

1. Nombres dérivés

E.2312   Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
 $f(x) = 4 \cdot x^2 - 4 \cdot x - 3$

- 1 Calculer le nombre dérivé de la fonction f en 2.
- 2 Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

2. Nombres dérivés à gauche et à droite

E.3483   On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

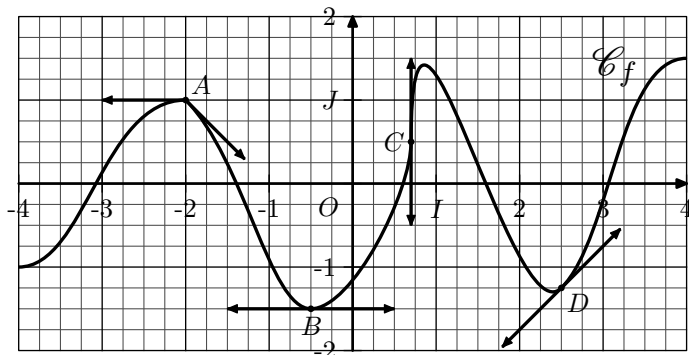
$$f(x) = \left(\frac{1}{2} \cdot x + 2\right) \cdot \sqrt{x^2 + 2x + 1} + 1$$

- 1 Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2
 - a Établir l'égalité suivante pour tout nombre réel h :

$$\frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = \frac{(h+3) \cdot \sqrt{h^2}}{2 \cdot h}$$
 - b En déduire la valeur des deux limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$$
- 3 Que pouvez-vous dire sur l'aspect de la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -1 ? (tracer la courbe à l'aide d'une calculatrice)

E.3484   Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative d'une fonction f . Voici sa représentation :



- 1 Justifier que la fonction f n'est pas dérivable pour l'abscisse du point C .
- 2
 - a Graphiquement, déterminer les deux limites suivantes :

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} \quad ; \quad \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}$$
 - b La fonction f est-elle dérivable en -2 ?
- 3 Déterminer, graphiquement, la valeur des nombres dérivés de la fonction f aux abscisses des points B et D .

E.3485   On note f la fonction racine carrée ; cette fonction est définie sur $\mathbb{R}_+$.

- 1 Considérons $x \in \mathbb{R}_+^*$ et $h \in \mathbb{R}$ tel que $[x-h; x+h] \subset \mathbb{R}_+$.
 - a Établir la limite suivante :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$$
 - b En déduire la valeur du nombre dérivée de la fonction f en $x \in \mathbb{R}_+^*$.

- 2
 - a Déterminer la valeur de la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{x}$$

- b Que peut-on dire de la dérivabilité de la fonction f en 0?

E.3508  

- 1 Justifier la non-dérivabilité en 0 des fonctions suivantes :

- a $f(x) = \sqrt{x}$
 - b $g(x) = |x|$

- c $h(x) = \sqrt{x^2 + x}$

- 2 Considérons la fonction j définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
 $j(x) = x \cdot |x|$

Justifier que la fonction j est dérivable en 0.

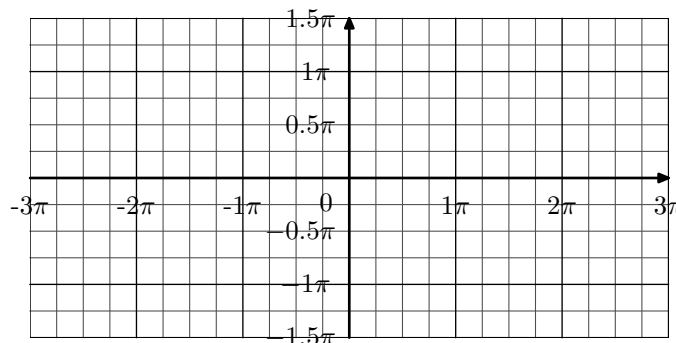
E.3533   On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \cos(2 \cdot x)$$

- 1
 - a Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
 - b Justifier que (T) est également la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse π .
 - c Étudier la position relative de $\mathcal{C}_f$ et de (T) .
- 2 On considère la droite (d) d'équation :
 $y = -\frac{1}{2} \cdot x$.
 - a Justifier que la droite (d) est tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ en plusieurs points.
 - b Étudier la position relative de (d) et $\mathcal{C}_f$.
- 3
 - a Compléter le tableau de valeur suivant :

x	π	2π	3π	4π
$f(x)$				

- b Effectuer le tracé de la courbe $\mathcal{C}_f$ sur $\mathbb{R}_+$



- 4
 - a Étudier la parité de la fonction f .
 - b Effectuer le tracé de la courbe $\mathcal{C}_f$ sur $\mathbb{R}_-$

3. Développement limité

E.3504  

- 1 Soit f une fonction définie en 0 telle que :
 $f(x) = a \cdot x + b + x \cdot \varepsilon(x)$ où $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$.

Montrer que la fonction f est dérivable en 0.

- 2 Soit g une fonction définie en 0 dont l'image de x est définie par :

$$g(x) = 3 - 2x + x^2$$

- a Justifier, sans effectuer aucun calcul, que la fonction g est dérivable en 0.

- b Donner la valeur du nombre dérivée de la fonction f en 0.

- 3 Soit h une fonction définie en 0 dont l'image de x est définie par :

$$h(x) = \frac{-3x^3 + 3x^2 + x - 2}{x + 1}$$

- a Établir l'égalité suivante : $h(x) = 3x - 2 - \frac{3 \cdot x^3}{x+1}$

- b En déduire l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_h$ au point d'abscisse 0.

4. Polynômes du second degré: fonctions dérivées

E.7648  

Définition : soit f une fonction du second degré définie par l'expression :

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

où a , b et c sont trois nombres réels avec $a \neq 0$.

On appelle la **fonction dérivée de la fonction f** , la fonction f' définie par :

$$f'(x) = 2a \cdot x + b$$

Recopier et compléter le tableau ci-dessous afin d'obtenir l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$	a	b	c	$f'(x) = 2a \cdot x + b$
$-2 \cdot x^2 - x + 1$				
$0,25 \cdot x^2 + x - 1$				
$x^2 - x$				
$-4 \cdot x^2 - 2$				

E.4667   Donner les dérivées des fonctions polynomiales suivantes :

1 $f : x \mapsto -3x + 2$ 2 $g : x \mapsto 4x^2 - 4$

3 $h : x \mapsto 2x^2 + 3x$ 4 $j : x \mapsto 5x - 2x^2$

5 $k : x \mapsto -2x^2 + 2x$ 6 $\ell : x \mapsto (3x + 11)(4 - x)$

E.4668   Donner les dérivées des fonctions polynomiales suivantes :

1 $f : x \mapsto 3x + 2$ 2 $g : x \mapsto x^2 + 4$

3 $h : x \mapsto x^2 + x$ 4 $j : x \mapsto x + 2x^2$

5 $k : x \mapsto 3x^2 - 2x$ 6 $\ell : x \mapsto (x + 1)(2x - 4)$

5. Polynômes second degré: tangentes

E.7650  

Proposition : soit f une fonction f dérivable en a et notons $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

La tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse a a pour équation réduite :

$$y = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$$

On considère la fonction f définie pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[0; 7]$ par :

$$f(x) = -0,5 \cdot x^2 + 3,5 \cdot x - 3$$

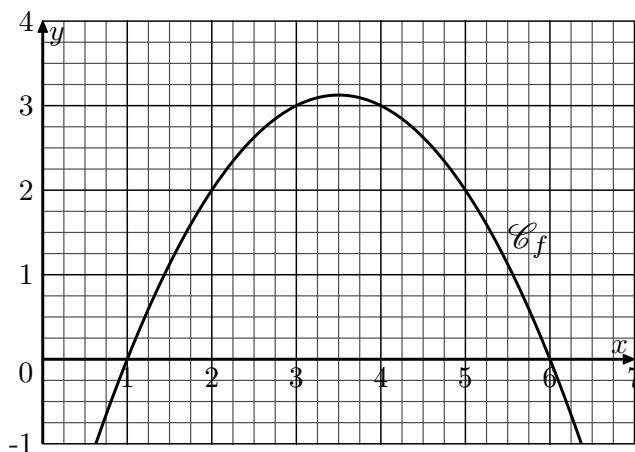
On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère et A le point d'abscisse 2 appartenant à $\mathcal{C}_f$.

