

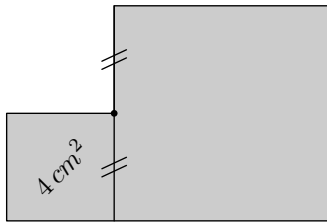
1. Introduction

E.5688



Construire un carré dont l'aire est égale à la somme des aires des deux carrés représentés ci-contre.

Laisser apparentes toutes vos traces de recherche. Même si le travail n'est pas terminé, il en sera tenu compte dans la notation.



E.742



- 1 Parmi les expressions ci-dessous, lesquelles définissent ou pas un nombre. Justifier votre réponse.

a $\frac{1}{3^2 - 9}$

b $\sqrt{2}$

c $\sqrt{-1}$

d $\sqrt{0}$

e $\sqrt{(-1)^2}$

f $\sqrt{\frac{3}{2}}$

- 2 Un élève affirme que : $\sqrt{20} = 10$
En utilisant seulement la définition de la racine carrée, justifier que son affirmation est fausse.

E.238



Donner l'inverse de chacun des nombres suivants sous la forme la mieux adaptée :

a $-0,8$

b $-\frac{2}{3}$

c $\sqrt{2}$

d 3^2

e $-0,8^2$

f $2 \times 0,15$

g $(-0,8)^2$

2. Relations multiplicatives

E.749



La définition du nombre $\sqrt{a}$ est l'unique nombre positif tel que son carré vaille a . Ainsi, par définition, la racine carrée d'un nombre vérifie : $(\sqrt{a})^2 = a$.

- 1 À partir de l'égalité $17^2 = 289$. Compléter les phrases suivantes :

- a Le nombre dont le carré vaut 289 est

Ainsi, on a $\sqrt{289} = \dots$

- b Le nombre dont le carré vaut 28 900 est

Ainsi, on a $\sqrt{28\,900} = \dots$

- c Le nombre dont le carré vaut 2,89 est

Ainsi, on a $\sqrt{2,89} = \dots$

- 2 a Quelle est le nombre positif dont le carré vaut 5^2 ?
En déduire la valeur de $\sqrt{5^2}$

- b Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$A = \sqrt{12^2}$; $B = \sqrt{1,25^2}$; $C = \sqrt{(-5)^2}$

- 3 a Élever au carré les deux nombres suivants :
 $\sqrt{6}$; $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$.

Que pouvez-vous dire de ces deux nombres?

- b Pour chacun des couples, faire de même pour montrer l'égalité de ses deux nombres :

E.272



Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

a $\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2}$

b $\sqrt{(2 + \sqrt{12})^2 - 8\sqrt{3}}$

c $\sqrt{(\pi - 3)^2}$

d $\sqrt{\sqrt{81}}$

e $\sqrt{(-2)^2}$

f $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$

E.237



- 1 Écrire A sous forme de fraction irréductible.

$$A = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}$$

- 2 a Montrer que A est une valeur approchée de $\sqrt{7}$ à 10^{-1} près.

- b A est-il une valeur approchée de $\sqrt{7}$ à 10^{-2} près?

E.769



Chercher des contre-exemples aux égalités suivantes :

a $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

b $\sqrt{a-b} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

$(\sqrt{21} ; \sqrt{3} \times \sqrt{7})$; $(\sqrt{12} ; 2\sqrt{3})$

- c Faire apparaître des carrés en facteurs dans les nombres suivants :

36 ; 50 ; 20

- d En déduire les formes simplifiées des nombres suivants :

$\sqrt{36}$; $\sqrt{50}$; $\sqrt{20}$

E.755



Sachant que $\sqrt{196} = 14$, donner la valeur exacte des nombres suivants :

a $\sqrt{1,96}$ b $\sqrt{19600}$ c $\sqrt{0,0196}$ d $\sqrt{1960000}$

E.726



Simplifier les radicaux suivants en les écrivant sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entier où b est le plus petit possible.

