

1. Intervalle de confiance et de fluctuation

E.5435   On considère une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètre 9 et 0,3 : $\mathcal{X} \sim \mathcal{B}(9; 0,3)$

Le tableau ci-dessous donne des informations sur la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k)$	0,04	0,196	0,463	0,73	0,901	0,975	0,996	1,0	1,0	1,0

Justifier que la variable aléatoire $\mathcal{X}$ a au moins 95 % de chance de prendre ses valeurs dans l'intervalle $[0; 5]$.

E.5434   On considère une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètre 9 et 0,5 : $\mathcal{X} \sim \mathcal{B}(9; 0,5)$

Le tableau ci-dessous donne des informations sur la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k)$	0,002	0,02	0,09	0,254	0,5	0,746	0,91	0,98	0,998	1,0

- 1 Pour quelles valeurs de k a-t-on : $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k) > 0,025$?
- 2 Pour quelles valeurs de k a-t-on : $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k) \geq 0,975$?
- 3 Justifier que la variable aléatoire $\mathcal{X}$ au moins 95 % de chance de prendre ses valeurs dans l'intervalle $[2; 7]$.

E.5436   On considère une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant une loi binomiale de paramètre 30 et 0,32 : $\mathcal{X} \sim \mathcal{B}(30; 0,32)$

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k)$	0	0	0,001	0,005	0,018	0,049	0,11	0,208	0,341

k	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k)$	0,494	0,645	0,774	0,871	0,934	0,97	0,988	0,995	0,999

k	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k)$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

- 1 Déterminer les plus petits entiers a et b tels que : $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq a) > 0,025$; $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq b) \geq 0,975$
- 2 Justifier que : $\mathcal{P}(a \leq \mathcal{X} \leq b) \geq 0,95$
- 3 En notant $F = \frac{\mathcal{X}}{30}$ la variable aléatoire qui représente la fréquence aléatoire du succès. Justifier que : $\mathcal{P}\left(\frac{a}{30} \leq F \leq \frac{b}{30}\right) \geq 0,95$

E.5445   On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant la loi binomiale de paramètre 20 et 0,34 : $\mathcal{X} \sim \mathcal{B}(20; 0,34)$

On répondra aux questions sans justifier et à l'aide de la calculatrice.

- 1 Déterminer les deux plus petits entiers a et b vérifiant les inégalités : $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq a) > 0,025$; $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq b) \geq 0,975$
- 2 Déterminer l'intervalle de fluctuation J au seuil de 95 %.

E.5438   On considère une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant une loi binomiale de paramètre 100 et 0,81.

k	71	72	73	74	75	76	77	78	79
$\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k)$	0,010	0,018	0,032	0,053	0,084	0,127	0,185	0,257	0,343

k	80	81	82	83	84	85	86	87	88
$\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k)$	0,439	0,540	0,640	0,733	0,813	0,877	0,924	0,957	0,977

Déterminer l'intervalle de fluctuation à 95 %.

E.5490   On considère une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant une loi binomiale de paramètre 100 et 0,35 ($\mathcal{X} \sim \mathcal{B}(100; 0,35)$).

Les questions suivantes sont à traiter à l'aide de la calculatrice et les résultats doivent être donnés, si nécessaire, au millièmes près :

- 1 Déterminer la valeur des probabilités suivantes :
 a $\mathcal{P}(\mathcal{X} = 43)$ b $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq 38)$ c $\mathcal{P}(\mathcal{X} \geq 31)$
- 2 a Déterminer la valeur des plus petits entiers a et b vérifiant les deux conditions suivantes :
 $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq a) > 0,025$; $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq b) \geq 0,975$
 b Donner l'intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence associée à la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

E.5446   Une société affirme que 80 % de ses clients sont satisfaits par ses produits.

- 1 Une association de consommateurs souhaite vérifier cette allégation et commande une étude portant sur 50 clients de cette société.
 a Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %.
 b L'étude obtient un taux de satisfaction de 71 %. Selon cette étude, que peut-on dire de l'affirmation de la société au seuil de 5 %?
- 2 L'association renouvelle son étude qui porte cette fois sur 100 clients. Cette nouvelle étude obtient toujours un taux de satisfaction de 71 %.
 Que peut-on dire de l'affirmation de la société au seuil de 5 %.