- 1 Donner les coordonnées du point A .

- 2 Déterminer la valeur du nombre dérivée de la fonction f en $x = 2$.

- 3 Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A .

- 4 Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous :

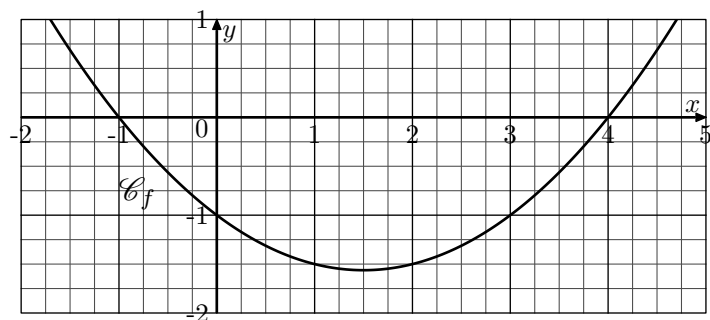


E.7651 On considère la fonction f définie pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-2; 5]$ par :

$$f(x) = 0,25 \cdot x^2 - 0,75 \cdot x - 1$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère et A le point d'abscisse 2 appartenant à $\mathcal{C}_f$.

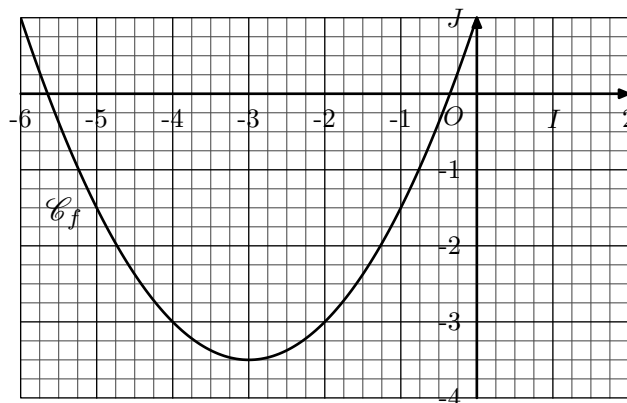
- 1 Donner les coordonnées du point A .
- 2 Déterminer la valeur du nombre dérivée de la fonction f en $x=2$.
- 3 Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A .
- 4 Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous :



E.4839 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1$$

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f :



On note (d) la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -2 .

- 1
 - a Déterminer l'image du nombre -2 par la fonction f .
 - b Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f .
 - c Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en -2 .
- 2 Déterminer l'équation réduite de la droite (d) .
- 3 Tracer la tangente (d) dans le repère $(O; I; J)$.

E.7477 On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = 2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 4$$

On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$ et on note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan.

- 1 Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.
- 2 Vérifier le résultat précédent à l'aide de la calculatrice.

E.2809 On considère la fonction f polynomiale de degré 2 qui vérifie les deux conditions ci-dessous :

- L'ensemble des zéros de la fonction f est : $\left\{-1; \frac{1}{2}\right\}$
- $f'(1) = 5$

Déterminer l'expression développée et réduite de la fonction f .

E.2840 Déterminer la fonction f polynomiale du second degré vérifiant les conditions suivantes :

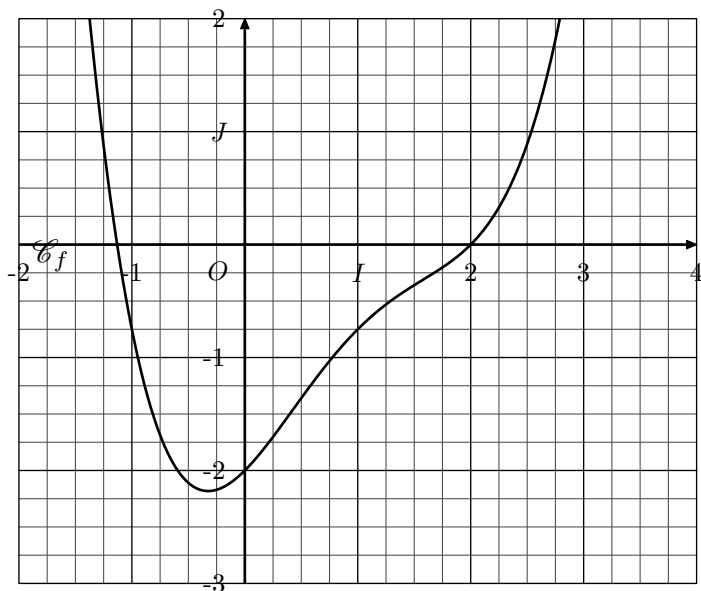
- L'image de 2 est -2 . ► $(-1; 1) \in \mathcal{C}_f$
- La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1 a pour coefficient directeur 2.

6. Polynômes: tangentes

E.2845 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f : x \mapsto \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 + x - 2$$

Voici la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O; I; J)$:



Nous allons montrer qu'il existe une droite (d) de coefficient directeur 1 qui est la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ en deux points distincts.

- ① Résoudre l'équation : $f'(x) = 1$
- ② Déterminer l'équation réduite de la droite (d) .

E.4729 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est donnée par :

$$f(x) = -x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 5x - 3$$

Dans un repère $(O; I; J)$, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative

de la fonction f et (d) la droite d'équation :

$$y = -x + 1$$

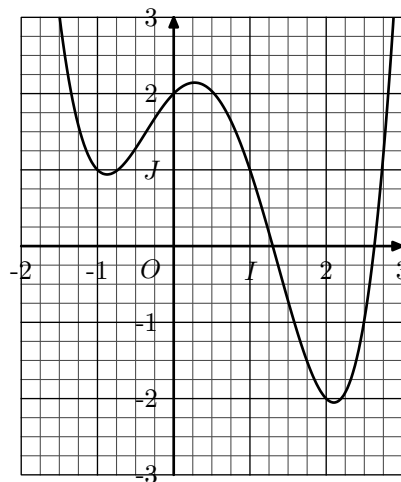
Démontrer que la droite (d) est tangente à la courbe $\mathcal{C}$ dont on précisera en deux points dont on précisera les coordonnées (on pourra conjecturer l'abscisse de ces points à l'aide de la calculatrice).

E.4732

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - \frac{3}{2}x^2 + x + 2$$

On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé dans lequel est représentée la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f :



- ① a) Tracer la droite (d) d'équation :

$$y = -x.$$

- b) Effectuer une conjecture sur les coordonnées en lesquels la droite (d) est une tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$.

- ② Établir vos conjectures de la question ① b).

7. Polynômes : problèmes autour des variations

E.89



Partie A

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{10}x^3 - 6x^2 + 120x \quad ; \quad g(x) = 40x.$$

- ① a) Calculer le nombre dérivé $f'(x)$ et vérifier que :

$$f'(x) = \frac{3}{10}(x - 20)^2.$$
 - b) Étudier le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
 - c) Calculer $f(10)$, $f(20)$ et $f(40)$.
- ② La courbe $(\mathcal{C}_f)$ représentative de la fonction f est tracée sur la feuille annexe que l'on remettra avec la copie.
 - a) Déterminer une équation de la tangente T_A à courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point A d'abscisse 10.
 - b) Tracer sur la feuille annexe la courbe $(\mathcal{C}_g)$ représentative de la fonction g .
 - c) Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la courbe $(\mathcal{C}_g)$ et la droite T_A se coupent au point d'abscisse 40. En déduire le tracé de la tangente T_A que l'on réalisera sur la feuille annexe.