a $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{6}$

b $5\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$

c $3\sqrt{6} \times 4\sqrt{3}$

d $\sqrt{24} \times \sqrt{6}$

E.729   Réduire les expressions suivantes sous la forme :

$a + b\sqrt{c}$ avec c le plus petit possible :

a $2 \times 3 \times \sqrt{7}$

b $2 + 3\sqrt{7}$

c $2\sqrt{5} \times 3 \times \sqrt{10}$

d $\frac{8\sqrt{18}}{3\sqrt{2}}$

e $\sqrt{18} - \sqrt{2}$

f $\sqrt{8} \times (2 - 2\sqrt{2})$

g $\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3})$

h $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{20} + \sqrt{5})$

i $(\sqrt{5} - 1)^2$

j $(\sqrt{7} + 2)^2$

k $(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)$

3. Simplifications additives

E.3909    Écrire B et C sous la forme, $a\sqrt{b}$, avec a et b nombres entiers (b étant le plus petit possible).

$B = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + \sqrt{500}$; $C = (\sqrt{3} + 4)^2 - 19$

4. Simplifications

E.777   Simplifier au maximum l'écriture des calculs suivants :

$A = \sqrt{63} + 4\sqrt{28} - 9\sqrt{175}$; $B = \frac{\sqrt{15} \times \sqrt{35}}{\sqrt{7}}$

$C = -\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{8} - 7\sqrt{72}$

E.795   Écrire toutes les expressions sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b entier le plus petit possible :

a $\sqrt{75}$ **b** $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{16}}$ **c** $\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$

d $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ **e** $5\sqrt{2} \times 4\sqrt{18}$ **f** $7\sqrt{6} - 3\sqrt{24}$

g $\sqrt{27} + 3\sqrt{12} - 5\sqrt{75}$

E.796   Donner les résultats suivants sous la forme

$a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et où b est un entier positif le plus petit possible.

a $\sqrt{6} \times \sqrt{42}$

b $\frac{\sqrt{14} \times \sqrt{6}}{\sqrt{21}}$

c $\sqrt{75} - 4\sqrt{12} + \sqrt{27}$

d $\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

E.761   Écrire toutes les expressions sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b entier le plus petit possible :

a $\sqrt{75}$

b $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{16}}$

c $\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$

d $\sqrt{2} + \sqrt{8}$

e $5\sqrt{2} \times 4\sqrt{18}$

f $\sqrt{27} + 3\sqrt{12} - 5\sqrt{75}$

g $7\sqrt{6} - 3\sqrt{24}$

h $\sqrt{10} \times \sqrt{18} + 3\sqrt{5}$

5. Comparaison de nombres

E.292   Comparer sans l'aide de la calculatrice :

a 6 et $\sqrt{33}$

b $\sqrt{6} \times \sqrt{5}$ et 6

c $10\sqrt{10}$ et 30

d $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{\sqrt{15}}$

e $\sqrt{5+3}$ et $\sqrt{5} + \sqrt{3}$

f $2\sqrt{2} - 3$ et $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$

E.1934   Sans l'aide de la calculatrice, effectuer la comparaison des couples de nombres proposés :

a $2\sqrt{19}$ et $5\sqrt{3}$

b $\frac{1}{\sqrt{35}}$ et $\frac{1}{6}$

c $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ et $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

d $\sqrt{12} - \sqrt{7}$ et 5

e $3\sqrt{5} + \sqrt{2}$ et $\sqrt{47 + 6\sqrt{10}}$

f $\frac{6^{11} \times 3 \times 4^7}{3^{12}}$ et $\sqrt{2^{50}}$

E.295   Comparer les réels suivants, et justifier votre résultat :

