- 2 Le triangle ABC est-il rectangle lorsque $x=4$.

E.1329 On considère le triangle ABC représenté ci-dessous où certaines de ses longueurs sont exprimées en fonction d'une valeur indéterminée notée x :



- 1 Montrer que pour $x=12$, le triangle ABC est un triangle rectangle en C .
- 2 Justifier que le triangle ABC est rectangle pour $x=3$.
- 3 Le triangle ABC est-il rectangle pour $x=8$?

E.1330 On considère le triangle ABC représenté ci-dessous où certaines de ses longueurs sont exprimées en fonction d'une valeur indéterminée notée x :



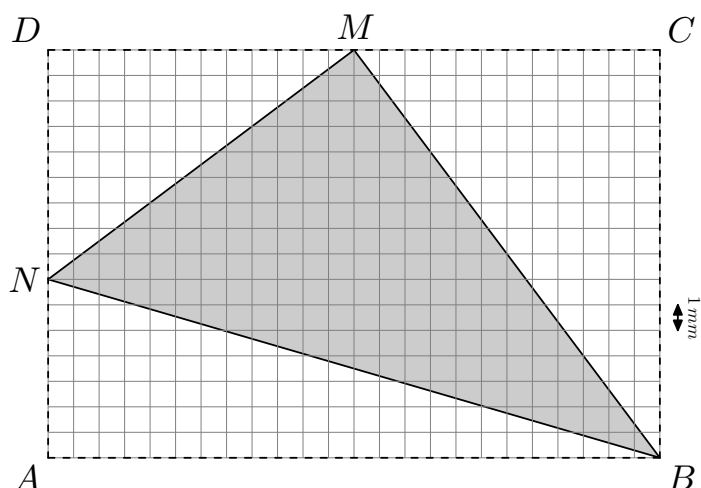
- 1 Montrer que pour $x=8$, le triangle ABC est un triangle rectangle en C .
- 2 Justifier que le triangle ABC est rectangle pour $x=6$.
- 3 Le triangle ABC est-il rectangle pour $x=7$.

12. Partage

E.8835

- 1 On considère un rectangle $ABCD$ ayant pour mesure :
 $AB = 24 \text{ mm}$; $AD = 16 \text{ mm}$

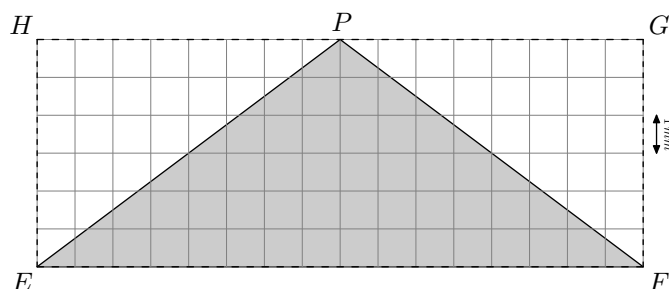
On place les points M et N , appartenant respectivement aux segments $[CD]$ et $[AD]$, tels que représentés ci-dessous :



- a Montrer que : $MN = 15 \text{ mm}$
- b On admet les mesures suivantes :
 $MB = 20 \text{ mm}$; $BN = 25 \text{ mm}$
 Quelle est la nature du triangle MNB ? Justifier.

- 2 On considère un rectangle $EFGH$ ayant pour mesure :
 $EF = 16 \text{ mm}$; $EH = 6 \text{ mm}$

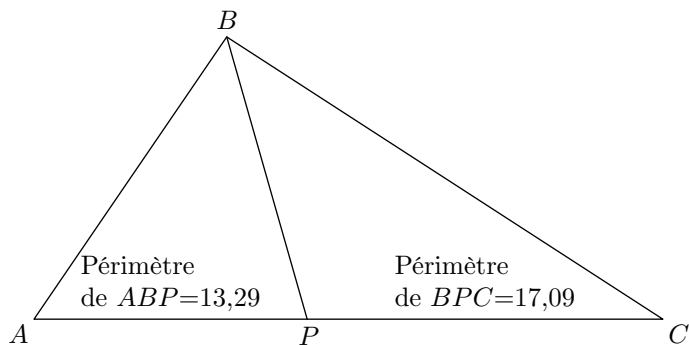
On considère le point P tel que $HP = 8 \text{ mm}$. Cette figure est représentée ci-dessous :



Justifier que le triangle EFP n'est pas un triangle rectangle.