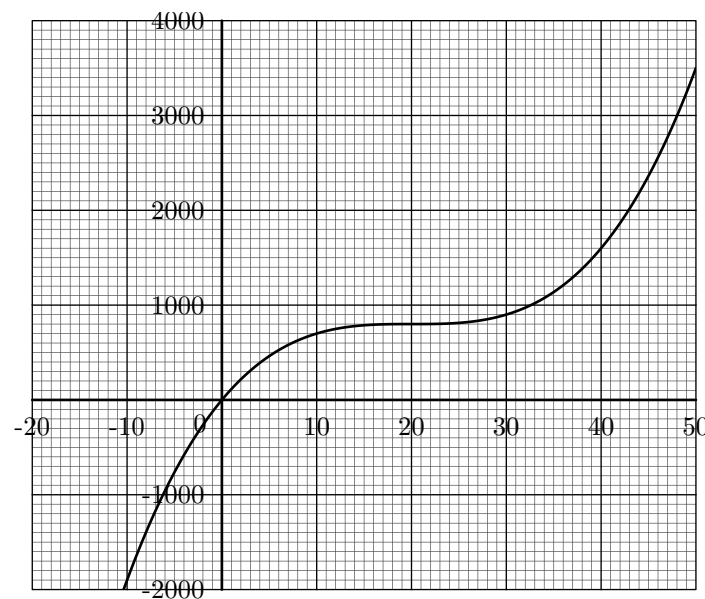
Partie B

Le coût exprimé en euros d'une production est fonction du nombre d'unités x fabriquées est égal à $f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la partie A.

- ① Montrer que pour x unités produites et vendues 40 euros

l'unité, le bénéfice en euros s'exprime par $g(x) - f(x)$.

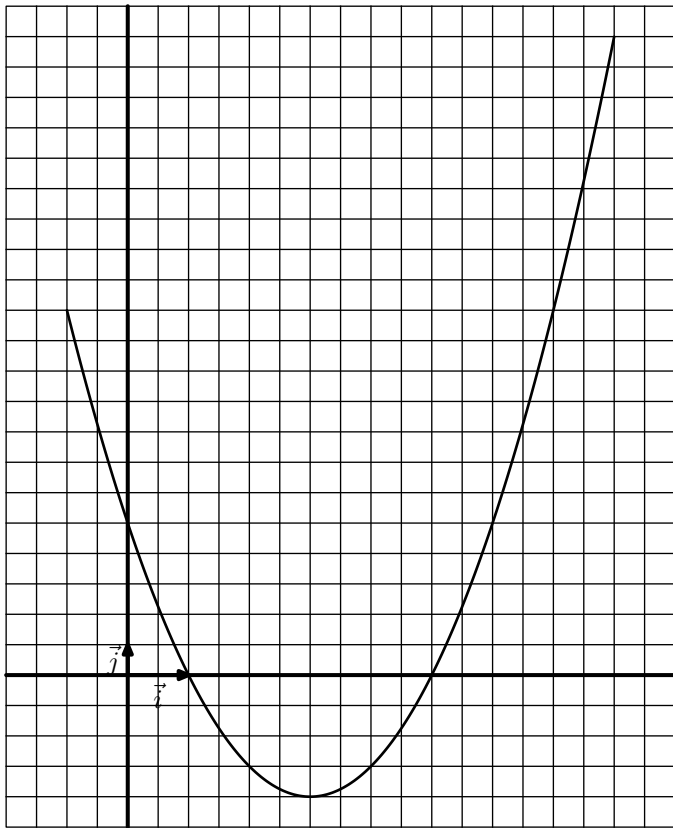
- ② a) Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sur l'intervalle $[0; 45]$. On fera les traits de constructions utiles et on vérifiera que les valeurs entières lues sont solutions.
- b) Déterminer l'intervalle auquel doit appartenir le nombre d'unités fabriquées x pour que l'entreprise soit bénéficiaire.





Partie A

Soit g la fonction définie sur $[-1; 8]$ par $g(x) = x^2 - 6x + 5$ et représentée ci-dessous



- 1 a Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 0$.
 b En déduire le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[-1; 8]$.
 c Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = -3$
- 2 a La fonction g admet-elle un minimum sur $[-1; 8]$?
 b Vérifier que: $g(x) = (x-1)(x-5)$ pour x appartenant à $[-1; 8]$.
 c Retrouver le signe de $g(x)$ à l'aide d'un tableau

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[-1; 8]$ par :

$$f(x) = 0,2 \cdot x^3 - 1,8 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4.$$

On appelle $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité de longueur 1 cm).

- 1 Calculer la dérivée de f , notée f' .
- 2 Vérifier que $f'(x) = 0,6 \cdot g(x)$ pour tout x de $[-1; 8]$ (g est la fonction étudiée dans la partie A).
 En déduire le signe de $f'(x)$ et le tableau des variations de la fonction f sur $[-1; 8]$.
- 3 Tracer $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$



Soit f la fonction définie par la relation :

$$f(x) = -x^3 + 2$$

- 1 Résoudre l'équation: $f(x) = 10$
- 2 Établir que la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$



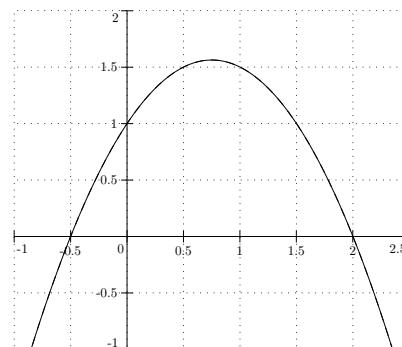
On considère un jeu de boules comme le jeu de pétanque par exemple. Un joueur lance une boule et on s'intéresse ici à la trajectoire de la boule.

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[0; 2]$ par :

$$g(x) = -x^2 + 1,5 \cdot x + 1$$

Où :

- x est le temps écoulé, en seconde, à partir de l'instant où la boule quitte la main du lanceur ;
 - $g(x)$ représente, en mètres, la distance (verticale) séparant le sol de la boule après x secondes écoulées
- 1 La fonction g est représentée par une partie de la courbe donnée en annexe.
 Repasser en couleur la courbe représentative $(\mathcal{C}_g)$ de la fonction g sur la feuille d'annexe.
 - 2 a Calculer $g(0)$. Décrire par une phrase ce que représente le point d'abscisse 0.
 b Calculer $g(1)$. Décrire par une phrase ce que représente le point d'abscisse 1.
 - 3 Calculer $g'(x)$, g' désignant la dérivée de la fonction g .
 - 4 a Rechercher le signe de $g'(x)$ selon les valeurs de x , $x \in [0; 2]$.
 b En déduire le tableau complet des variations de la fonction g .
 c En explicitant la méthode utilisée, indiquer à quel instant la boule atteint sa hauteur maximale.
 d En explicitant la méthode utilisée, indiquer à quel instant la boule touche le sol.



E.78    On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = 54 \cdot (x^3 - 2 \cdot x^2 + x) \text{ sur l'intervalle } [0; 1].$$

- 1
 - a Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0; 1]$.
 - b Vérifier que : $f'(x) = 54 \cdot (3 \cdot x - 1)(x - 1)$ pour tout x de l'intervalle $[0; 1]$.
 - c Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 1]$.
- 2 Donner le maximum de f sur l'intervalle $[0; 1]$. Pour quelle valeur de x est-il atteint?
- 3 Recopier et compléter le tableau suivant par les valeurs de $f(x)$ arrondies à 0,1 près.

