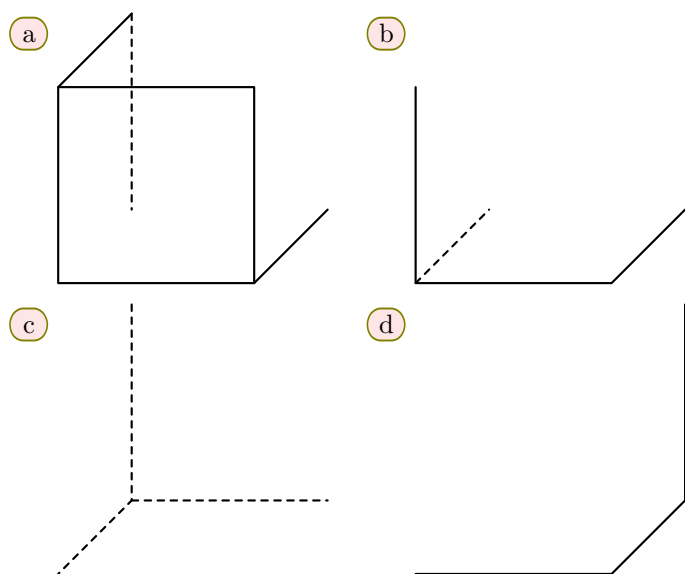


1. Perspectives cavalières

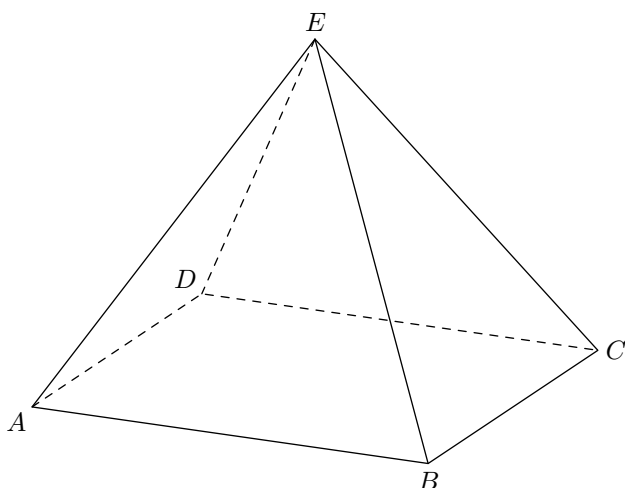
E.575  Voici les règles pour représenter un solide en perspective cavalière :

- Les figures vues de face restent inchangées.
- Des droites parallèles sont représentées par des droites parallèles.
- L'alignement des points est conservé.
- Le rapport de longueur est conservé : en particulier un milieu reste un milieu.
- Les parties cachées sont représentées en pointillés.

Voici des représentations incomplètes d'un cube en perspective cavalière. Tracer les lignes manquantes en respectant la perspective cavalière.

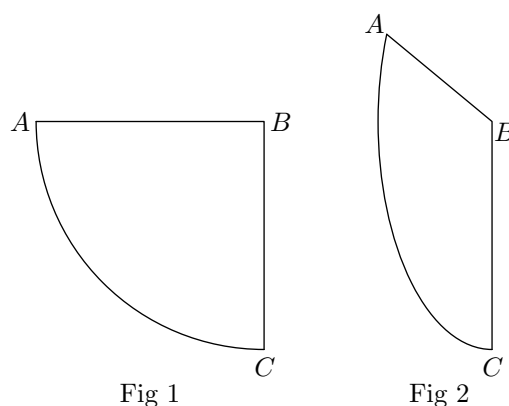


E.3116  On considère la pyramide à base rectangulaire $ABCDE$ représentée ci-dessous en perspective cavalière :



- Placer sur la figure le centre du rectangle $ABCD$.
 - Quelle propriété a été utilisée de la perspective cavalière pour placer le point O ?
- Placer le centre de gravité G du triangle EBC .
 - Quelles propriétés de la perspective cavalière ont été utilisées pour tracer ce centre de gravité?

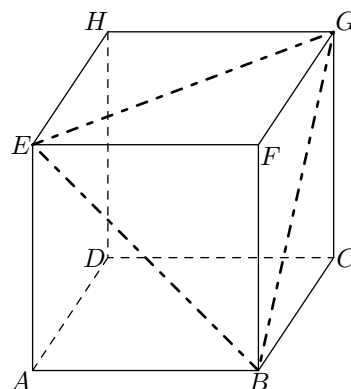
E.4947  On considère un quart de cercle $\widehat{AC}$ d'un cercle de centre B représenté dans le plan (Fig. 1) et dans l'espace (Fig. 2) :



On n'utilisera, dans cet exercice, que la règle non-graduée et le compas.

