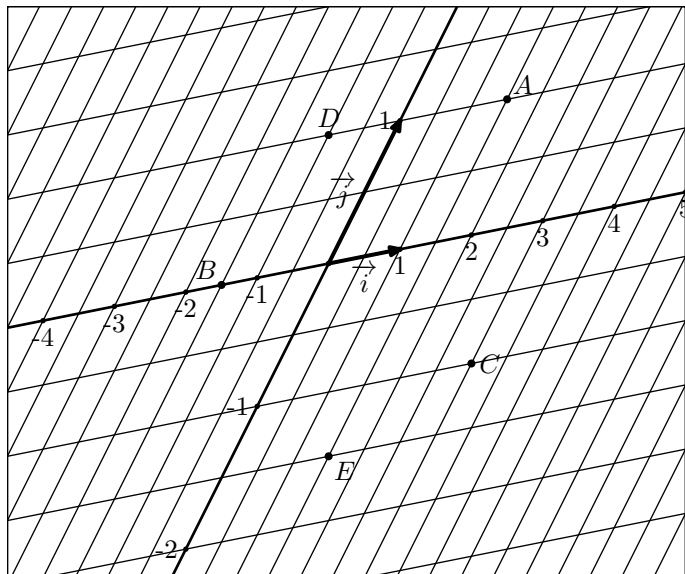


1. Base non orthogonale

E.487  On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ quelconque représenté ci-dessous :

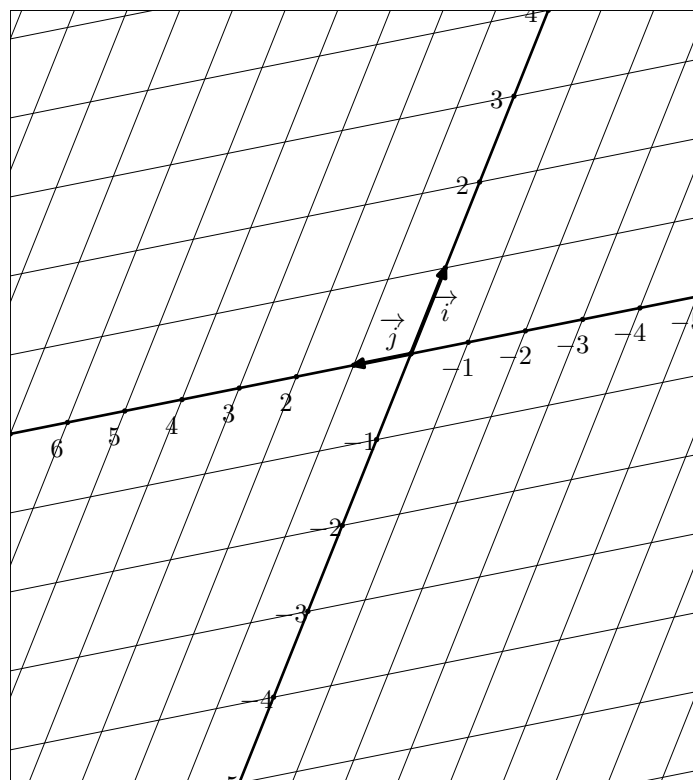


- 1 Déterminer les coordonnées des points A , B , C , D et E .
- 2
 - a Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{EC}$ et $\vec{BA}$.
 - b Établir que les vecteurs $\vec{EC}$ et $\vec{BD}$ sont colinéaires.
- 3 On utilise la fonction prenant deux points du plan et renvoyant un nombre réel défini ainsi :

$$d(A; B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
- 4
 - a Déterminer les valeurs suivantes :
 $d(A, D)$; $d(A, E)$
 - b Dans un repère orthonormé, la distance entre deux points A et B est donnée par la formule :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
 Cette formule a-t-elle un sens dans ce repère quelconque?

E.503  On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$.