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$f(x)$		6,9								

8. Fonctions dérivées : racine carrée

E.4687   Le tableau ci-dessous vous présente, pour chaque ligne, l'expression de l'image de x par une fonction et l'expression du nombre dérivé en x de cette fonction. Vérifier l'exactitude de l'expression du nombre dérivé en x :

Fonction	Image de x	Nombre dérivé en x
f	$x^3 - 5 \cdot x^2 + x - 3$	$3 \cdot x^2 - 10 \cdot x + 1$
g	$\frac{2 \cdot x - 1}{x^2 + x}$	$-\frac{2 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 1}{x^2 \cdot (x + 1)^2}$
h	$(x^2 - 3) \cdot \sqrt{x}$	$\frac{5 \cdot x^2 - 3}{2 \cdot \sqrt{x}}$
j	$\frac{3 \cdot x - 2}{2 - x}$	$\frac{4}{(x - 2)^2}$

- 4 Tracer la représentation graphique de la fonction f sur la feuille de papier millimétré jointe, en prenant pour unités graphiques 10 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée.

E.6619   On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad \text{où } a \in \mathbb{R}^* \text{ et } b, c \in \mathbb{R}.$$

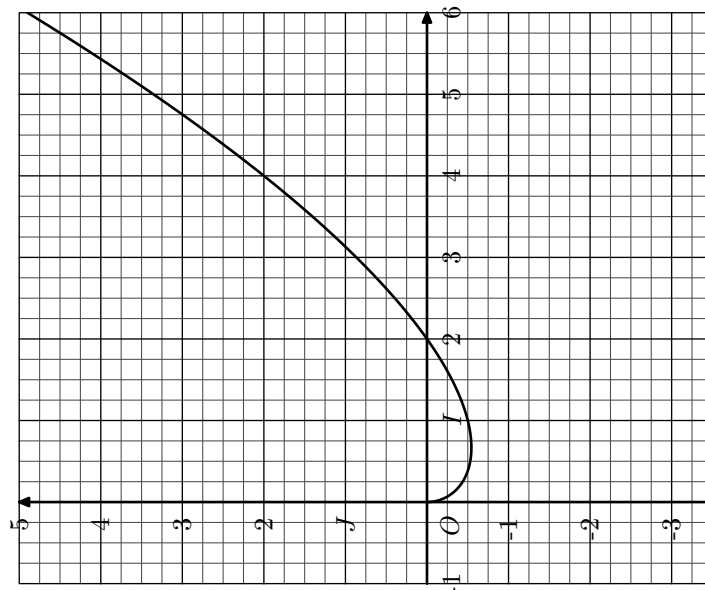
Dans un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et (Δ) la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

- 1 Déterminer le coefficient directeur de la droite reliant les points de la courbe A et B de la courbe $\mathcal{C}_f$ d'abscisses respectives 1 et 3.
- 2
 - a Déterminer le nombre dérivé de la fonction f pour $x = 2$.
 - b Quelle conclusion apporter?

E.4692   On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x - 1 \right)$$

Dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-dessous est donnée la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f :



- 1 On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Établir l'égalité suivante :

$$f'(x) = \frac{3 \cdot x - 2}{4 \cdot \sqrt{x}}$$
- 2
 - a Donner les coordonnées du point de $\mathcal{C}_f$ ayant 4 pour abscisse.
 - b Donner la valeur du nombre dérivé de la fonction f en 4.
 - c Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 4.
 - d Tracer la tangente (T) .

E.8391   On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$ et on considère la fonction g définie par : $g(x) = \sqrt{x} \cdot (x-1)$
On note $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative dans le plan.

- 1 Déterminer l'équation de la tangente (d) à la courbe $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse $\frac{1}{4}$.
- 2 Vérifier vos résultats à l'aide de la calculatrice

E.7652   On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$f(x) = \sqrt{x} - x$$

- 1 Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la

fonction f .

- 2
 - a Déterminer l'image et le nombre dérivé du nombre 2 par la fonction f .
 - b Déterminer l'expression de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}$ représentative de la fonction f au point d'abscisse 2.
- 3
 - a Tracer la courbe $\mathcal{C}$ et la tangente (T) à l'aide de votre calculatrice.
 - b Conjecturer la position relative de la courbe $\mathcal{C}$ et de la tangente (T) .

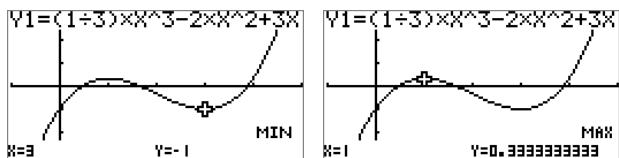
9. Calculatrice et dérivée

E.4642  

- 1 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x réel est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$$

Voici deux captures d'écran de la représentation graphique de cette fonction sur l'écran d'une calculatrice présentant le minimum et le maximum local de cette fonction :



Dresser, sans justification, le tableau de signes de la fonction dérivée f' de la fonction f .

- 2 À l'aide de la calculatrice et sans justification, dresser le tableau de signes associé aux dérivées des fonctions suivantes :

- a $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x + 2$

- b $h(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 2$

- c $j(x) = \frac{2}{3}x^3 + x^2 - 4x - 1$

- d $k(x) = -\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 1$

E.4643   À l'aide de la calculatrice et sans justification, pour chacune des fonctions ci-dessous, dresser le tableau de signes de la fonction dérivée associée :

- a $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

- b $g(x) = \frac{4}{x^2 + 2x + 3}$

- c $h(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 3}$

- d $j(x) = \frac{x - 5}{-x^2 + 4x + 4}$

E.4518   Répondre aux questions suivantes à l'aide de la calculatrice :

- 1 Soit f la fonction définie par :
 $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 2$

Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-1; 4]$.

- 2 On considère la fonction affine g définie par :
 $g(x) = -3 \cdot x + 2$

Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

10. Produits

E.4704   Déterminer l'expression de la fonction dérivée associée à chacune des fonctions ci-dessous :

- 1 $f : x \mapsto (x^2 - 3x) \cdot (x^5 + 3x^2 + 1)$

- 2 $g : x \mapsto (x^4 + 3x^2 + 1) \cdot (x^3 - x^2)$

E.7147   On considère les deux fonctions f et g définies ci-dessous par :

- 1 $f(x) = (x^2 - 3)(2 - x^3)$

- 2 $g(x) = (x^7 - 4x - 1)(x^3 + 2x)$

Déterminer les expressions de leur fonction dérivée.

E.8396  

- 1 $f : x \mapsto (2x^2 - 1)(4x - 1)$

- 2 $g : x \mapsto (5x^4 - x + 1)(3 - 2x^2)$

E.4690   On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$g(x) = \frac{1}{x} \cdot (x^2 + 1)$$

Établir l'égalité suivante : $g'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$

11. Quotient

E.4705   Déterminer l'expression de la fonction dérivée associée à chacune des fonctions ci-dessous :

① $f: x \mapsto \frac{x^2 - 3x}{x^3 - 4x + 1}$ ② $g: x \mapsto \frac{5}{x^2 - 1}$

E.5228   Déterminer l'expression de la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

① $f(x) = \frac{x+1}{3x+1}$ ② $g(x) = \frac{5x+1}{3-2x}$
 ③ $h(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{2x+1}$ ④ $j(x) = \frac{3-2x}{x^2 - 3x - 1}$

E.4728   Déterminer l'expression des dérivées des fonctions suivantes :