- Dans la figure 1 :
 - Placer les milieux des segments $[BA]$ et $[BC]$. Justifier votre construction.
 - Placer le milieu de l'arc $\widehat{AC}$. Justifier votre construction.
- Dans la figure 2 :
 - Placer les milieux des segments $[BA]$ et $[BC]$.
 - Peut-on placer le milieu de l'arc $\widehat{AC}$?

E.4941  On considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous.

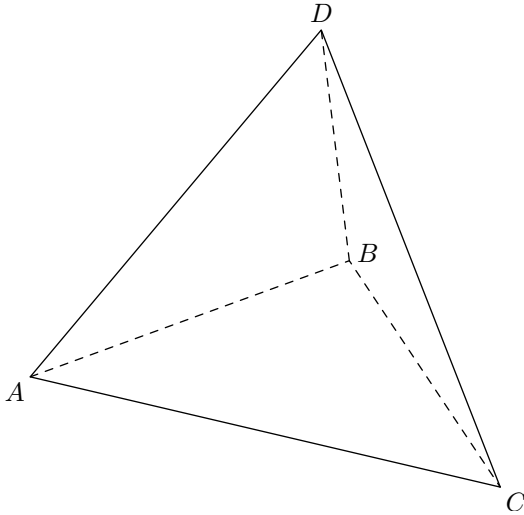


- Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{FGB}$.
- Donner la nature du triangle BEG . Justifier votre réponse.
 - Donner la mesure de l'angle $\widehat{EBG}$.

E.4943



Dans l'espace, on considère le tétraèdre régulier $ABCD$ de côté 5 cm : toutes ces faces sont des triangles équilatéraux et le pied de la hauteur issue d'un sommet est le centre de la face opposée de ce sommet.



1 Dans le triangle ABC :

- a Dessiner la hauteur issue du sommet C . On notera I le pied de cette hauteur. Justifier votre construction.
- b Placer le point G centre de gravité du triangle ABC . Justifier.

On admet que toutes les hauteurs d'un triangle équilatéral de côté a ont pour mesure $\frac{a\sqrt{3}}{2}$:

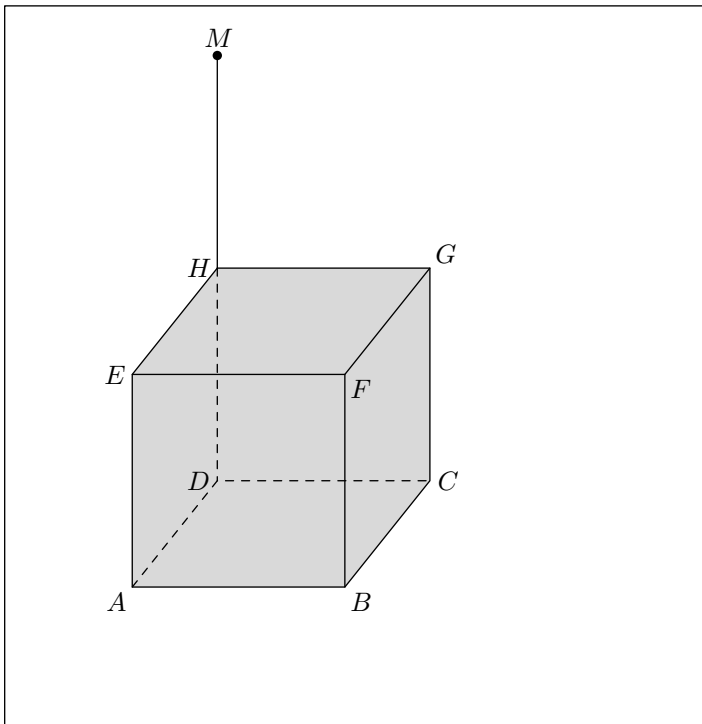
- 2 Donner la mesure du segment $[CI]$.
- 3 a Donner la mesure du segment $[CG]$. Justifier votre réponse.
- b Déterminer la mesure du segment $[DG]$.
- 4 Déterminer le volume du tétraèdre régulier $ABCD$.

2. Intersections d'objets dans l'espace

E.2770



Soit $ABCDEFGH$ un cube. On considère une source lumineuse M placée au-dessus du cube tel que : $\vec{DH} = \vec{HM}$