- (a) $32\sqrt{5}$ et $15\sqrt{14}$ (b) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ et $\frac{1}{3\sqrt{2}}$
 (c) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ et $\sqrt{2\sqrt{6} + 4}$ (d) $\frac{3+\pi}{3}$ et $\frac{4+\pi}{4}$
 (e) $3 - \sqrt{12}$ et $\sqrt{19 - 12\sqrt{3}}$
 (f) $(n-1)^2$ et $n^2 - 1$ pour $n \geq 1$
 (g) $\frac{2n}{n+1}$ et $\frac{3n-1}{n}$ pour $n \geq 1$

E.325   Cet exercice doit être traité sans l'aide de la calculatrice :

- 1 On considère les deux nombres suivants :
 $A = 2\sqrt{3}$; $B = 3\sqrt{2}$
 (a) Déterminer les valeurs exactes de A^2 et B^2 .
 (b) Comparer les deux nombres A et B .

- 2 Comparer chaque couple de nombres ci-dessous :
 (a) 6 et $3\sqrt{6}$ (b) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ et $\frac{1}{3\sqrt{2}}$
 (c) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ et $\sqrt{3}$ (d) $2\sqrt{3}$ et $2 - \sqrt{8}$

E.342   Sans l'usage de la calculatrice, comparer les couples de nombres ci-dessous :

- (a) $\sqrt{45}$ et 7 (b) -3 et $-\sqrt{57}$ (c) $2\sqrt{3}$ et $3\sqrt{2}$
 (d) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ et $\frac{\sqrt{5}}{10}$ (e) $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{\pi}$ (f) $-\frac{1}{3}$ et $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

E.345   Sans l'aide de la calculatrice, comparer les couples de nombres suivants en justifiant votre démarche :

- (a) $7\sqrt{2}$; 9 (b) $-\frac{1}{\pi}$; $-\frac{1}{4}$
 (c) $\frac{1}{\sqrt{8}}$; $\frac{1}{3}$ (d) $2\sqrt{7}$; $5 + \sqrt{3}$

E.328   Au cours de cet exercice, l'usage de la calculatrice est interdit :

- 1 (a) Comparer les deux nombres 9 et $5\sqrt{3}$.
 (b) Laquelle de ces deux écritures définit un nombre :
 $\sqrt{5\sqrt{3} - 9}$; $\sqrt{9 - 5\sqrt{3}}$

2 Parmi les écritures ci-dessous, lesquelles définissent un nombre ?

- (a) $\sqrt{\sqrt{80} - 9}$ (b) $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$ (c) $\sqrt{5 - 3\sqrt{3}}$

E.4866   Comparer les couples de nombres suivants :

- (a) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (b) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$; $\frac{5\sqrt{3}}{6}$
 (c) $\frac{5}{2}$; $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ (d) $\frac{5\sqrt{8}}{4}$; $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

E.786   Cet exercice propose de comparer $\sqrt{5}$ et $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.

- 1 (a) Tracer un triangle AIB rectangle isocèle en I tel que $AI = 3 \text{ cm}$.
 (b) Déterminer la longueur du segment $[AB]$.
 (c) Tracer le point C tel que ABC soit rectangle en B et $BC = 3$. Montrer que : $AC = 3\sqrt{3}$
 2 Tracer une demi-droite $[Ox)$ et reporter les longueurs sur cette demi-droite de sorte que :
 • le point G tel que : $OG = 3\sqrt{2}$
 • Le point H tel que : $OH = 3\sqrt{3}$
 • Le point J tel que : $OJ = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$
 3 En remarquant que : $9 \times 5 = 9 \times 4 + 9 \times 1$.
 Tracer un triangle rectangle dont l'hypoténuse a une longueur de $3\sqrt{5}$.
 4 (a) Sur la demi-droite $[Ox)$, placer le point K tel que :
 $OK = 3\sqrt{5}$
 (b) Graphiquement, comparer les longueurs OK et OJ .
 En déduit une comparaison des nombres $\sqrt{5}$ et $\sqrt{3} + \sqrt{2}$?
 5 Développer puis simplifier : $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$.
 Cela concorde-t-il avec la question 4 (c) ?