- 1 Placer les points suivants dans le repère ci-contre :
 $A(3; 2)$; $B(-3; 4)$; $C(-1; -5)$
- 2
 - a Déterminer les coordonnées du milieu I du segment $[BC]$.
 - b Déterminer les coordonnées du milieu J du segment $[AB]$.
 - c Placer le point G centre de gravité du triangle ABC .
- 3 On suppose l'existence d'un point H vérifiant l'assertion suivante :

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3 \cdot \vec{OH} \quad (*)$$
 - a Établir que pour tout point M du plan, on a :

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3 \cdot \vec{MH}$$
 - b En déduire que : $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0}$.
 - c En déduire la relation : $\vec{AH} = \frac{2}{3} \cdot \vec{AI}$.
- 4
 - a Justifier que le point G et H sont confondues.
 - b Déduire de la relation $(*)$ les coordonnées du point G .

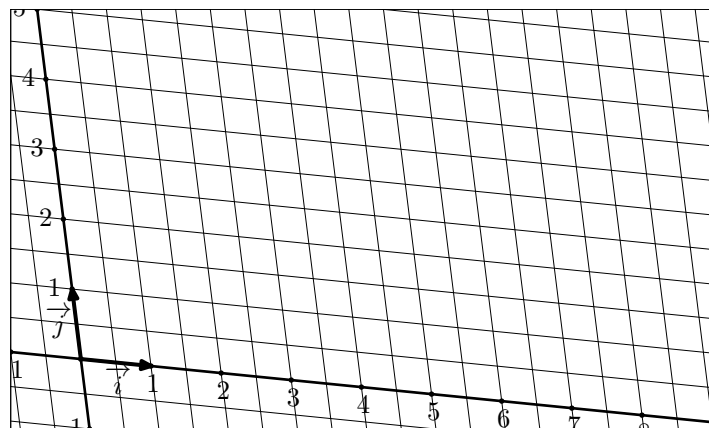
E.513   Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ quelconque, on considère les trois points suivants définis par leurs coordonnées :

$$A(5; -2) ; B(-3; -1) ; C(-5; 3)$$

- 1
 - a Déterminer les coordonnées du point M vérifiant la relation suivante : $7 \cdot \overrightarrow{BM} = \frac{7}{3} \cdot \overrightarrow{CM}$
 - b Placer le point M dans le repère. Vérifier graphiquement que les trois points B , C et M sont alignés.
- 2
 - a Déterminer les coordonnées du point G vérifiant la relation vectorielle : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$
 - b Placer le point G dans le repère.
 - c Tracer les trois médianes du triangle ABC . Que remarque-t-on?



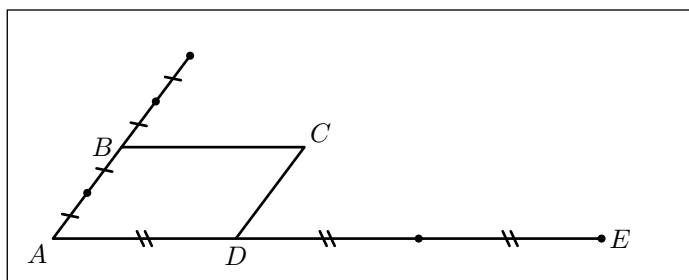
E.497   On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ quelconque représenté ci-dessous :



- 1 Tracer un représentant de chacun des deux vecteurs : $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} ; \vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$
- 2
 - a Tracer un représentant du vecteur $\vec{w}$ défini par : $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$
 - b Graphiquement, déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w}$.
 - c Comparer les coordonnées du vecteur $\vec{w}$ relativement à celles des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

2. Repères choisis

E.514   On cherche à placer, sur la figure ci-dessous, le point F tel que : $F \in (AB)$; F , C et E alignés.



On munit le plan du repère $(A; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AB})$.

- 1
 - a Donner les coordonnées des cinq points de la figure.
 - b À quel axe appartient le point F ? Donner la valeur de l'abscisse F .

On note f l'ordonnée du point F .