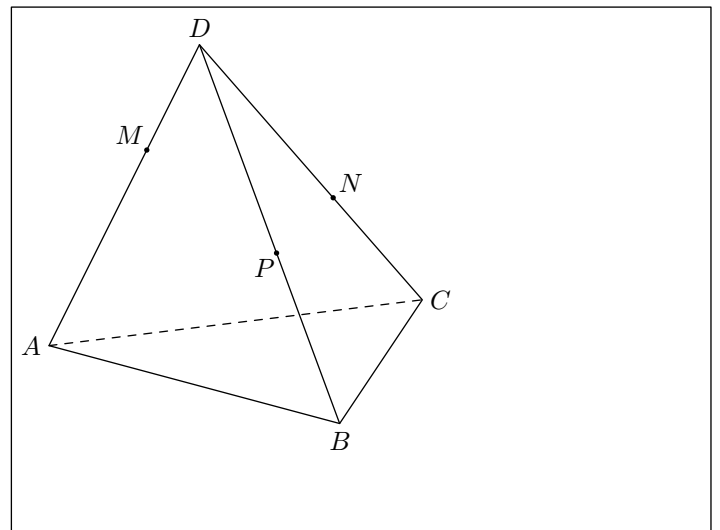


Dessiner l'ombre créée par cette source lumineuse autour du cube.

E.577



Dans l'espace, on considère le tétraèdre $ABCD$. On note M , N , P des points appartenant respectivement aux arêtes $[DA]$, $[DC]$, $[DB]$:



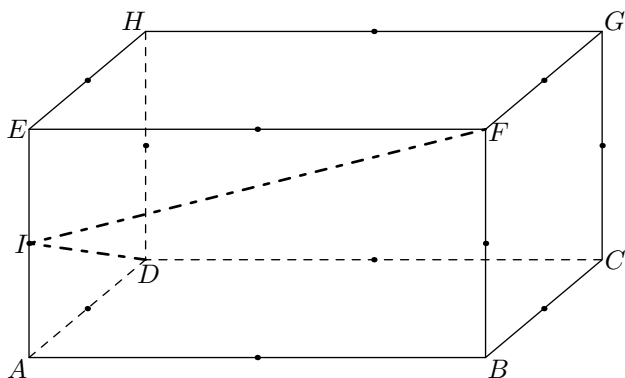
Tracer l'intersection du plan (ABC) et du plan (MNP) .

3. Utilisation des théorèmes

E.4945



On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous :



Le point I est le milieu du segment $[AE]$. Les milieux des différentes arêtes sont représentés sur la figure.

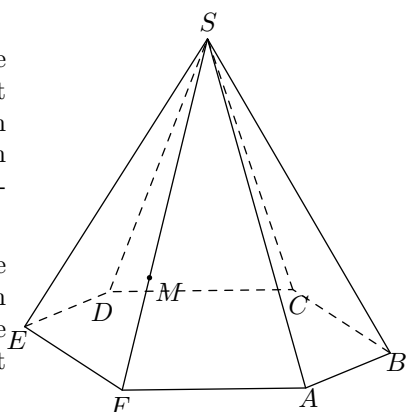
Représenter la section du plan (DIF) et du parallélépipède. Justifier votre construction.

E.4944



On considère la pyramide $ABCDEF S$ de sommet S dont la base est un hexagone régulier. On note M un point du segment $[SF]$.

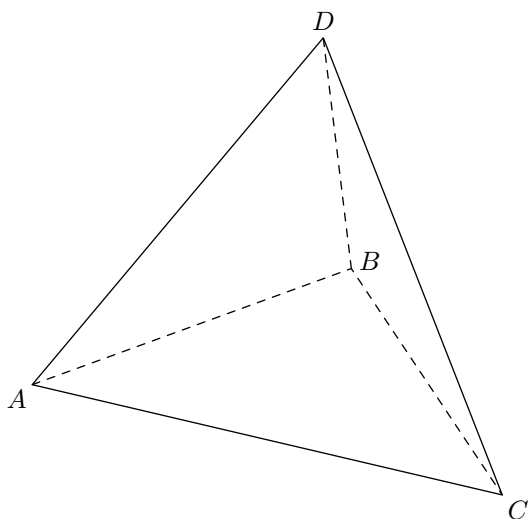
Tracer le plan section de la pyramide avec le plan $(\mathcal{P})$ parallèle à son plan de base passant par le point M .



E.582



Dans l'espace, on considère le tétraèdre régulier $ABCD$: toutes ces faces sont des triangles équilatéraux.

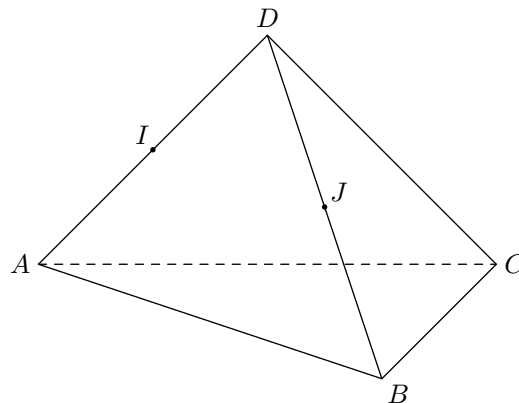


- 1 a Dessiner la hauteur du triangle ABC issue du sommet C .
- b Dessiner la hauteur du triangle ABD issue du sommet D .
- 2 Démontrer que les droites (AD) et (BC) sont orthogonales.