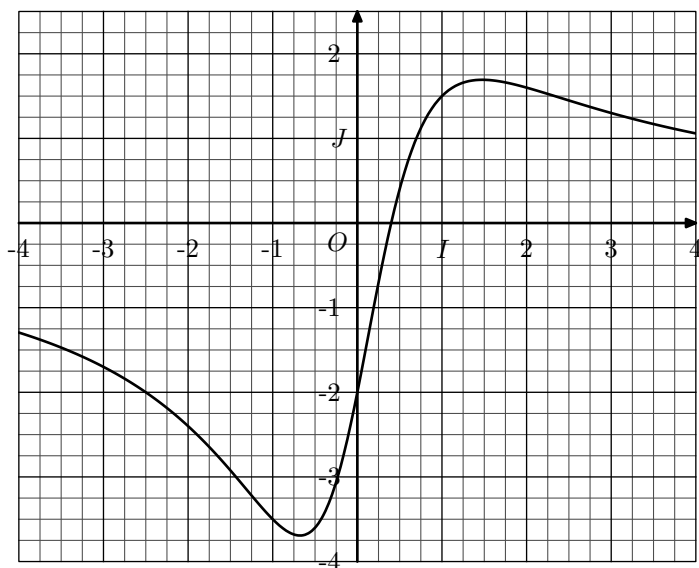
① $f(x) = \frac{x^2 - 4}{3x^2 - x + 4}$ ② $g(x) = \frac{x^2 - 3x}{2x - 4}$

12. Quotient et tangentes

E.4693   On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :

$$f(x) = \frac{5x - 2}{x^2 + 1}$$

Dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-dessous est donnée la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f :



① On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Établir l'égalité suivante :

$$f'(x) = \frac{-5x^2 + 4x + 5}{(x^2 + 1)^2}$$

② ① Donner les coordonnées du point de $\mathcal{C}_f$ ayant 1 pour abscisse.

② Donner la valeur du nombre dérivée de la fonction f en 1.

③ Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

④ Tracer la tangente (T) .

E.94   Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-dessous :

① $f: x \mapsto \frac{2-2x}{5x+1}$ ② $g: x \mapsto (3x-2)(2x^2+1)$

③ $h: x \mapsto \frac{1}{3x+1}$ ④ $j: x \mapsto (2x^2+3x) \cdot \sqrt{x}$

E.2349   On considère les deux fonctions f et g par :

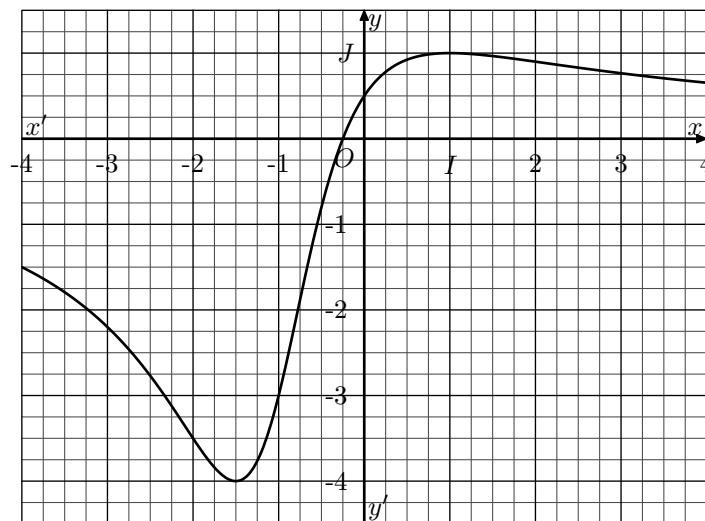
$$f(x) = (2x+1)(3x^2-x+1) \quad ; \quad g(x) = \frac{2x+5}{1-4x}$$

Déterminer l'expression de la fonction dérivée de chacune de ces deux fonctions.

E.6616   On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{4x+1}{x^2+2x+2}$$

On donne la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de la fonction f dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-dessous :



① Établir que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression :

$$f'(x) = \frac{2(1-x)(2x+3)}{(x^2+2x+2)^2}$$

② ① Déterminer l'équation réduite de la tangente (Δ) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -1.

② Tracer la droite (Δ) dans le repère ci-dessous.

③ Quelle particularité possède les tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$ aux points d'abscisse $-\frac{3}{2}$ et 1? Justifier votre réponse.

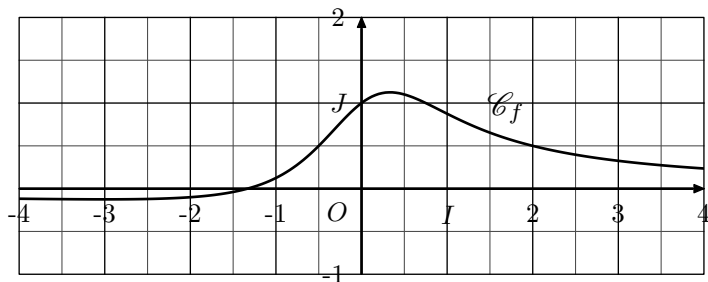
E.6043



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un réel x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{3x+4}{4x^2+4}$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O; I; J)$:



- 1 Démontrer que la fonction f admet pour dérivée la fonction f' dont l'expression est définie par :

$$f'(x) = \frac{-4 \cdot (3x^2 + 8x - 3)}{(4x^2 + 4)^2}$$

- 2 a Déterminer l'équation réduite de la tangente (d) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$.

- b Tracer, dans le repère ci-dessus, la tangente (d) .

- 3 Justifier que toutes les tangentes à la courbe $\mathcal{C}$, dont l'abscisse des points de contact appartient à l'intervalle $]-3; \frac{1}{3}[$, sont associées à des fonctions affines croiss-

santes.

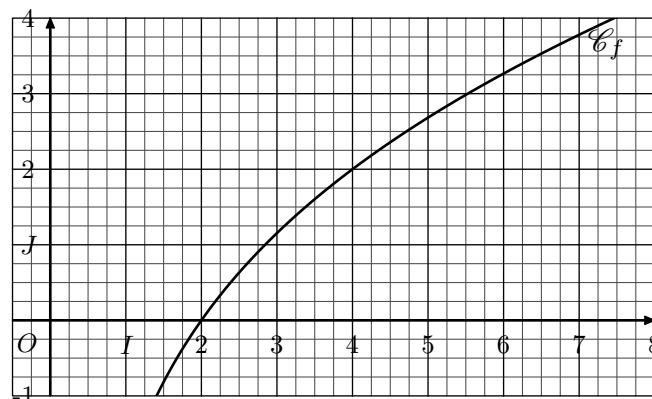
E.5229



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par :

$$f(x) = \frac{2x-4}{\sqrt{x}}$$

On donne la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous :



- 1 Montrer que la fonction f admet pour dérivée la fonction f' dont l'expression est :

$$f'(x) = \frac{x+2}{x \cdot \sqrt{x}}$$

- 2 a Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 4.

- b Tracer la tangente (T) .

13. Quotient et variations

E.4849



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{7x-7}{x^2+3}$$

- Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f .
- Dresser le tableau de signes de la fonction f' .
- Dresser le tableau de variations de la fonction f (on indiquera les valeurs exactes des extrémums locaux).

E.4882



On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x + 1}$$

- Montrer que la fonction g' dérivée de la fonction g a pour expression : $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 6}{(x+1)^2}$
- Dresser le tableau de variations de la fonction g .

E.4847



On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{3x+3}{x^2+3}$$

- Dresser le tableau de signes de la fonction f .
- Montrer que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression :

$$f'(x) = \frac{-3x^2 - 6x + 9}{(x^2 + 3)^2}$$

- a Dresser le tableau de signes de la fonction f' .
- b Dresser le tableau de variations de la fonction f . (on indiquera les valeurs exactes des extrémums locaux)

E.4848



On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est donnée par la relation :

$$f(x) = \frac{2-x}{x^2+5}$$

- Montrer que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression :

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x^2 + 5)^2}$$

- Dresser le tableau de signes de la fonction f'
- Dresser le tableau de variations de la fonction f (on notera la valeur exacte des extrémums locaux).

E.4846



On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1}$$

- 1 Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2 On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Établir l'égalité suivante :

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$
- 3 a Établir le tableau de signes de la fonction f' sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
 b Dresser le tableau de variations de la fonction f . On indiquera la valeur exacte des deux extremums locaux de cette fonction.
- 4 Dédire de l'ensemble des questions précédentes le tableau de signes de la fonction f .

