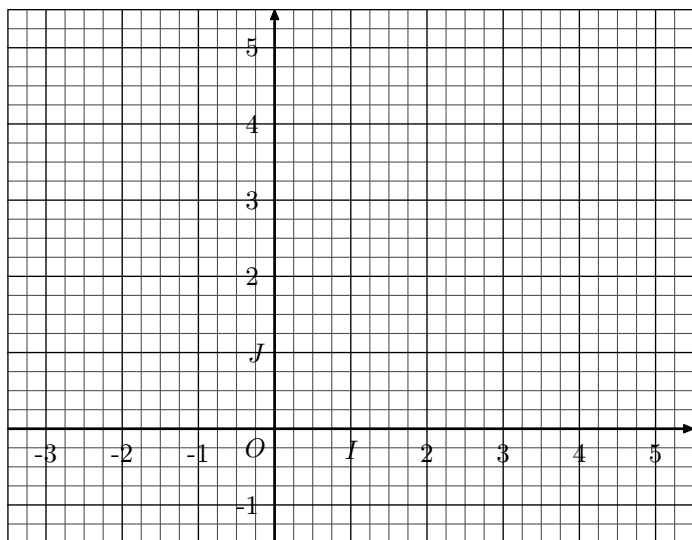


1. Introduction (via les coordonnées)

E.6647 Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé.

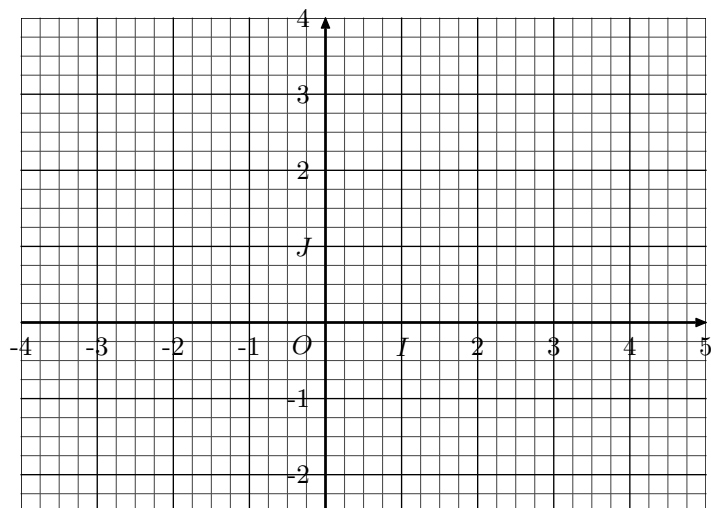


On considère les points A, B et C définis par :

$$A(-3; 1) ; B(4; -1) ; C(1; 3).$$

- 1 Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment $[BC]$.
- 2 Soit J l'image du point A par la symétrie centrale de centre C .
 - a Donner une relation vectorielle vérifiée par les points A, C et J .
 - b Déterminer les coordonnées du point J .
- 3 Déterminer la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

E.6646 On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé.



2. Produit scalaire et coordonnées

E.4091 Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on donne les points :

$$A(2; 1; 3) ; B(-3; -1; 7) ; C(3; 2; 4)$$

- 1 On rappelle la formule de la distance entre deux points :

$$PQ = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}$$

On considère les trois points du plan A, B et C de coordonnées :

$$A(-3; 2) ; B(-2; -2) ; C(2; -1)$$

- a Déterminer les distances AB, AC et BC .
 - b Établir que le triangle ABC est un triangle rectangle.
- 2 Soit $\vec{u}(x; y)$ un vecteur, on définit la norme du vecteur $\vec{u}$ comme le nombre $\|\vec{u}\|$ défini par :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

On considère les deux points E et F de coordonnées :

$$E(-1; 2) ; G(4; 3)$$

et les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de coordonnées :

$$\vec{u}(4; -1) ; \vec{v}(1; 2)$$

- a Déterminer les normes des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- b Déterminer les coordonnées des points F et H vérifiant les deux égalités vectorielles :

$$\overrightarrow{EF} = \vec{u} ; \overrightarrow{HG} = \vec{v}$$
- c Exprimer le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ à l'aide des points E, F et G ?
- d Le triangle EFG est-il rectangle?

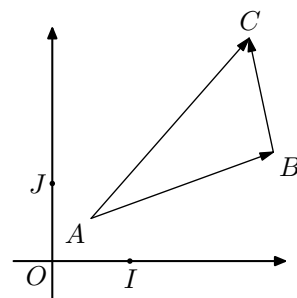
E.2572

On considère le plan muni du repère orthonormé $(O; I; J)$ et trois points A, B, C du plan.

On ne connaît pas les coordonnées des points A et B mais on note :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} ; \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

- 1 Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
- 2 Exprimer la longueur de chacun des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ en fonction de x, x', y, y' . Elles se notent respectivement $\|\overrightarrow{AB}\|, \|\overrightarrow{BC}\|, \|\overrightarrow{AC}\|$.
- 3 Donner une condition nécessaire et suffisante pour que les droites (AB) et (BC) soient perpendiculaires.



- ② Déterminer la nature de l'ensemble Γ_1 , des points M de l'espace tels que :

$$(-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) \cdot (\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}) = 0$$

En préciser les éléments caractéristiques.

- ③ Déterminer la nature de l'ensemble Γ_2 , des points M de l'espace tels que :

$$\| -2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \| = \sqrt{29}$$

En préciser les éléments caractéristiques.

3. Ensemble de points

E.4104    On considère deux points A et D de l'espace et on désigne par I le milieu du segment $[AD]$.

- ① Démontrer que, pour tout point M de l'espace :

$$\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MA} = MI^2 - IA^2$$

- ② En déduire l'ensemble (E) des points M de l'espace, tels que :

$$\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MA} = 0$$

E.4107   Soit A et B deux points distincts du plan.

- ① Caractériser l'ensemble des points tels que :

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = AB^2$

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = -AB^2$

- ② On suppose que $AB=6$. Caractériser l'ensemble des points tels que :

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 18$

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = -1$

E.4109   Dans l'espace, on considère deux points A et B distincts tels que $AB=4$. On note I le milieu du segment $[AB]$:

- ① Démontrer que pour tout point M de l'espace, on a l'égalité :

$$MA^2 - MB^2 = 2 \cdot \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB}$$

- ② Déterminer l'ensemble des points M vérifiant :

$$MA^2 - MB^2 = 16$$