E.589



Dans l'espace, on considère le tétraèdre $ABCD$; I et J sont les milieux respectifs des arêtes $[AD]$ et $[BD]$. $[AD]$ (resp. $[BD]$).

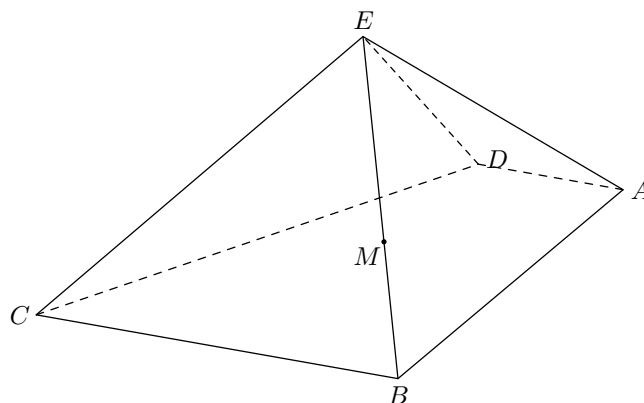


- 1 Montrer que la droite (IJ) est parallèle à la droite (AB) . Tracer le segment $[IJ]$.
- 2 En vous aidant d'un raisonnement similaire, tracer le point K milieu du segment $[CD]$.
- 3 Montrer que les deux plans (IJK) et (ABC) sont parallèles?

E.4946



On considère la pyramide $ABCDE$ de sommet E dont la base est un trapèze avec $(BC) \parallel (AD)$. Soit M un point du segment $[BE]$.



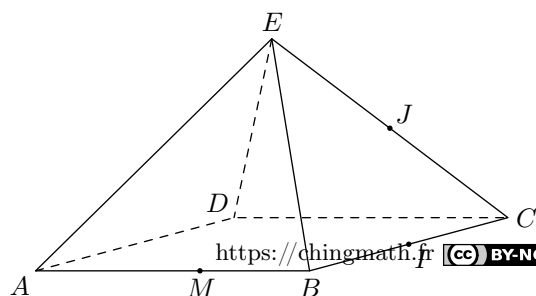
Tracer la section de la pyramide par le plan (ADM) . Justifier votre construction.

4. Problèmes

E.578



Dans l'espace, on considère la pyramide $ABCDE$ à base carrée; on note I et J les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[CE]$; M est un point de l'arête $[AB]$:

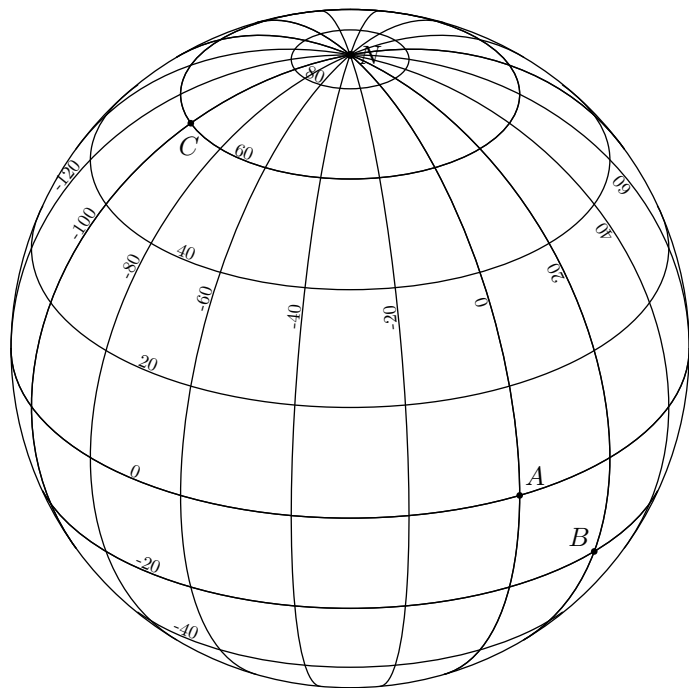


- 1 Montrer que (EB) est parallèle au plan (IJM) .
 - 2 En déduire le tracé de l'intersection des plans (ABE) et (IJM) .
- On note N le point d'intersection du plan (IJM) avec le segment $[AE]$.
- 3 a Justifier que les droites (AD) et (IM) sont sécantes.