E.5449



On considère un jeu utilisant deux urnes contenant des boules de couleurs rouges et bleues indiscernables au toucher. On suppose les tirages dans les deux urnes indépendantes l'un de l'autre. Voici la composition de chacune des urnes :

- L'urne A est composée de trois boules rouges et de deux boules bleues ;
- L'urne B est composée de 12 boules rouges et de 28 boules bleues.

Chaque participant doit retirer une boule dans l'urne A , puis une boule dans l'urne B .

- 1
 - a Construire un arbre de probabilité représentant ce jeu.
 - b Montrer que la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge a pour valeur $\frac{18}{25}$
- 2 On répète 20 fois ce jeu de manière indépendante. On considère la variable aléatoire X qui compte le nombre de jeux où au moins une boule rouge a été tirée.
 - a Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ?
 - b Déterminer la probabilité de $P(X \geq 18)$. Puis, donner la valeur arrondie au millièmes de cette probabilité.
- 3
 - a Déterminer l'intervalle de fluctuation à 95 % de la loi binomiale d'une variable aléatoire Y suivant une loi binomiale de paramètre 100 et $\frac{18}{25}$.

- b Une étude statistique a porté sur la répétition 100 fois de ce jeu. La fréquence d'apparition de l'événement "au moins une boule rouge a été obtenue" a été de 0,55. Doit-on rejeter cette étude avec un risque de 5 % ?

E.7851



Une agriculture conditionne ses tomates en fonction de leur taille (*calibre*). À ses fournisseurs, il annonce que 40 % de ses tomates ont un calibre supérieur ou égal à 6 (*un diamètre supérieur à 47 mm*).

Se rendant dans l'exploitation, un fournisseur prélève 30 tomates et observent que, parmi elles, 10 tomates sont d'un calibre supérieur ou égal à 6.

Ci-contre est donnée la loi cumulative d'une variable aléatoire binomiale de paramètres 30 et 0,4. On peut y extraire les résultats ci-dessous :

$$P(X \leq 10) \approx 0,2915 \quad ; \quad P(X \leq 20) \approx 0,9991$$

L1	L2
0	2.2E-7
1	4.6E-6
2	4.7E-5
3	3.1E-4
4	0.0015
5	0.0057
6	0.0172
7	0.0435
8	0.094
9	0.1763
10	0.2915
11	0.4311
12	0.5785
13	0.7145
14	0.8246
15	0.9029
16	0.9519
17	0.9788
18	0.9917
19	0.9971
20	0.9991
21	0.9998
22	1
23	1
24	1
25	1
26	1
27	1
28	1
29	1
30	1

- 1
 - a Déterminer la valeur du plus petit entier a réalisant la condition : $P(X \leq a) > 0,025$
 - b Déterminer la valeur du plus petit entier b réalisant la condition : $P(X \leq b) \geq 0,975$
 - c En déduire l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence observée pour la variable aléatoire X . (on arrondira les bornes à 10^{-3})
- 2 Que peut-on dire de l'observation du fournisseur ?

2. Anciennes annales (programme antérieur à 2011)

E.3127



Un joueur dispose d'une urne contenant 3 boules rouges, 4 boules blanches et n boules vertes ($0 \leq n \leq 10$). Les boules sont indiscernables au toucher.

- 1 Le joueur tire au hasard une boule de l'urne. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - a R : "La boule tirée est rouge" ;
 - b B : "la boule tirée est blanche" ;
 - c V : "la boule tirée est verte".
- 2 Le joueur décide de jouer une partie. Celle-ci se déroule de la manière indiquée ci-dessous. Le joueur tire une boule de l'urne :
 - Si elle est rouge, il gagne $16 F$;
 - Si elle est blanche, il perd $12 F$;
 - Si elle est verte, il remet la boule dans l'urne, puis tire une boule de l'urne ;
 - Si cette boule est rouge, il gagne $8 F$;
 - Si cette boule est blanche, il perd $2 F$;

- Si cette boule est verte, il ne perd rien ni ne gagne rien.

Les tirages sont équiprobables et deux tirages successifs sont indépendants. Au début de la partie, le joueur possède $12 F$. Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur la somme que le joueur possède à l'issue de la partie (*un tirage ou deux tirages selon le cas*).