E.2848   Comparer les nombres suivants en justifiant votre méthode :

- (a) $\frac{1}{\sqrt{46}}$ et $\frac{1}{3\sqrt{5}}$ (b) $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ et $\sqrt{35 + 12\sqrt{6}}$
 (c) $\frac{2 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{2}}$ et $\frac{2 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2}}$ (d) $\sqrt{\frac{3^4 \times 12^2}{3^8 \times 4^4}}$ et $\frac{1}{36}$

6. Simplifications

E.741    On considère les nombres :

$$C = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{27} ; D = 3\sqrt{2} \times \sqrt{6}$$

Écrire les nombres C et D sous la forme $a\sqrt{3}$, a étant un nombre entier.

E.236   Effectuer les opérations suivantes en mettant le résultat sous la forme suivante $p\sqrt{q}$ où p est un entier relatif et q est un entier naturel le plus petit possible :

- (a) $\sqrt{500}$ (b) $\sqrt{252}$ (c) $\sqrt{6} \times \sqrt{48}$
 (d) $\sqrt{3^2 + 4^2}$ (e) $5\sqrt{3} + 2\sqrt{75} - 3\sqrt{12}$ (f) $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

E.4378   Donner la forme simplifiée de chacune des expressions suivantes :

- (a) $\sqrt{7500}$ (b) $\sqrt{50} \times \sqrt{48}$ (c) $\sqrt{45+2\sqrt{500}-\sqrt{80}}$
 (d) $2\sqrt{75}-\sqrt{48}$ (e) $\frac{15 \times 10^4}{\sqrt{16 \times 10^{-6}}}$ (f) $\sqrt{98} \times \sqrt{6}$

7. Racine carré, fractions, puissance

E.743    On donne :

$$A = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{8}{7} ; B = \sqrt{12} - 7\sqrt{3} - \sqrt{75}$$

$$C = \frac{0,3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}}$$

- Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
- Écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$, où a est un entier relatif et b un entier naturel le plus petit possible.
- Calculer C et donner son écriture scientifique

E.767    Les calculs intermédiaires doivent figurer sur la copie

- Écrire sous la forme $a\sqrt{3}$, a étant un entier, le nombre :
 $A = \sqrt{75} + 4\sqrt{12}$

- Prouver que :

$$(a) \frac{2 + \frac{3}{4}}{\frac{3}{4} - 5} = -\frac{11}{17} \quad (b) \frac{35 \times 10^{22} \times 2 \times (10^{-2})^6}{42 \times 10^{10}} = \frac{5}{3}$$

E.2334    On donne les nombres :

$$A = \frac{3}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{8} ; B = \frac{3 \times 10^2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{6 \times 10^4}$$

$$C = \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{147}$$

- Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
Écrire toutes les étapes du calcul.
- (a) Donner l'écriture décimale de B .
(b) Exprimer B en écriture scientifique.
- Écrire C sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un nombre entier.

E.2335   

- Écrire A sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{\frac{4}{3} - 1}{\frac{7}{6} - 2}$$

- On donne : $B = \frac{4 \times 10^{-2} \times 9 \times 10^6}{6 \times 10^7 \times 10^2 \times (10^3)^2}$

Donner l'écriture scientifique de B .

- Écrire C sous la forme $a\sqrt{6}$ où a est un nombre entier relatif :

$$C = \sqrt{96} + 5\sqrt{6} - 3\sqrt{150}$$

E.4420   Simplifier les calculs suivants :

- (a) $4\sqrt{2} + \sqrt{6} \times \sqrt{48}$ (b) $\sqrt{27} + 2\sqrt{12} - 5\sqrt{75}$
 (c) $\frac{\sqrt{75} + \sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$ (d) $\frac{\sqrt{8} \times \sqrt{75}}{\sqrt{5} \times \sqrt{90} + \sqrt{24} \times \sqrt{12}}$

E.787    Calculer les expressions suivantes. On donnera le résultat sous la forme d'un nombre entier. Les calculs intermédiaires figureront sur la copie

$$A = \frac{96 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-1} \times 2 \times 10^{-6}} ; B = 11 \div \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2} \right)$$

$$C = (2\sqrt{3} - 3)(2\sqrt{3} + 3)$$

E.790  

- On donne : $A = \frac{\frac{2}{3} + 3}{\frac{1}{3} + 5}$

Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.