- b Placer le point T intersection des droites (AD) et (MI) .
- c En déduire la position du point P intersection de la droite (DE) par le plan (IJM) .
- 4 Tracer la section du plan sur la pyramide.
- 5 Retrouver le point P d'une autre manière

5. Repérage dans la sphère

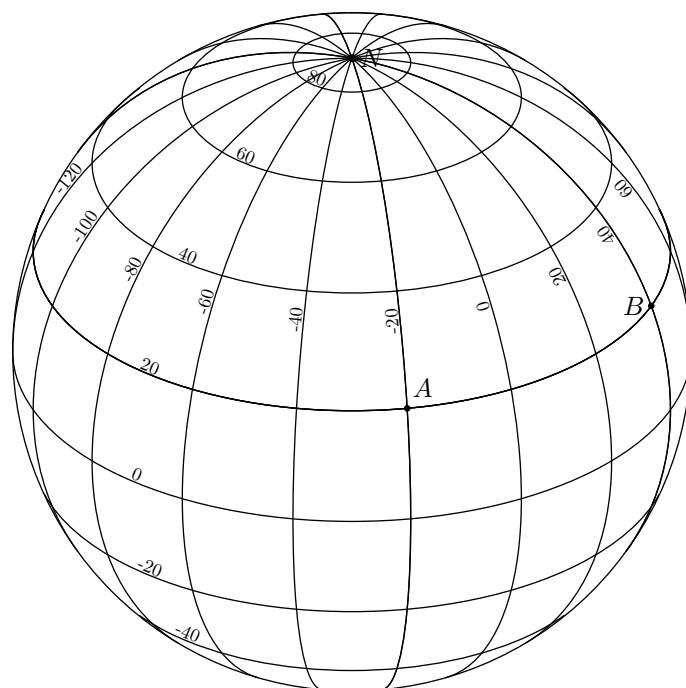
E.6999   Ci-dessous sont représentés les méridiens et les parallèles du globe-terrestre :



Déterminer les coordonnées géodésiques des points A , B et C .

E.7000   Ci-dessous est représenté le globe terrestre muni de son repère géodésique (méridiens et parallèles) :

lèles) :

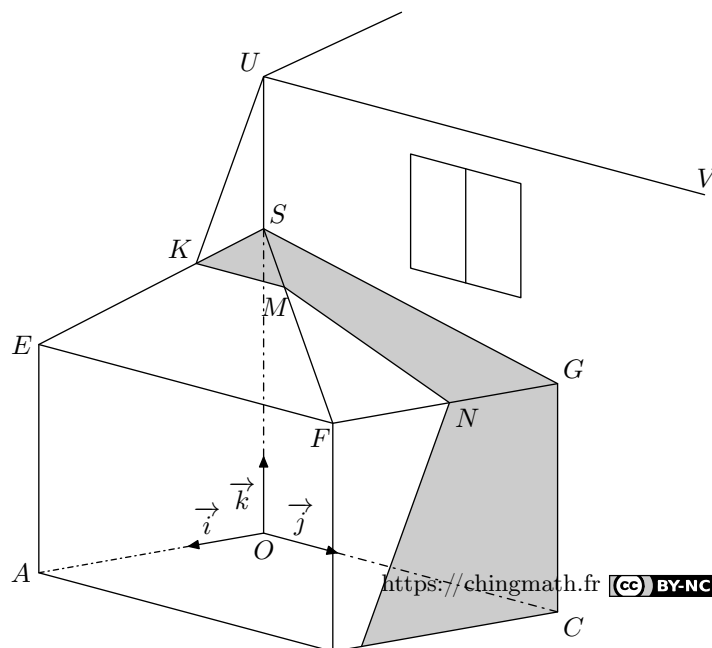


- 1 Déterminer les coordonnées géodésiques des points A et B .
- 2 En prenant 6370 km pour le rayon de la terre, déterminer la distance à vol d'oiseau séparant les points A et B arrondie au kilomètre près.

6. Sections de solides

E.6961    Un particulier s'intéresse à l'ombre portée sur sa future véranda par le toit de sa maison quand le soleil est au zénith. Cette véranda est schématisée ci-dessous en perspective cavalière dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. Le toit de la véranda est constitué de deux faces triangulaires SEF et SFG .

- Les plans (SOA) et (SOC) sont perpendiculaires.
- Les plans (SOC) et (EAB) sont parallèles, de même que les plans (SOA) et (GCB) .
- Les arêtes $[UV]$ et $[EF]$ des toits sont parallèles.