- a Déterminer les valeurs prises par X .
 - b Déterminer la loi de probabilité de X .
 - c Montrer que l'espérance mathématique de X a pour valeur : $E(X) = 12 + 16 \cdot \frac{n}{(n+7)^2}$.
- 3 On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par $f(x) = \frac{x}{(x+7)^2}$. Étudier les variations de f .
- 4 En déduire la valeur de n pour laquelle l'espérance mathématique X est maximale. Calculer cette valeur maximale (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

3. Loi géométrique tronquée

E.7422



On considère l'expérience aléatoire suivante qui consiste à lancer un dé 5 fois successivement (*et de manière indépendante*) et de noter le numéro de lancer où la face 6 est apparue la première fois.

Si la face 6 n'est pas apparue lors de ces 5 lancers alors on note 0.

4. Loi binomiale: intervalle fluctuation

E.4910



On arrondira les résultats à 10^{-3} près.

Dans une fabrique de montres, lorsque les machines de productions sont bien réglées, 4 % des montres produites sont défectueuses.

Pour vérifier l'état de la production, on prélève 10 montres successivement, au hasard et indépendamment les unes des autres.

La variable aléatoire $\mathcal{X}$ associe à ce tirage, le nombre de montres défectueuses.

- Justifier que la variable aléatoire $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
- Quelle est la probabilité qu'au moins 1 montre soit défectueuse? On donnera la valeur exacte et la valeur arrondie au millièmes près.
- Un ingénieur teste la chaîne de production. Après plusieurs tests de lot de 10 montres, il obtient 81 % de lots possédant au moins 1 montre défectueuse. Que peut-on dire de l'état de la chaîne de production?

E.7858



On considère une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres 9 et 0,3: $\mathcal{X} \sim \mathcal{B}(9; 0,3)$

Le tableau ci-dessous donne des informations sur la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k)$	0,04	0,196	0,463	0,73	0,901	0,975	0,996	1,0	1,0	1,0

Justifier que la variable aléatoire $\mathcal{X}$ a au moins 95 % de chance de prendre ses valeurs dans l'intervalle $[0; 5]$.

E.7859



On considère une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres 9 et 0,5: $\mathcal{X} \sim \mathcal{B}(9; 0,5)$

Les deux tableaux ci-dessous donne des informations sur la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k)$	0,002	0,02	0,09	0,254	0,5	0,746	0,91	0,98	0,998	1,0

- Pour quelles valeurs de k a-t-on: $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k) > 0,025$?
- Pour quelles valeurs de k a-t-on: $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k) \geq 0,975$?
- Justifier que la variable aléatoire $\mathcal{X}$ au moins 95 % de chance de prendre ses valeurs dans l'intervalle $[2; 7]$.

- Construire l'arbre de probabilité associé à cette expérience aléatoire.
- On considère la variable aléatoire qui associe à chaque épreuve de l'expérience aléatoire associée le nombre noté. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

E.7857



Une agriculture conditionne ses tomates en fonction de leur taille (*calibre*). À ses fournisseurs, il annonce que 40 % de ses tomates ont un calibre supérieur ou égal à 6 (*un diamètre supérieur à 47 mm*).

Se rendant dans l'exploitation, un fournisseur prélève 30 tomates et observe que, parmi elles, 10 tomates sont d'un calibre supérieur ou égal à 6.

Ci-contre est donnée la loi cumulative d'une variable aléatoire binomiale de paramètres 30 et 0,4. On peut y extraire les résultats ci-dessous:

$$\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq 10) \approx 0,2915 \quad ; \quad \mathcal{P}(\mathcal{X} \leq 20) \approx 0,9991$$

k	$\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq k)$
0	2,2E-7
1	4,6E-6
2	4,7E-5
3	3,1E-4
4	0,0015
5	0,0057
6	0,0172
7	0,0435
8	0,094
9	0,1763
10	0,2915
11	0,4311
12	0,5785
13	0,7145
14	0,8246
15	0,9029
16	0,9519
17	0,9788
18	0,9917
19	0,9971
20	0,9991
21	0,9998
22	1
23	1
24	1
25	1
26	1
27	1
28	1
29	1
30	1

- Déterminer la valeur du plus petit entier a réalisant la condition: $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq a) > 0,025$
 - Déterminer la valeur du plus petit entier b réalisant la condition: $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq b) \geq 0,975$
 - En déduire l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence observée pour la variable aléatoire $\mathcal{X}$. (*on arrondira les bornes à 10^{-3}*)
- Que peut-on dire de l'observation du fournisseur?