E.4845



On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{2x + 2}$$

- 1 Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2 a Factoriser le polynôme : $2x^2 - x - 1$.
 b Dédire de l'ensemble des questions précédentes le tableau de signes de la fonction f .
- 3 On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Établir l'égalité suivante :

$$f'(x) = \frac{4x^2 + 8x}{(2x + 2)^2}$$
- 4 a Établir le tableau de signes de la fonction f' sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
 b Dresser le tableau de variations de la fonction f . On indiquera la valeur exacte des deux extremums locaux de cette fonction.

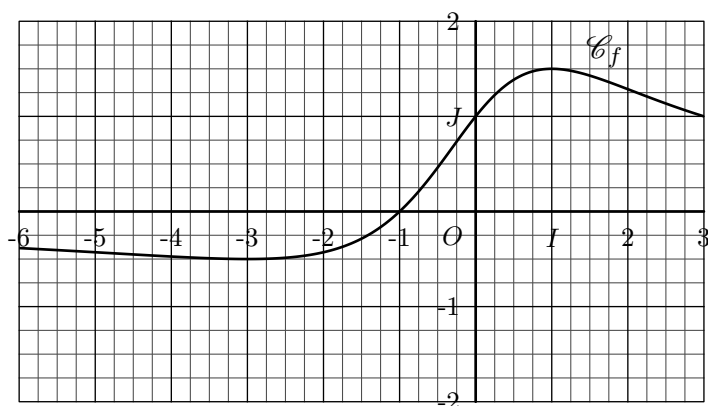
E.4841



On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \frac{3x + 3}{x^2 + 3}$$

Dans un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on donne la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f :



- 1 Justifier que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$.
- 2 À l'aide de sa représentation graphique, dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-6; 3]$ (par lecture graphique, on utilisera des valeurs approchées).
- 3 a Établir l'expression suivante de la fonction f' dérivée de la fonction f :

$$f'(x) = \frac{-3x^2 - 6x + 9}{(x^2 + 3)^2}$$

 b Étudier le tableau de signes de la fonction f' sur $\mathbb{R}$.
 4 Quelle conjecture peut-on faire entre le signe de la fonction dérivée f' et du sens de variation de la fonction f ?

E.4891



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

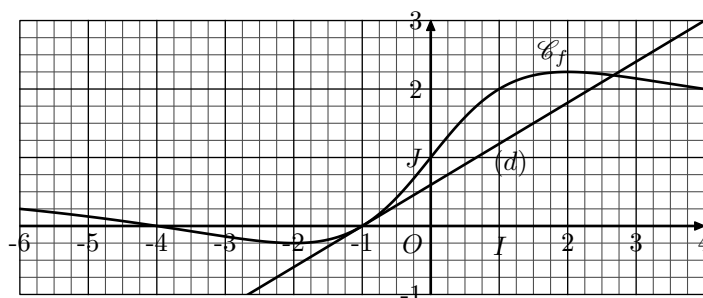
$$f(x) = \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 4}$$

- 1 a Donner la forme factorisée du polynôme $x^2 + 5x + 4$.
 b Dresser le tableau de signes de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
 c Résoudre l'inéquation : $\frac{5x}{x^2 + 4} \geq -1$
- 2 On note f' la fonction dérivée de la fonction f :

 a Établir que la fonction f' admet pour expression :

$$f'(x) = \frac{20 - 5x^2}{(x^2 + 4)^2}$$

 b Dresser le tableau de variations de la fonction f . (on indiquera les valeurs des extremums locaux).
- 3 Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f :



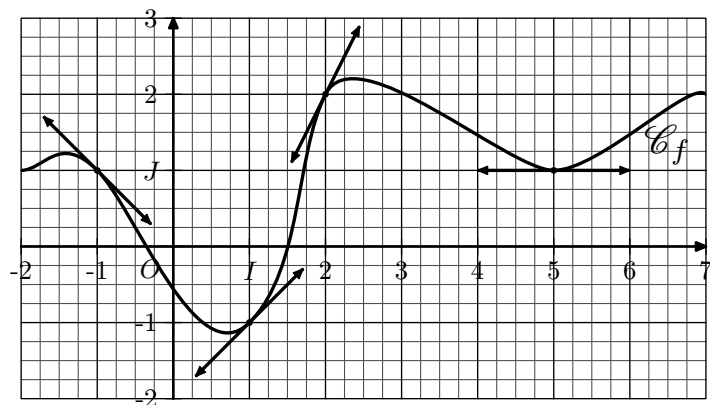
- a La droite (d) a pour équation $y = \frac{3}{5}x + \frac{3}{5}$. Justifier que la droite (d) est la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -1 .
- b Déterminer l'équation de la tangente (Δ) de la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 .
- c Tracer sur le graphique la droite (Δ) .

14. Révisions sur les dérivés

E.3429



On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2; 7]$ dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-dessous :



Les tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$, aux points d'abscisses -1 , 1 , 2 , 5 ont été tracées sur la représentation ci-dessous.

- 1 Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en -1 et en 1 .
- 2 Déterminer les équations des tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$ aux points d'abscisses 2 et 5 .

E.3314



Déterminer l'expression des fonctions dérivées associées aux fonctions ci-dessous :

a $f(x) = -5x^3 + 2x - 2$ b $g(x) = \sqrt{x} \cdot (5x + 1)$

c $h(x) = \frac{3x - 1}{2 - x}$ d $j(x) = \frac{\sqrt{x}}{5 - 2x}$

E.3507



Déterminer l'expression de la fonction dérivée à chacune des fonctions suivantes :

a $f(x) = (5 \cdot x + 2) \cdot (3 - x)$ b $g(x) = \frac{3x + 2}{2 - x}$

c $h(x) = (-2x^2 + 3x + 2) \cdot \sqrt{x}$ d $j(x) = \frac{2 \cdot x - 2}{\sqrt{x}}$

E.3912



Il est possible que certains des résultats, à démontrer, ne soient pas lisibles sur l'écran de votre calculatrice graphique.

On considère la fonction f définie sur $]0; 1[\cup]1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{10 \cdot (x - 8)}{x \cdot (x - 1)}$$

et on désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative relative à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1
 - a Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
 - b Déterminer les limites de f quand x tend vers 1 par valeurs inférieures et quand x tend vers 1 par valeurs supérieures.
 - c En déduire les asymptotes à la courbe $(\mathcal{C})$.
- 2
 - a Déterminer la dérivée f' de la fonction f .
 - b Montrer que $f'(x)$ s'annule pour $\alpha = 8 + 2\sqrt{14}$ et pour $\beta = 8 - 2\sqrt{14}$.
 - c Dresser le tableau de variations de f (à l'aide de la calculatrice, on donnera les extrémums locaux arrondies au dixième près).

E.6803

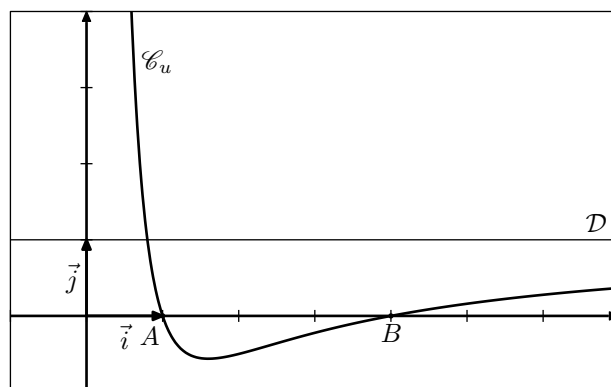


Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on désigne par $\mathcal{C}_u$ la courbe représentative de la fonction u définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$u(x) = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}$$

où a , b et c sont des réels fixés.