Sans calcul, justifier que :

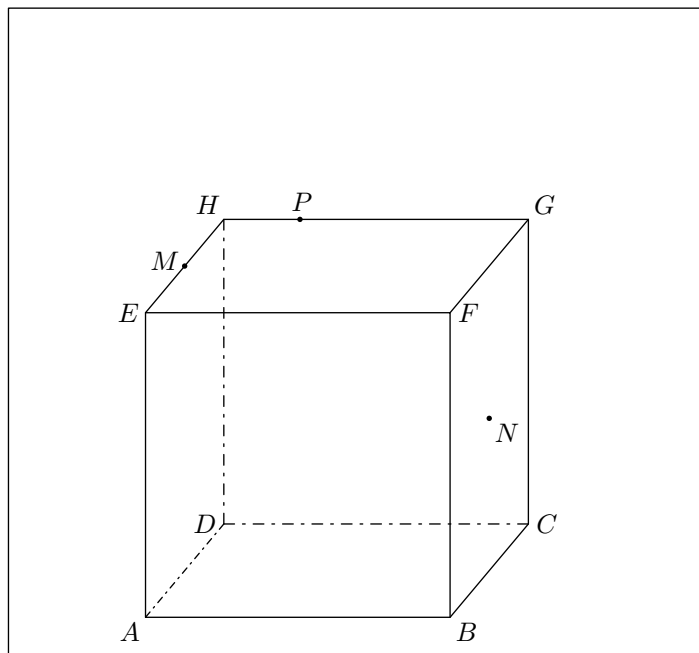
- ① le segment $[KM]$ est parallèle au segment $[UV]$;

- ② le segment $[NP]$ est parallèle au segment $[UK]$.

7. Tracés de sections de solides

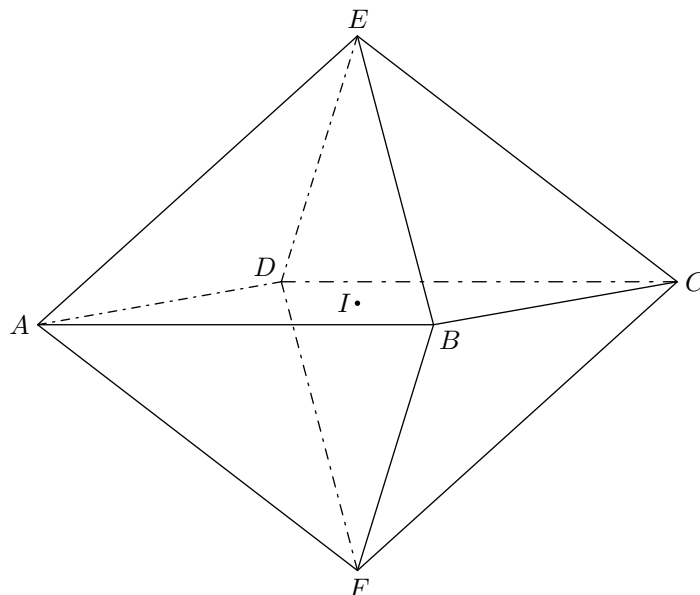
E.6814    On considère un cube $ABCDEFGH$ donné ci-dessous. On note M le milieu du segment $[EH]$, N celui de $[FC]$ et P le point tel que :

$$\overrightarrow{HP} = \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{HG}$$



- ① Justifier que les droites (MP) et (FG) sont sécantes en un point L .
Construire le point L .
- ② On admet que les droites (LN) et (CG) sont sécantes et on note T leur point d'intersection.
On admet que les droites (LN) et (BF) sont sécantes et on note Q leur point d'intersection.
 - a) Construire les points T et Q en laissant apparents les traits de construction.
 - b) Construire l'intersection des plans (MNP) et (ABF) .
- ③ En déduire une construction de la section du cube par le plan (MNP) .

E.6819    On considère un solide $ADECBF$ constitué de deux pyramides identiques ayant pour base commune le carré $ABCD$ de centre I . Une représentation en perspective de ce solide est donnée ci-dessous. Toutes les arêtes sont de longueur 1.



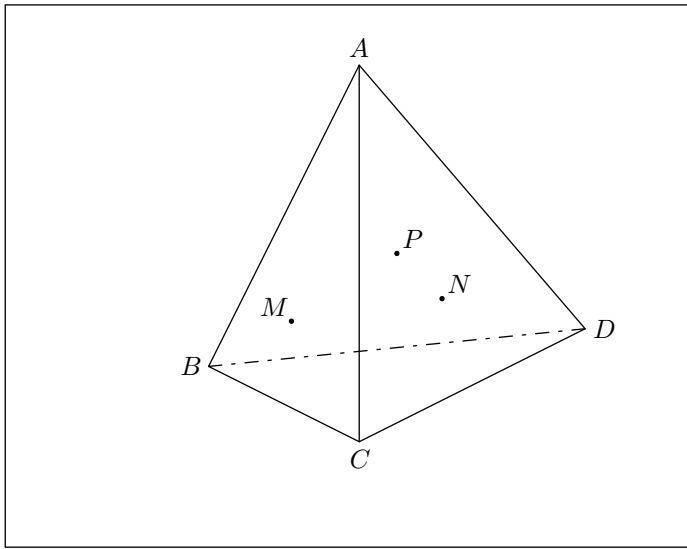
On nomme M le milieu du segment $[DF]$ et N celui du segment $[AB]$.