- On donne : $B = 2\sqrt{50} - 3\sqrt{8} + 7\sqrt{18}$
Écrire B sous la forme $a\sqrt{2}$, avec a un nombre entier.

- On donne : $C = \frac{2,6 \times 10^2 \times 1,7 \times 10^2}{0,2 \times 10^5 \times 10^3}$

Donner l'écriture scientifique de C .

E.797   

- En faisant apparaître les étapes, calculer et donner l'écriture scientifique de :

$$D = \frac{2 \times 10^3 \times 5 \times (10^{-5})^2}{2 + 18}$$

- (a) $E = 2 \times \sqrt{27} + \sqrt{18} \times \sqrt{6}$
Calculer et écrire E sous la forme $a\sqrt{3}$ (où a entier relatif)
(b) $F = (\sqrt{2} - 4)(2 + 4\sqrt{2})$
Calculer et écrire F sous la forme $b\sqrt{2}$ (où b entier relatif)

E.627   

- On considère les deux expressions :

$$A = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2} \right) \times \frac{5}{2} ; B = \frac{16 \times 10^{-1} \times 2}{(10^3)^2 \times 10^{-8} \times 80}$$

- Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
 - Vérifier que B est un nombre entier
Écrire les étapes du calcul.
 - Brice affirme que " A est l'opposé de B ".
Est-ce vrai? Justifier.
- On considère les deux expressions :
 $C = 2\sqrt{24} + \sqrt{96} - \sqrt{600} ; D = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + 5\sqrt{2})$
 - Mettre C sous la forme $a\sqrt{6}$, avec a entier relatif
 - Développer et réduire D .

E.752   

1 On considère le nombre : $A = \frac{1}{7} + \frac{6}{7} \div \frac{12}{35}$
Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2 On considère les nombres :
 $B = (\sqrt{17}-1)(\sqrt{17}+1)$; $C = (3-\sqrt{7})^2$; $D = B-C$

a Développer et réduire B et C .

b Écrire D sous la forme $a\sqrt{7}$, où a désigne un nombre entier.

E.753   

1 On donne : $A = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24}$.
Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2 On donne :

$$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3} \quad ; \quad C = (5 + \sqrt{3})^2$$

$$D = (\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})$$

a Écrire B sous la forme $b\sqrt{3}$, où b est un nombre entier.

b Écrire C sous la forme $e+f\sqrt{3}$, avec e et f entiers.

c Montrer que D est un nombre entier.

E.4393   Effectuer les calculs suivants et donner les résultats sous forme simplifiée :

a $\frac{25 - 5 \times 2}{5 - 2 \times 10}$ b $\frac{4 - \frac{8}{5}}{\frac{1}{5} - 5}$

c $\frac{15 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^5}{5 \times 10^5 \times [3 \times 10^{-7}]^2}$ d $\frac{4^3 \times 3^2 \times 10}{15^2 \times 2^5}$

e $\sqrt{75} + 2\sqrt{27} - \sqrt{8} \times \sqrt{6}$ f $\frac{\sqrt{24} + \sqrt{27} \times \sqrt{8}}{5\sqrt{8} - 2\sqrt{18}}$

E.4426   Établir les égalités suivantes :

a $\frac{3 - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} - \frac{4}{12}} = 2$

b $\frac{3 - 3 \times 2}{1 + \frac{1}{2}} - \frac{5 - 4 \times 2}{\frac{2}{7} - 2} = -\frac{15}{4}$

c $\frac{\sqrt{27} + \sqrt{12}}{\sqrt{48} \times \sqrt{36}} = \frac{5}{24}$

d $\frac{(3 \times 15)^{10} \times 6^4}{5^8 \times 12^{12} \times 3^3} = 2^{-20} \times 3^9 \times 5^2$

e $\sqrt{24} \times \sqrt{75} + \sqrt{50} = 35\sqrt{2}$

f $\frac{3 \times 10^5 \times 21 \times 10^2}{15 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^5} = 1,4 \times 10^4$