- 2
 - a Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{FC}$ et $\overrightarrow{FE}$.
 - b En déduire les coordonnées du point F .
- 3 En notant I le milieu du segment $[DE]$. Justifier que les droites (BI) et (FE) sont parallèles.

E.2896   Dans le plan, on considère un parallélogramme $ABCD$ et les deux points E et F définis par les relations :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{5}{3} \cdot \overrightarrow{AD} ; \overrightarrow{AF} = \frac{5}{2} \cdot \overrightarrow{AB}$$

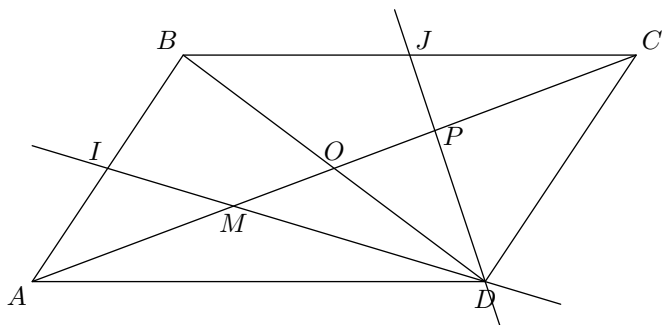
- 1 Tracer une représentation de cette configuration.
- 2 On munit le plan du repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$.
 - a Donner, sans justification, les coordonnées des points F , C et E .
 - b Démontrer que les points E , C et F sont alignés.

E.2108



Soit $ABCD$ un parallélogramme non aplati de centre O . I est le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[BC]$.

La droite (DI) coupe (AC) en M et la droite (DJ) coupe (AC) en P .



On munit le plan du repère $(A; \vec{AI}; \vec{AC})$:

- 1 Déterminer, par lecture graphique, les coordonnées des points A , I , C et B .
- 2 a Déterminer les deux entiers relatifs α et β réalisant l'égalité:

$$\vec{AD} = \alpha \cdot \vec{AB} + \beta \cdot \vec{AC}$$
 b En déduire les coordonnées du point D .
- 3 a Montrer que le vecteur $\vec{BJ}$ a pour coordonnées:

$$\vec{BJ} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$
 b En déduire les coordonnées du point J .
- 4 À quel axe appartiennent les points M et P ? Donner la valeur de leur abscisse.
- 5 En utilisant la colinéarité des vecteurs $\vec{DM}$ et $\vec{DI}$, déterminer l'ordonnée m de M .
- 6 De même, déterminer l'ordonnée p de P .

- 7 a Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{AM}$, $\vec{MP}$ et $\vec{PC}$.

b En déduire que: $AM = MP = PC$.

E.502



On considère un trapèze $ABCD$ vérifiant l'égalité vectorielle:

$$\vec{DC} = \frac{1}{3} \vec{AB}.$$

On note I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$. Les droites (AC) et (BD) se coupent en M et les droites (AD) et (BC) se coupent en N .

- 1 a Tracer une représentation de cette configuration.
- b Émettre une conjecture quant à la position relative des points I , J , M , N ?

On munit le plan du repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$ quelconque:

- 2 Déterminer les coordonnées des points:
 A ; B ; D ; I ; C ; J
- 3 a À quel axe appartient le point N ? En déduire l'abscisse du point N .
- b On note α l'unique nombre réel positif réalisant l'égalité:

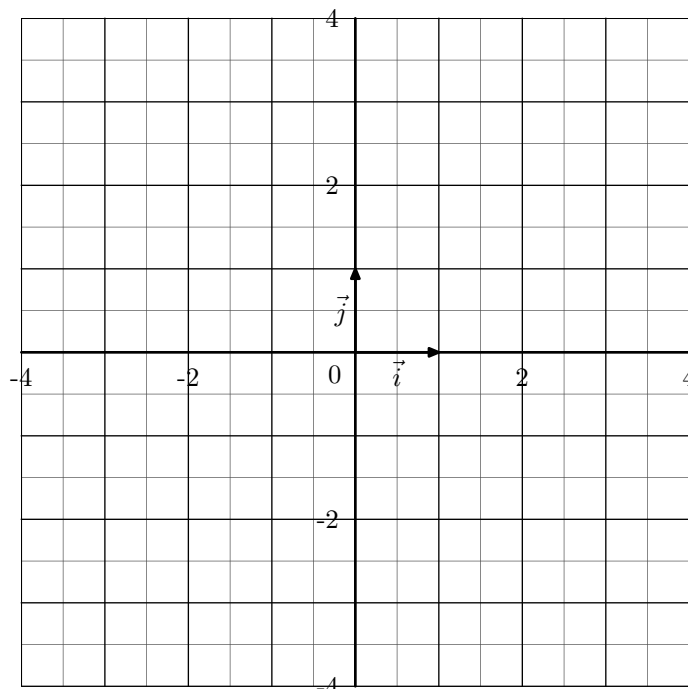
$$DN = \alpha \cdot DA$$
 À l'aide du théorème de Thalès, déterminer la valeur de α .
- c En déduire les coordonnées du point N .
- 4 a Démontrer que: $AM = \frac{3}{4} \cdot AC$.
- b En déduire les coordonnées du point M .
- 5 a Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{NJ}$, $\vec{NI}$ et $\vec{NM}$.
- b Confirmer la conjecture faite à la question 1 b.

3. Autour du centre de gravité d'un triangle

E.2078



On considère le plan muni du repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé:



- 1 Placer les points suivants :
 $A(-3; -3)$; $B(3; -1)$; $C(-1.5; 1)$
- 2 a Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment $[AB]$.
 b Déterminer les coordonnées du point J milieu du segment $[AC]$.
 c Placer sur la figure les points I et J ainsi que le centre de gravité G du triangle ABC .
- 3 On considère le point $M(-0.5; -1)$ du plan :
 a Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{CM}$.
 b Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{CM}$. On déterminera le coefficient de colinéarité du vecteur $\overrightarrow{CM}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{CI}$.
- 4 En déduire les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC .

E.2895



4. Manipulations algébriques

E.505 On considère un parallélogramme quelconque $ABCD$. On note I, J, K, L les milieux respectifs des segments $[AD]$, $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$.

Établir les deux relations suivantes :

$$\text{a) } \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{IL} = \overrightarrow{DC} \quad \text{b) } 2 \cdot \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{JB} = \overrightarrow{JC}$$

E.2056



- 1 Placer deux points A et B dans le plan.
- 2 On considère le point M défini par la relation $2 \cdot \overrightarrow{AM} - 3 \cdot \overrightarrow{MB} = \vec{0}$
 a Donner une expression du vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
 b Placer le point M dans le plan.

E.2079



- 1 On considère quatre points A, B, C, D du plan, vérifiant la relation suivante : $\overrightarrow{AC} - 2 \cdot \overrightarrow{DA} = 3 \cdot \overrightarrow{BC}$

- 1 Dans le plan, placer trois points A, B, C non-alignés et le point I milieu du segment $[AB]$.
- 2 a Placer le point M tel que : $\overrightarrow{AM} = 2 \cdot \overrightarrow{MC}$.
 b Placer le point N tel que : $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$
- 3 a Placer le point G centre de gravité du triangle ABC .
 b En utilisant la position du point G sur la médiane $[CI]$, établir l'égalité suivante :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$
- 4 On munit le plan du repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ quelconque.
 a Donner, sans justification, les coordonnées des points A, B, C, I, M et N .
 b En utilisant l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AI}$ démontrer que le point G a pour coordonnées :

$$G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

Montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

- 2 On considère le parallélogramme $EFGH$ et I, J, K et L les milieux respectifs des côtés $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$ et $[HE]$. Vérifier la relation suivante :

$$\overrightarrow{LG} = \overrightarrow{LI} + 2 \cdot \overrightarrow{HK} + \overrightarrow{IH}$$