13. Exercices non-classés

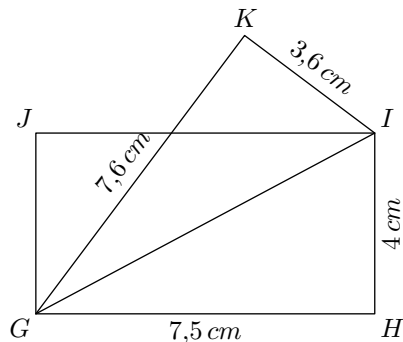
E.6312 ABC est un triangle tel que :
 $AB = 5 \text{ cm}$; $BC = 7,6 \text{ cm}$; $AC = 9,2 \text{ cm}$



- 1 Tracer ce triangle en vraie grandeur.
- 2 ABC est-il un triangle rectangle?
- 3 Avec un logiciel, on a construit ce triangle, puis :
 - on a placé un point P mobile sur le côté $[AC]$;
 - on a tracé les triangles ABP et BPC ;
 - on a affiché le périmètre de ces deux triangles.
- a On déplace le point P sur le segment $[AC]$. Où faut-il le placer pour que la distance BP soit la plus petite possible?
- b On place maintenant le point P à 5 cm de A . Lequel des triangles ABP et BPC a le plus grand périmètre?
- c On déplace à nouveau le point P sur le segment $[AC]$. Où faut-il le placer pour que les deux triangles ABP et BPC aient le même périmètre?

E.8784 On considère la figure représentée ci-dessous où le quadrilatère $GHIJ$ est un rectangle. On donne les mesures suivantes :

$$GH = 7,5 \text{ cm} ; HI = 4 \text{ cm} ; IK = 3,6 \text{ cm} ; GK = 7,6 \text{ cm}$$



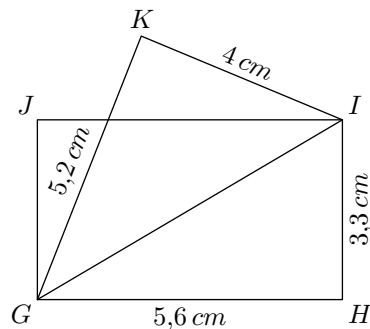
Le triangle GKI est-il un triangle rectangle? Justifier votre réponse.

E.8786



On considère la figure représentée ci-dessous où le quadrilatère $GHIJ$ est un rectangle. On donne les mesures suivantes :

$$GH = 5,6 \text{ cm} ; HI = 3,3 \text{ cm} ; IK = 4 \text{ cm} ; GK = 5,2 \text{ cm}$$



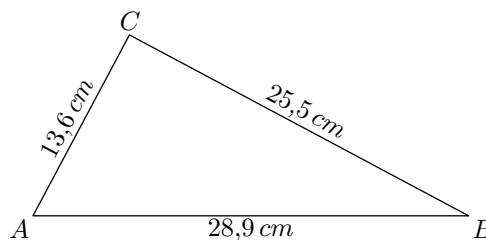
Le triangle GKI est-il un triangle rectangle? Justifier votre réponse.

E.8985



On considère le triangle ABC représenté ci-dessous et dont on connaît les mesures :

$$AB = 13,6 \text{ cm} ; AC = 28,9 \text{ cm} ; BC = 25,5 \text{ cm}$$



Montrer que la hauteur du triangle ABC issue du sommet C mesure 12 cm.