E.262  

1 Effectuer le calcul suivant : $A = 1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{3 + \frac{1}{3}}}$

2 Donner l'écriture du quotient suivant sous la forme $2^m \times 3^n \times 5^p \times 7^q$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs :

$$B = \frac{3 \times 15^2 \times (2 \times 5^3)^{-2}}{7^3 \times 12^4}$$

3 Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

$$C = (3\sqrt{2} + 5\sqrt{2})(3\sqrt{6} - 2\sqrt{2}) \quad ; \quad D = \frac{1 - \sqrt{6}}{1 + \sqrt{6}}$$

E.2328    On donne :

$$E = \frac{2}{3} + \frac{17}{2} \times \frac{4}{3} \quad ; \quad F = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{16}}{\sqrt{2}}$$

1 Démontrer que les nombres E et F sont égaux.

2 On donne $G = (10^{-1} + a) \times 10^2$. Calculer le nombre a pour que l'égalité $E = G$ soit vraie.

8. Expressions conjuguées

E.8362  

1 Développer l'expression : $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$

2 Utiliser la question précédente pour simplifier l'expression :
 $1 + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

E.268  

1 a Montrer que $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$ est un nombre entier.

b Pour simplifier l'écriture du quotient $\frac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$, nous allons multiplier son numérateur et son dénominateur par $(2-\sqrt{3})$.

On remarquera que le dénominateur prend alors une valeur entière.

2 a Montrer que $(2+3\sqrt{5})(2-3\sqrt{5})$ est un nombre entier relatif.

b Utiliser ce résultat pour écrire $\frac{\sqrt{5}-2}{2-3\sqrt{5}}$ avec un dénominateur entier.

3 Écrire $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$ avec un dénominateur entier.

4 Écrire $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ avec un dénominateur entier.

E.4980   Écrire les expressions ci-dessous sans racines carrées au dénominateur :

a $\frac{2}{\sqrt{2}-1}$ b $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ c $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{6}-4}$ d $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

E.4981   Écrire les expressions suivantes sans racines carrées au dénominateur :

a $\frac{2x}{\sqrt{x}-1}$ b $\frac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$ c $\frac{x^2}{x+2\sqrt{x}}$ pour $x \neq 4$

E.232   Démontrer les égalités suivantes :

1 $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = 10$

2 $\sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{3}-1$

Rechercher l'expression simplifiée de $(\sqrt{3}-1)^2$.

3 $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}-y} = \frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

avec $x \in \mathbb{R}_+^*$ et $y \in \mathbb{R}_+^*$ tels que : $x \neq y$.

E.5031   Établir l'égalité : $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} = 1$

E.258   Simplifier l'écriture de chacun des expressions suivantes :

a $\sqrt{63} - 5\sqrt{7} + 2\sqrt{2800}$ b $(2\sqrt{3}+4\sqrt{2})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

c $\frac{2+\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$ d $\frac{\sqrt{5}-2}{1-\sqrt{2}}$

E.1779   Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme simplifiée :

a $\sqrt{4800} - 2\sqrt{75} + \sqrt{2} \times \sqrt{54}$

b $(\sqrt{6} + \sqrt{72})(3\sqrt{2} - \sqrt{24})$

c $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{\sqrt{7}}$ d $\frac{1-\sqrt{7}}{\sqrt{14}-4} + 2$

E.281   Effectuer les calculs suivants et donner leurs résultats sous forme simplifiée.

a $\sqrt{150} + 3\sqrt{600} - 7\sqrt{294}$ b $\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{18}}{3} - \sqrt{2} \right)$

c $(\sqrt{2}-\sqrt{3})(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})$ d $\frac{\sqrt{28}-3}{\sqrt{7}}$

e $\frac{2+\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$ f $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