On a tracé sur le graphique ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_u$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 1$:



On précise que la courbe $\mathcal{C}_u$ passe par les points $A(1; 0)$ et $B(4; 0)$ et que l'axe des ordonnées et la droite $\mathcal{D}$ sont asymptotes à la courbe $\mathcal{C}_u$.

- 1
 - a Donner les valeurs de $u(1)$ et $u(4)$.
 - b Donner $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x)$. En déduire la valeur de a .
 - c En déduire que, pour tout réel x strictement positif :

$$u(x) = \frac{x^2 - 5 \cdot x + 4}{x^2}$$
- 2 On suppose l'existence d'une fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ vérifiant admettant pour dérivée la fonction u : $f' = u$

Dresser le tableau de variations de la fonction f .
(aucune valeur ne sera indiquée dans le tableau)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples ; pour chacune des cinq questions, une et une seule affirmation est exacte.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier l'affirmation exacte sans justifier votre choix.

Barème : À chaque question est attribuée 1 point.

Une réponse inexacte enlève 0,5 point.

Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.

Soit f la fonction définie sur $]4; +\infty[$ par :

$$f(x) = -2x + 1 - \frac{8}{x-4}$$

et Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1 Une autre expression de $f(x)$ est :

a $f(x) = -2x + 1 - \frac{2}{x-1}$

b $f(x) = \frac{2x^2 - 9x + 12}{4-x}$

c $f(x) = \frac{2x^2 + 9x - 2}{x-4}$

2 Soit f' la fonction dérivée de f sur $]4; +\infty[$. Une expression de $f'(x)$ est :

a $f'(x) = -2 - \frac{8}{(x-4)^2}$

b $f'(x) = \frac{(2-x)(x-6)}{(x-4)^2}$

c $f'(x) = \frac{-2x^2 + 16x - 24}{(x-4)^2}$

3 La courbe Γ admet pour asymptote :

a la droite d'équation $y=4$

b la droite d'équation $x=4$

c la droite d'équation $y=4x$

E.3313    Soit f une fonction dont le tableau de variations, incomplet est le suivant ; on désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f .

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
Variation de f	$-\infty$	$\nearrow$	-6	$\searrow$	$+\infty$
			$+\infty$	$\searrow$	2
				$\nearrow$	$\dots$

15. Dérivabilité en un point

E.3541   On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ de la manière suivante :

On admet que f est définie sur $] -\infty ; -1[\cup] -1 ; +\infty [$ par :

$$f(x) = a \cdot x + b + \frac{c}{x+1}$$

où a , b et c sont des réels.

1 Calculer $f'(x)$ en fonction de a , b et c .

2 En vous aidant des informations contenues dans le tableau de variations ci-dessus, montrer que l'on a :

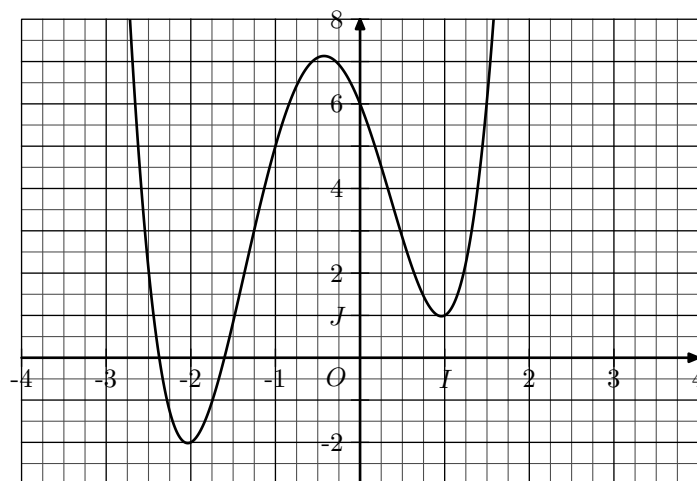
$$a=1 \quad ; \quad b=-1 \quad ; \quad c=4$$

3 Déterminer les limites manquantes dans le tableau de variations fourni.

E.3509   On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f : x \mapsto \frac{3}{2} \cdot x^4 + 3 \cdot x^3 - \frac{9}{2} \cdot x^2 - 5 \cdot x + 6$$

On donne, ci-dessous, la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O; I; J)$:



La courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de cette fonction admet une droite (d) de coefficient directeur 1 comme tangente en deux points.

Déterminer l'équation de cette droite et les coordonnées de ces deux points.

E.6136    On considère l'ensemble F des couples $(x; y)$ de réels tels que x et y sont les mesures des longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle dont le périmètre est égal à 1.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; \frac{1}{2}[$ par :

$$f(x) = \frac{1-2x}{2 \cdot (1-x)}$$

Vérifier que pour tout réel x de l'intervalle $]0; \frac{1}{2}[$, les couples $(x; f(x))$ appartiennent à F .

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + 3x + 3 & \text{pour tout } x \in]-\infty; -1] \\ f(x) = \frac{2}{x^2 + 1} & \text{pour tout } x \in]-1; +\infty[\end{cases}$$

1 a Effectuer le tracé de la fonction f à l'aide de votre

calculatrice.

- b Faire une conjecture sur la continuité et sur la dérivabilité de la fonction f .

2 Justifier que la fonction f est continue en -1 .

3 Justifier que la fonction f est dérivable en -1 .

E.5081   Les parties **A** et **B** sont indépendantes entre elles. La partie **C** fait intervenir les parties précédentes.

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

Partie A

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \sqrt{\frac{4x+4}{3-x}}$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f .

- 1 Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2 Montrer que la tangente (d) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1 admet pour équation réduite :
 $(d) : y = x + 1$
- 3 Dresser le tableau de variations de la fonction f sur son ensemble de définition.
- 4 Étudier la position de la courbe $\mathcal{C}_f$ relativement à la droite (d) .

On utilisera la factorisation :

$$x^3 - x^2 - x + 1 = (x-1)^2(x+1)$$

Partie B

On considère la fonction g définie par la relation :

$$g(x) = \frac{(3x - x^2)^3}{4x}$$

On note $\mathcal{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g .

- 1 La fonction g est-elle continue sur $\mathbb{R}$?
- 2 Montrer que la fonction g admet pour dérivée la fonction g' définie par l'expression :
$$g'(x) = \frac{x \cdot (6 - 5x) \cdot (3 - x)^2}{4}$$
- 3 Combien de tangentes horizontales admet la courbe $\mathcal{C}_g$?
- 4 Dresser le tableau de variations de la fonction g . (on n'indiquera pas les valeurs dans le tableau de variation)

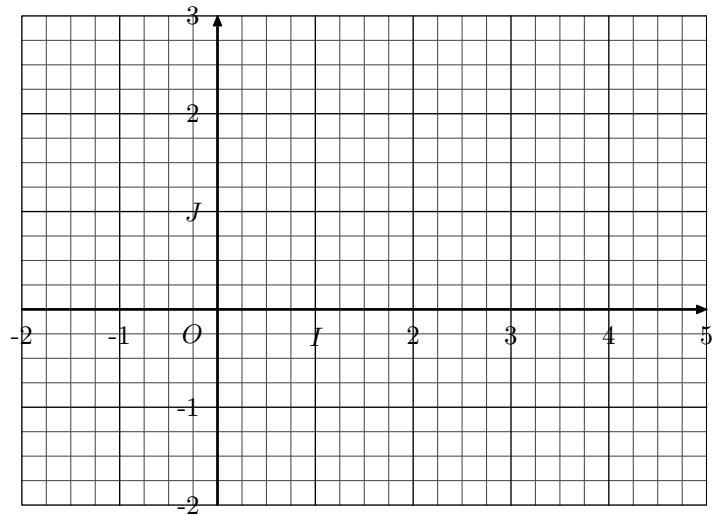
Partie C

On considère la fonction h définie par la relation :

$$\begin{cases} h(x) = f(x) & \text{pour } x \in [-1; 1[\\ h(x) = g(x) & \text{pour } x \in [1; +\infty[\end{cases}$$

- 1 Répondre aux questions suivantes en justifiant votre réponse :
 - a La fonction h est-elle continue en 1?
 - b La fonction h est-elle dérivable en 1?