E.526



- 1 a Placer trois points A, B, C non-alignés dans le plan.
 b Nommer I le milieu du segment $[BC]$.
- 2 a Placer le point G du plan vérifiant la relation :

$$3 \cdot \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$$

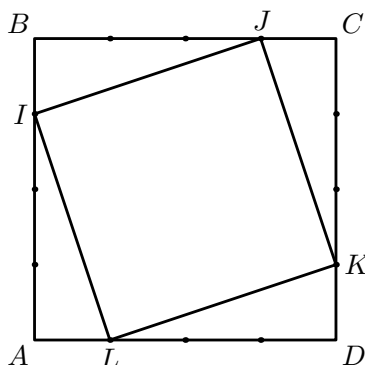
 b Tracer le représentant de la somme :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$$
- 3 Algébriquement, justifier que le point G vérifie la relation :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

5. Repère choisi

E.4591 On considère le carré $ABCD$ représenté ci-dessous :



Ses quatre côtés ont été partagés en quatre parts égales. On considère le quadrilatère $IJKL$ représenté dans la figure vérifiant :

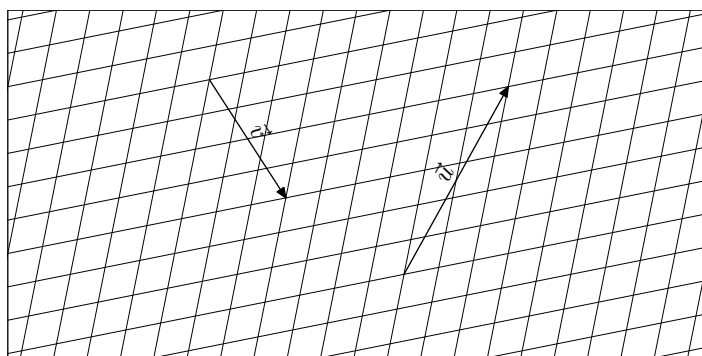
$$BI = CJ = DK = AL = \frac{1}{4} \cdot AD$$

On considère le plan muni du repère $(A; D; B)$.

- 1 Donner les coordonnées des huit points de cette figure.
- 2 Démontrer que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.
- 3 Démontrer que le parallélogramme $IJKL$ est un rectangle.
- 4 Démontrer que le rectangle $IJKL$ est un carré.

6. *Rappels*

E.2439   On considère, dans le plan, les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ci-dessous :



- 1 Tracer dans le quadrillage un représentant $\vec{w}$ de la somme $\vec{u} + \vec{v}$.
- 2 Tracer dans le quadrillage un représentant $\vec{y}$ de la différence $\vec{u} - \vec{v}$.
- 3 Tracer dans le quadrillage un représentant $\vec{z}$ de la combinaison linéaire suivante : $2\vec{u} + 3\vec{v}$.

E.2441  

- 1 **a** Placer le point D tel que : $\vec{CD} = -3 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}$.

- b** Placer le point F tel que : $\vec{EF} = -3 \cdot \vec{i} - 4 \cdot \vec{j}$.

- 2 Compléter l'égalité suivante :

$$\vec{GH} = \dots \cdot \vec{i} + \dots \cdot \vec{j}$$

- 3 Compléter les pointillés suivants :

- a** $\vec{u} = \dots \cdot \vec{i}$

- b** $\vec{v} = \dots \cdot \vec{j}$

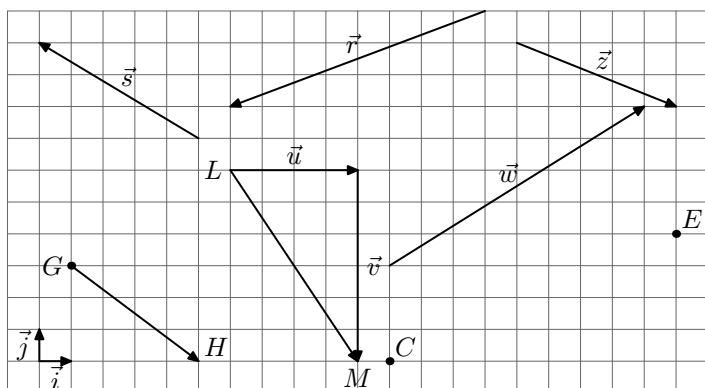
- c** $\vec{LM} = \dots \cdot \vec{i} + \dots \cdot \vec{j}$