E.141



Lors d'une fête foraine, une loterie est organisée toutes les heures. À chaque fois, trente billets sont vendus parmi lesquels dix sont gagnants (*on admet que tous les billets ont la même probabilité d'être achetés.*).

On donnera pour chaque résultat la valeur exacte puis la valeur arrondie au millième.

- 1 Luc achète un billet. Quelle est la probabilité que ce billet soit gagnant?
- 2 Marc participe à trois loteries consécutives pour lesquelles il prend à chaque fois un billet (*on admet que les loteries sont indépendantes*). Quelle est la probabilité que Marc ait au moins un billet gagnant?
- 3 Pierre participe à une loterie, il achète simultanément trois billets.
 - a Quelle est la probabilité que Pierre n'ait pas de billet gagnant?
 - b Quelle est la probabilité que Pierre ait au moins un billet gagnant?
- 4 Qui de Pierre ou de Marc a le plus de chances d'avoir au moins un billet gagnant?
- 5 La publicité annonce "*Un billet sur trois est gagnant! Achetez trois billets!*". Ce texte suggère que, en achetant trois billets, on est sûr de gagner. Que peut-on dire de cette propriété?

E.7861



On considère un jeu utilisant deux urnes contenant des boules de couleurs rouges et bleues indiscernables au toucher. On suppose les tirages dans les deux urnes

indépendants l'un de l'autre. Voici la composition de chacune des urnes :

- L'urne A est composée de trois boules rouges et de deux boules bleues;
- L'urne B est composée de 12 boules rouges et de 28 boules bleues.

Chaque participant doit retirer une boule dans l'urne A , puis une boule dans l'urne B .

- 1
 - a Construire un arbre de probabilité représentant ce jeu.
 - b Montrer que la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge a pour valeur $\frac{18}{25}$.
- 2 On répète 20 fois ce jeu de manière indépendante. On a la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui compte le nombre de jeux où au moins une boule rouge a été tirée.
 - a Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire $\mathcal{X}$?
 - b Déterminer la probabilité de $\mathcal{P}(\mathcal{X} \geq 18)$. Puis, donner la valeur de cette probabilité arrondie au millième près.
- 3
 - a Déterminer l'intervalle de fluctuation à 95 % de la loi binomiale d'une variable aléatoire $\mathcal{Y}$ suivant une loi binomiale de paramètres 100 et $\frac{18}{25}$.
 - b Une étude statistique a porté sur la répétition 100 fois de ce jeu. La fréquence d'apparition de l'événement "*au moins une boule rouge a été obtenue*" a été de 0,55. Doit-on rejeter cette étude avec un risque de 5 %?

5. Exercices non-classés

E.7114



Les résultats approchés sont à arrondir au millième.

Une entreprise produit en grande série des clés USB pour l'industrie informatique.

On prélève au hasard 100 clés dans la production de la journée pour vérification. La production est assez grande pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 clés.

On admet que la probabilité, qu'une clé *USB* prélevée au hasard dans la production d'une journée soit défectueuse, est égale à 0,015.

On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui, à tout prélèvement ainsi défini, associe le nombre de clés défectueuses de ce prélèvement.

- 1 Justifier que la variable aléatoire $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
- 2 Calculer les probabilités $p(\mathcal{X}=0)$ et $p(\mathcal{X}=1)$.
- 3 Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus deux clés soient défectueuses.

E.124



Pour se rendre à l'arrêt du bus qui passe à 7h30 et qui l'amène au lycée, Valérie a le choix entre trois itinéraires A , B ou C .

La probabilité qu'elle choisisse l'itinéraire A est $\frac{1}{2}$, celle qu'elle choisisse l'itinéraire B est $\frac{1}{3}$.