2 Dans le repère ci-dessous :



On souhaite tracer à main levée la courbe $\mathcal{C}_h$ représentative de la fonction h observée à l'aide de la calculatrice. Pour cela, on commence par :

- tracer la tangente (d) ;
- placer les tangentes horizontales de la courbe $\mathcal{C}_h$.

E.3600   **A - Étude d'une fonction :**

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = (x-1) \cdot \sqrt{x^2 - 1}$$

- 1 Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f .
- 2 a Étudier les deux limites suivantes :
$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} ; \quad \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$$

b Étudier la dérivabilité de la fonction f en -1 et en 1.
- 3 a Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f .
b Dresser le tableau de variations de la fonction f .

B - Prolongement par continuité :

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ de la manière suivante :

$$\begin{cases} g(x) = f(x) & \text{pour } x \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[\\ g(x) = -x^3 + x^2 + x - 1 & \text{pour } x \in [-1; 1] \end{cases}$$

- 1 Justifier que la fonction g est continue sur $\mathbb{R}$.
- 2 Déterminer l'ensemble de dérivabilité de la fonction g . Justifier vos affirmations.
- 3 Dresser le tableau de variations de la fonction g .
- 4 Justifier l'existence d'un unique nombre α appartenant à $\mathbb{R}$ vérifiant les deux conditions suivantes :
$$g(\alpha) = 2 \quad ; \quad 2 < \alpha < 2,1$$

16. Exercices non-classés

E.77    Un rectangle $ABCD$ a pour périmètre 10 cm .

Partie A

Dans cette partie, on pose $AB = x$ (en cm).

- 1 Dans quel intervalle fermé le réel x peut-il varier?
- 2 Exprimer l'aire $S(x)$ du rectangle $ABCD$ en fonction de x .

Partie B

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 + 5x$.

- 1 En faisant appel à sa fonction dérivée f' , dresser le tableau de variations de f .
- 2 En déduire la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle $ABCD$ est maximale.
- 3
 - a Dans le plan muni d'un repère orthonormé (*unité : 2 cm sur chaque axe*), tracer la courbe $\mathcal{C}$ représentative de f sur l'intervalle $[0; 5]$.
 - b Sur la même figure qu'au 3 a, tracer la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ en son point d'abscisse 1.

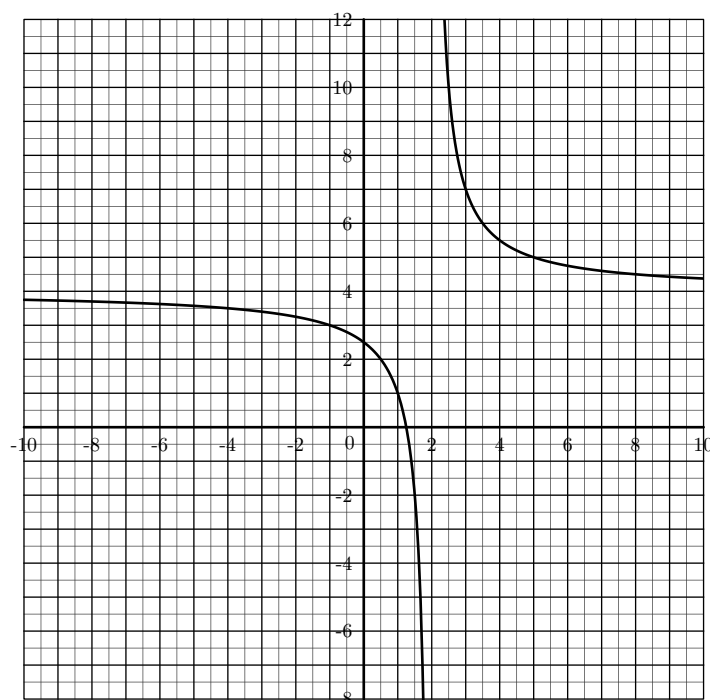
E.84    On veut résoudre, dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$, l'équation : $x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0$.

A - Méthode graphique

- 1
 - a Vérifier que le nombre 2 n'est pas solution de l'équation.
 - b Montrer que, pour $x \neq 2$, l'équation $x^2 = \frac{4x-5}{x-2}$ est équivalent à l'équation $x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0$
- 2 Soit f la fonction définie pour tout réel x différent de 2 par $f(x) = \frac{4x-5}{x-2}$. Sa courbe représentative H dans un repère orthonormé est donnée en annexe à rendre avec la copie.
 - a Par lecture graphique, indiquer le sens de variation de f sur chacun des intervalles $]-\infty; 2[$ et $]2; +\infty[$.
 - b Déterminer la dérivée f' de f puis justifier le résultat lu dans la question précédente.
- 3 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2$. Tracer sa courbe représentative P dans le repère utilisé pour H .
- 4 Par lecture graphique, déterminer le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0$.
Donner la valeur exacte ou une valeur arrondie à 10^{-1} près de chacune de ces solutions.

B - Méthode algébrique

- 1 Vérifier que, pour tout réel :
 $(x-1)(x^2 - x - 5) = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$.
- 2 Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = x^2 - x - 5$.
 - a Étudier le sens de variation de h .
 - b Montrer que $h\left(\frac{1}{2}\right)$ est la valeur minimum prise par h .
 - c On pose : $x = \frac{1}{2} + u$. Exprimer $h\left(\frac{1}{2} + u\right)$ en fonction de u ; factoriser l'expression obtenue.
 - d En déduire les valeurs du réel x pour lesquelles $h(x) = 0$.
- 3 Donner l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation :
 $x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0$.



E.4881   Dans un repère, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$$

On note (T) la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

- 1 Déterminer l'équation réduite de la droite (T) .
- 2 Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et de la droite (T) .

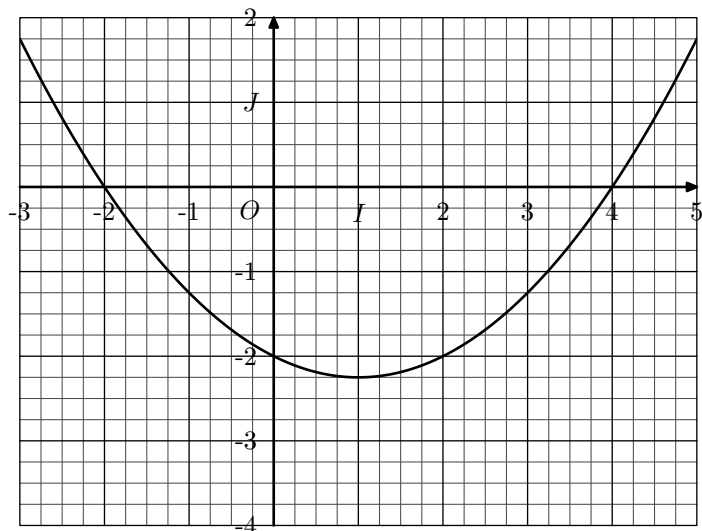
E.7089



On considère la fonction f définie par la relation est :

$$f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot x - 2$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f :



- 1
 - a Effectuer le tracé de la droite (d) dont l'équation est :

$$y = \frac{1}{2} \cdot x - 3$$
 - b Comment s'appelle la droite (d) relativement à la courbe $\mathcal{C}_f$?
- 2
 - a Effectuer le tracé de la droite (Δ) dont l'équation est :

$$y = -\frac{3}{2} \cdot x - 3$$
 - b Comment s'appelle la droite (Δ) relativement à la courbe $\mathcal{C}_f$?