- d** $\vec{w} = \dots \cdot \vec{i} + \dots \cdot \vec{j}$

- e** $\vec{z} = \dots \cdot \vec{i} + \dots \cdot \vec{j}$

- f** $\vec{r} = \dots \cdot \vec{i} + \dots \cdot \vec{j}$

- g** $\vec{s} = \dots \cdot \vec{i} + \dots \cdot \vec{j}$



E.2442  

- 1 Montrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires en précisant le coefficient de colinéarité de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$:

- a** $\frac{1}{2} \cdot \vec{u} = \frac{3}{4} \cdot \vec{v}$

- b** $3 \cdot \vec{u} - 2 \cdot \vec{v} = \vec{0}$

- c** $3 \cdot (\vec{u} - 2\vec{v}) = \vec{0}$

- d** $-2 \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = 2 \cdot \vec{u} + 3 \cdot \vec{v}$

- 2 Parmi les couples de vecteurs ci-dessous, lesquels sont colinéaires entre eux. On précisera alors le coefficient de proportionnalité de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$:

- a** $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix}$

- b** $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4,2 \\ 6,3 \end{pmatrix}$

- c** $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \end{pmatrix}$

- d** $\vec{u} \begin{pmatrix} 0,7 \\ 4,1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -2,8 \\ 16,4 \end{pmatrix}$

- 3 Pour deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires, comparer le coefficient de colinéarité de $\vec{v}$ et de $\vec{u}$ relativement au coefficient de colinéarité de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$.

E.2440   Soit $ABCD$ un parallélogramme. On note I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[DC]$.

Déterminer un vecteur résultant de chacune des expressions :

- a** $\vec{AB} + \vec{IJ} - \vec{DJ}$

- b** $\vec{AC} + \vec{JA}$

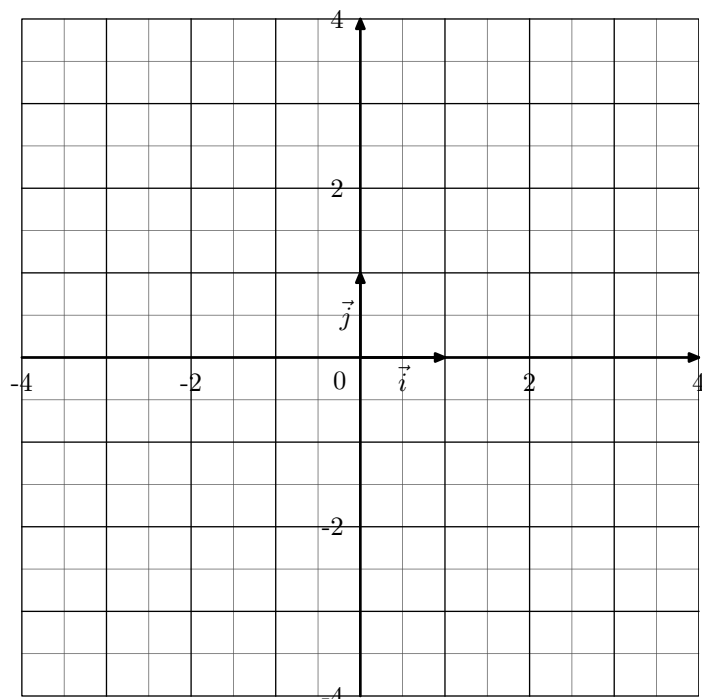
- c** $\vec{AI} + \vec{AD}$

E.2443   Soit A, B, C trois points du plan vérifiant la relation :

$$-\frac{1}{2} \cdot \vec{AB} + \frac{5}{2} \cdot \vec{BC} - \vec{BA} + \vec{CB} = \vec{0}$$

Montrer que les points A, B, C sont alignés.