- ① Démontrer que les plans (FDC) et (ABE) sont parallèles.
- ② Déterminer l'intersection des plans (EMN) et (FDC) .
- ③ Construire la section du solide $ADECBF$ par le plan (EMN) .

E.2772



On considère le tétraèdre $ABCD$ présenté ci-dessous :



Les points M , N , P appartiennent respectivement aux plans (ABC) , (ACD) , (ABD) .

Partie A : Tracer de l'intersection de (MNP) et (BCD) .

- 1 a Tracer la droite (d) intersection des plans (AMP) et (BCD) . Justifier votre construction.
Nommer M' et P' les points d'intersection de la droite (d) respectivement avec les droites (BC) et (BD) .
- b Sans justification, nommer X le point d'intersection des droites (MP) et (d) .
- 2 a Sans justification, tracer la droite (d') intersection des plans (APN) et (BCD) .
Nommer N' le point d'intersection des droites (d') et (CD) .
- b Justifier que les droites (NP) et (d') sont sécantes.
Nommer Y le point d'intersection des droites (NP) et (d') .
- 3 Justifier que la droite (XY) est la droite d'intersection des plans (MNP) et (BCD) .
Tracer la droite (XY) .

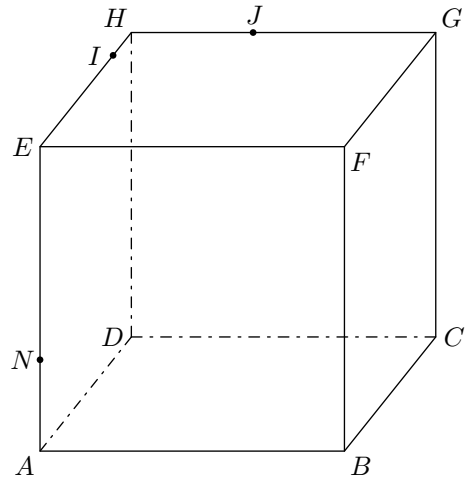
Partie B : Tracer de la section du tétraèdre.

- 4 a Placer le point M'' intersection de la droite (BC) avec la droite (XY) .
- b Justifier que la droite (MM'') est la droite d'intersection des plans (ABC) et (MNP) .
Tracer la droite (MM') .
- c Placer le point N'' intersection de la droite (CD) et de la droite (XY) . On admet que la droite (NN'') est la droite d'intersection des plans (ACD) et (MNP) .
- 5 Tracer la section du plan (MNP) avec le tétraèdre.

E.2769



On considère le cube $ABCDEFGH$ et les trois points I , J , N appartenant respectivement aux arêtes $[EH]$, $[HG]$, $[AE]$; on appelle $(\mathcal{P})$ le plan (IJN) :

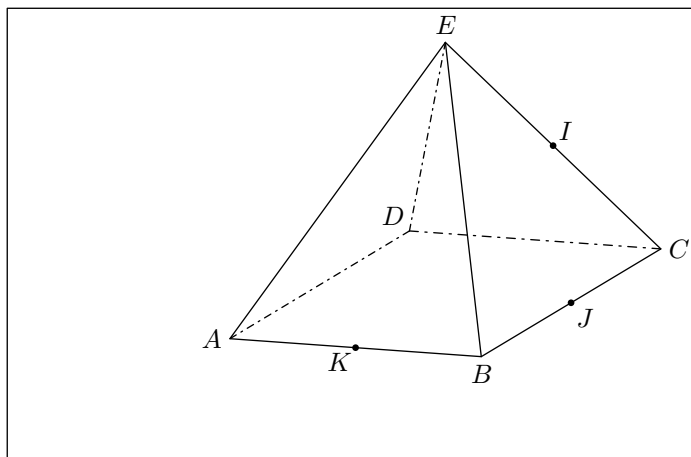


- 1 a Tracer le plan $(\mathcal{P}')$ passant par J et parallèle au plan (EHD) .
- b Tracer la droite (Δ) d'intersection des plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$.
- c Placer le point N' intersection de la droite (Δ) avec le plan (EFB) .
- d En déduire la position du point M , intersection du plan $(\mathcal{P})$ avec la droite (AB) .
- 2 Placer le point L , intersection de la droite (BC) avec le plan $(\mathcal{P})$.
- 3 Placer le point K , intersection de la droite (CG) avec le plan $(\mathcal{P})$.
- 4 Tracer la section du plan $\mathcal{P}$ avec le cube.

E.2765



On considère la pyramide $ABCDE$ à base carrée représentée ci-dessous. Les points I, J, K sont les milieux respectifs des arêtes $[CE]$, $[BC]$, $[AB]$:



- 1 a Justifier que les droites (BE) et (IJ) sont parallèles.
- b Préciser la position de la droite (d) d'intersection des plans (ABE) et (IJK) . Puis, effectuer le tracé de la droite (d) .