E.239   Simplifier les écritures suivantes :

a $\sqrt{175} - 10\sqrt{112} + \sqrt{7}$

b $(2\sqrt{2}-2)(\sqrt{200}+\sqrt{98}+\sqrt{18})$ c $\frac{3\sqrt{3}-6}{\sqrt{3}}$

d $\frac{\sqrt{27}-5}{\sqrt{3}-2}$ e $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

E.261  

1 Montrer que : $(3+\sqrt{6})(3-\sqrt{6}) - \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = 0$

2 Écrire $\frac{7}{4-\sqrt{3}}$ sans racine au dénominateur

3 Effectuer le calcul suivant : $(\sqrt{6}+2)(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

4 Établir l'égalité suivante : $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-2} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$

E.294   Comparer sans l'aide de la calculatrice :

a $\frac{152}{240}$ et 110

b $\frac{7}{21}$ et $\frac{1}{3}$

c $\frac{23}{15}$ et $\frac{23}{13}$

d $\frac{12}{25}$ et $\frac{77}{125}$

e $\frac{3+\sqrt{2}}{3}$ et $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

f $\sqrt{2}-1$ et $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$

g $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ et $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$

E.355   Comparer les nombres suivants en justifiant votre méthode :

a $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ et $\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ b $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ et $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$

c $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ et $\sqrt{2}-1$ d $\frac{15-\sqrt{2}}{14}$ et $\frac{14-\sqrt{2}}{15}$

E.327   Comparer les nombres suivants en justifiant votre raisonnement :

a $7\sqrt{8}$ et $8\sqrt{7}$ b $\frac{1}{3\sqrt{5}}$ et $\frac{1}{5\sqrt{3}}$

c $\frac{11+\sqrt{2}}{12}$ et $\frac{12+\sqrt{2}}{13}$ d $\sqrt{4}+\sqrt{2}$ et $\sqrt{6+2\sqrt{8}}$

e $3-\sqrt{2}$ et $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ f $\frac{1}{1-\sqrt{6}}$ et $1+\sqrt{6}$

9. Racine carré et PGCD

E.5320  

1 Déterminer le PGCD des deux entiers 1323 et 243.

2 Donner la forme simplifiée de la fraction $\frac{\sqrt{1323}}{\sqrt{243}}$

E.5321



① Déterminer le *PGCD* des deux entiers 343 et 175.

② Donner la forme simplifiée de la fraction $\frac{\sqrt{343}}{\sqrt{175}}$

E.5322



① Déterminer le *PGCD* des deux entiers 847 et 63.

② Écrire le nombre A sous la forme $a\sqrt{b}$:

$$A = \sqrt{847} + \sqrt{63}$$

E.5323



① Déterminer le *PGCD* des deux entiers 567 et 175.

② Écrire le nombre A sous la forme $a\sqrt{b}$:

$$A = \sqrt{567} + \sqrt{175}$$

E.773



① Sans calculer leur *PGCD*, dire pourquoi les entiers 648

et 972 ne sont pas premiers entre eux.

② a Calculer $\text{pgcd}(972; 648)$.

b Prouver que : $\sqrt{648} + \sqrt{972} = 18(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

E.2131



① Sans aucun calcul expliquer pourquoi on peut simplifier la fraction $\frac{4\,114}{7\,650}$.

② Calculer le *PGCD* des entiers 4 114 et 7 650 avec la méthode de votre choix en détaillant les calculs.

③ Rendre irréductible la fraction $\frac{4\,114}{7\,650}$ en précisant par quel nombre vous simplifiez.

④ En utilisant les résultats des questions précédentes, mettre l'expression A suivante sous la forme $n\sqrt{34}$, où n est un entier relatif, en détaillant les calculs :

$$5\sqrt{4\,114} - 4\sqrt{7\,650}$$