La probabilité qu'elle rate le bus qui passe à 7h30 sachant qu'elle a choisi l'itinéraire A est $\frac{3}{10}$, celle qu'elle rate le bus qui passe à 7h30 sachant qu'elle a choisi l'itinéraire B est $\frac{2}{5}$, celle qu'elle rate le bus qui passe à 7h30 sachant qu'elle a choisi l'itinéraire C est $\frac{1}{2}$.

- 1 Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.
 - a Calculer la probabilité que Valérie choisisse l'itinéraire C .
 - b Construire un arbre de probabilités donnant les diverses possibilités. Reporter les probabilités données dans l'énoncé.
 - c Calculer la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à 7h30 et qu'elle ait choisi l'itinéraire B .
 - d Montrer que la probabilité que Valérie prenne le bus qui prenne le bus qui passe à 7h30 est $\frac{19}{30}$.
 - e Sachant que Valérie a pris le bus qui passe à 7h30, calculer la probabilité qu'elle ait choisi l'itinéraire C .
- 2 Dans cette partie, on donnera les résultats arrondis à 10^{-3} près.
 Valérie essaie de prendre le bus qui passe à 7h30 quatre jours par semaine dans les mêmes conditions.
 On suppose que pour Valérie, prendre ou rater le bus qui passe à 7h30, un jour donné dans la semaine est indépendant du fait que prendre ou rater le bus qui passe à 7h30 un autre jour de la semaine.
 - a Calculer la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à 7h30 quatre fois dans la semaine.
 - b Calculer la probabilité qu'elle prenne le bus qui passe à 7h30 exactement deux fois dans la semaine.

Rappel : la probabilité de E sachant F est donnée par :

$$\mathcal{P}_F(E) = \frac{\mathcal{P}(E \cap F)}{\mathcal{P}(F)}$$

E.132



Les résultats d'une enquête menée auprès d'une population dont 52% des personnes sont des femmes et 48% des hommes, montrent que 80% des femmes et 70% des hommes jouent au Loto au moins une fois par mois.

- 1 On choisit au hasard un individu de cette population. Tous les choix sont équiprobables.
 On note :
 - H : l'événement "*L'individu choisi est un homme.*"
 - $\bar{H}$ l'événement contraire de H , c'est-à-dire "*L'individu choisi est une femme.*"
 - L l'événement "*L'individu joue au Loto au moins une fois par moi.*"
 - $\bar{L}$ l'événement contraire de L , c'est-à-dire "*L'individu joue au Loto moins d'une fois par mois.*"
 - $P_H(L)$ la probabilité conditionnelle de l'événement L par rapport à l'événement H .
 On pourra représenter un arbre de probabilités.
 - a Calculer la probabilité de l'événement $H \cap \bar{L}$ puis celle de l'événement $\bar{H} \cap \bar{L}$.
 - b Montrer que la probabilité de L est égale à 0,752.
 - c Déterminer $\mathcal{P}_L(H)$, probabilité que l'individu choisi soit un homme sachant qu'il joue au moins une fois par mois au Loto. Donner le résultat arrondi à 10^{-4} .
- 2 Cette population étant suffisamment nombreuse, on répète quatre fois, de manière indépendante, dans des conditions identiques (ou que l'on peut considérer comme telles), l'expérience de la première question "*Choisir au hasard un individu de cette population.*"
 - a Déterminer la probabilité qu'un et un seul des quatre individus choisis joue au moins une fois par mois au Loto, les autres jouant moins d'une fois par mois. Donner le résultat arrondi à 10^{-4} .
 - b Déterminer la probabilité qu'un, au moins, des quatre individus choisis joue au Loto au moins une fois par mois. Donner le résultat arrondi à 10^{-4} .

E.128    On donnera tous les résultats sous forme de fractions irréductibles.

On dispose d'un damier dont chacune des neuf cases est marquée d'un des trois nombres 1, 2, 3 selon le schéma ci-contre :

On répartit au hasard trois pions indiscernables sur le damier (un pion par case) et on appelle S la somme des trois nombres marqués sur les trois cases occupées par les pions. Les répartitions sont toutes équiprobables.