On note L le point d'intersection des droites (d) et (AE) .
On remarquera que le point L appartient au plan (IJK) .

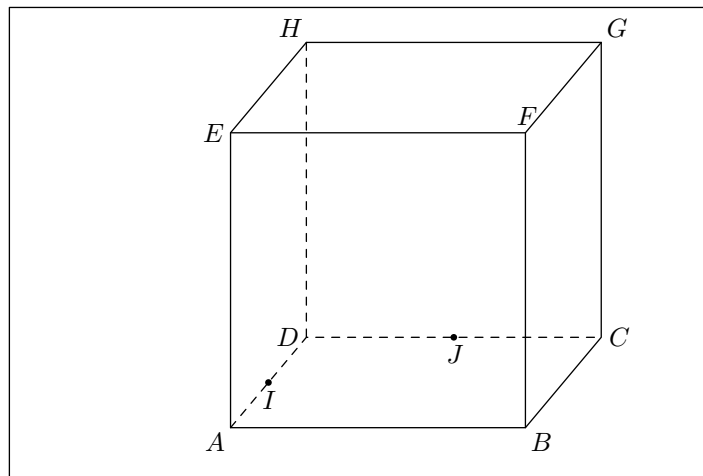
- 2 Dans cette question, nous allons étudier l'intersection du plan (IJK) avec l'arête $[ED]$:
 - a Déterminer l'emplacement du point T , intersection du plan (IJK) avec la droite (AD) .
 - b Justifier que la droite (LT) appartient au plan (ADE) .
 - c En déduire la position du point M , intersection du plan (IJK) avec l'arête $[ED]$.
- 3 Représenter la section de la pyramide $ABCDE$ avec le

plan (IJK) .

E.2794



On considère le cube $ABCDEFGH$ ci-dessous et les points I, J milieux respectifs des arêtes $[AD]$ et $[DC]$:



- 1 a Déterminer la position sur la figure du point M intersection de la droite (AB) avec le plan (IJF) .
- b Déterminer la position sur la figure du point P intersection de la droite (AE) avec le plan (IJF) .
- 2 a Déterminer le point N , intersection de la droite (BC) avec le plan (IJF) .
- b Déterminer le point Q , intersection de la droite (GC) avec le plan (IJF) .
- 3 Tracer sur la figure ci-dessus la section du cube avec le plan (FIJ) .

Voir en animation la correction :



8. Annales

E.6902

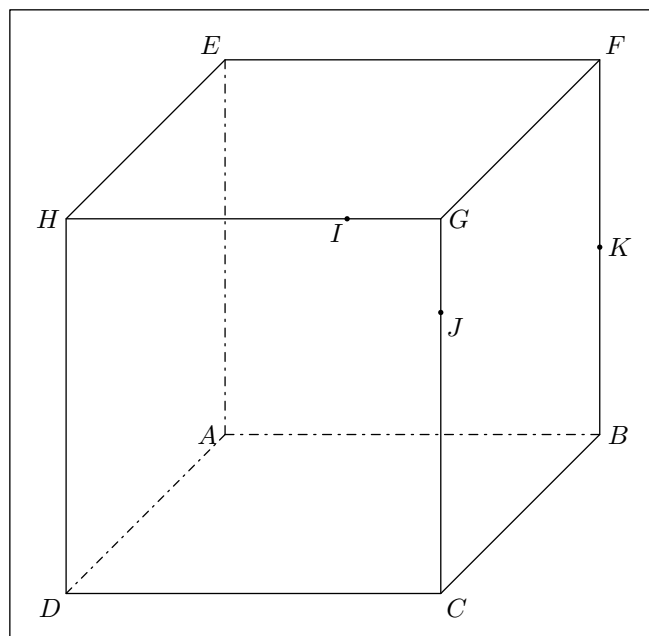


On considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous.

On définit les points I et J respectivement par :

$$\overrightarrow{HI} = \frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{HG} \quad ; \quad \overrightarrow{JG} = \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{CG}$$

- 1 Sur la figure ci-dessous, tracer, sans justifier, la section du cube par le plan (IJK) où K est un point du segment $[BF]$.



- 2 Sur la figure ci-dessous, tracer, sans justifier, la section du cube par le plan (IJL) où L est un point de la droite

A 3D diagram of a rectangular prism. The vertices are labeled as follows: A (bottom-left-back), B (bottom-right-back), C (bottom-right-front), D (bottom-left-front), E (top-left-back), F (top-right-back), G (top-right-front), and H (top-left-front). Point I is located on the edge HG . Point J is located on the edge GB . Point L is located on the extension of the edge BF beyond vertex F . Dashed lines represent hidden edges: AD , AB , and AE . The line segment BL is shown as a vertical line passing through F .

- <https://chingmath.fr> 