- 1 Écrire le triangle de Pascal jusqu'à la dixième ligne et en déduire $\binom{9}{3}$
- 2 On considère les événements E , F et G suivants :
 - E : "La somme S est égale à 3";
 - F : "La somme S est égale à 9";
 - G : "La somme S est égale à 6"
- a Déterminer les probabilités $\mathcal{P}(E)$ et $\mathcal{P}(F)$ des événements E et F .
- b Montrer que la probabilité de l'événement G est égale à $\frac{1}{3}$.
- 3 Soit A l'événement "La somme est divisible par 3" et B l'événement "Les trois pions sont alignés en colonne, en ligne ou en diagonale".
 - a Déterminer la probabilité $\mathcal{P}(A)$ et $\mathcal{P}(B)$ des événements A et B .
 - b Calculer la probabilité $\mathcal{P}_A(B)$ de l'événement B sachant que l'événement A est réalisé.
 - c Les événements A et B sont-ils indépendants

E.142    Pour engager du personnel, une entreprise organise des tests de sélection.

Parmi les candidats qui se présentent aux épreuves, il y a 60 % d'hommes.

Une étude statistique montre que l'entreprise engage 70 % des hommes candidats et 80 % des femmes candidates.

Rappel : La probabilité conditionnelle de A sachant B est :

$$\mathcal{P}_B(A) = \frac{\mathcal{P}(A \cap B)}{\mathcal{P}(B)}$$

Partie A

À l'issue des tests, on interroge une personne au hasard parmi tous les candidats. On note :

- H l'événement "la personne est un homme".
 - F l'événement "la personne est une femme".
 - E l'événement "la personne est engagée".
 - $\bar{E}$ l'événement complémentaire (ou contraire) de E .
- 1 a Quelle est la probabilité $\mathcal{P}(F)$ que la personne in-

terrogée soit une femme?

- b Quelle est la probabilité que la personne interrogée ne soit pas engagée, sachant que c'est une femme?
- 2 Construire un arbre de probabilité illustrant cette situation.
- 3 Calculer la probabilité $\mathcal{P}(\bar{E} \cap F)$ que la personne interrogée soit une femme et qu'elle ne soit pas engagée.
- 4 Montrer que : $\mathcal{P}(\bar{E}) = 0,26$

Partie B

Dans cette partie les résultats seront arrondis au millième près.

À l'issue des tests, on interroge 4 personnes au hasard. On considérera que ces 4 choix sont deux à deux indépendants.

- 1 Quelle est la probabilité qu'aucune des 4 personnes ne soit engagée?
- 2 Quelle est la probabilité qu'au moins une des 4 personnes ne soit pas engagée?
- 3 Quelle est la probabilité que 2 personnes exactement soient engagées?

E.3726    Amélie doit traverser la rue principale d'un village qui est jalonnée de deux feux tricolores.

Pour $n \in \{1; 2\}$, on note E_n l'événement "Amélie est arrêtée par le n^{e} feu rouge ou orange" et $\bar{E}_n$ l'événement contraire. Le feu orange est considéré comme un feu rouge.

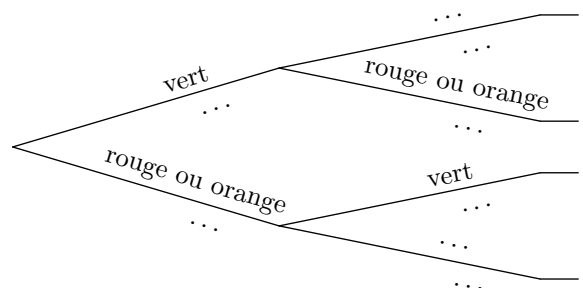
Soit p_n la probabilité de E_n et q_n celle de $\bar{E}_n$. La probabilité que le premier feu tricolore soit rouge ou orange vaut $\frac{1}{8}$

On suppose que les deux conditions suivantes sont réalisées :

- La probabilité que le second feu tricolore soit rouge ou orange, si le premier feu est rouge, vaut $\frac{1}{20}$.
- La probabilité que le second feu tricolore soit rouge ou orange, si le premier feu est vert, est égale à $\frac{9}{20}$.

On s'intéresse, tout d'abord, aux premiers feux tricolores.

- 1 Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



- 2 On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire égale au nombre de feux verts parmi ces deux feux tricolores. Déterminer la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.