E.2444  On considère le plan muni d'un repère orthogonal :



- 1 Placer les points suivants :
 $A(-3; -3)$; $B(3; -1)$; $C(-1.5; 1)$
- 2
 - a Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment $[AB]$.
 - b Déterminer les coordonnées du point J milieu du segment $[AC]$.
 - c Placer sur la figure les points I et J ainsi que le centre de gravité G du triangle ABC .
 - d Déterminer la longueur IC .
- 3 On considère le point $M(-0,5; -1)$ du plan
 - a Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CI}$.
 - b Montrer que les points C, M, I sont alignés.
 - c En utilisant le coefficient de colinéarité entre les deux vecteurs $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{CM}$, en déduire que les points M et G sont confondus.

Indication : on rappelle que le centre de gravité d'un triangle est le point de concours des médianes du triangle. Le centre de gravité d'un triangle possède la propriété métrique suivante :

“Le centre de gravité est situé sur chaque médiane au $\frac{2}{3}$ de celle-ci en partant du sommet”

7. Vecteur et fonction affines

E.970  Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, l'unité graphique est le centimètre.

- 1 Placer les points $A(2; 0)$; $B(3,5; 6)$; $C(9; 5,5)$.
- 2 Placer dans ce repère le point D tel que : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
- 3 Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$.
- 4 Calculer les coordonnées du milieu M du segment $[AC]$.
- 5 Soit la fonction affine f telle que $f(2) = 0$ et $f(3,5) = 6$.

E.2767  On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, le cercle $\mathcal{C}$ de centre $K(2; 1)$ et de rayon 2,5, et le point $A\left(0; \frac{5}{2}\right)$

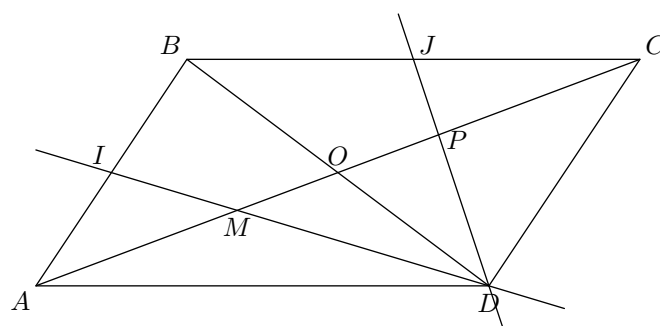
- 1 Montrer que le point A appartient au cercle $\mathcal{C}$.
- 2 Déterminer les coordonnées du point B , appartenant au cercle $\mathcal{C}$, diamétralement opposé au point A .
- 3 Soit $C\left(\frac{3}{2}; 1 - \sqrt{6}\right)$, justifier que le triangle ABC est rectangle en C .
- 4 Déterminer les coordonnées d'un point du cercle $\mathcal{C}$, dont l'abscisse vaut $\frac{5}{2}$

E.2445  Soit $ABCD$ un parallélogramme non aplati de centre O . I est le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[BC]$.

La droite (DI) coupe (AC) en M et la droite (DJ) coupe (AC) en P .

Le but du problème est de démontrer que :

$$AM = MP = PC$$



On utilisera tout au long de l'exercice le repère $(A; \overrightarrow{AI}; \overrightarrow{AC})$:

- 1 Déterminer, par lecture graphique, les coordonnées des points A, I, C et B .
- 2 En déduire les coordonnées des points J et D (on remarquera que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$)
- 3 Déterminer l'abscisse des points M et P .
- 4 En utilisant la colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{DM}$ et $\overrightarrow{DI}$, déterminer l'ordonnée m de M .
- 5 Déterminer l'ordonnée p de P .
- 6 Comparer les vecteurs $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{PC}$.
En déduire que : $AM = MP = PC$.

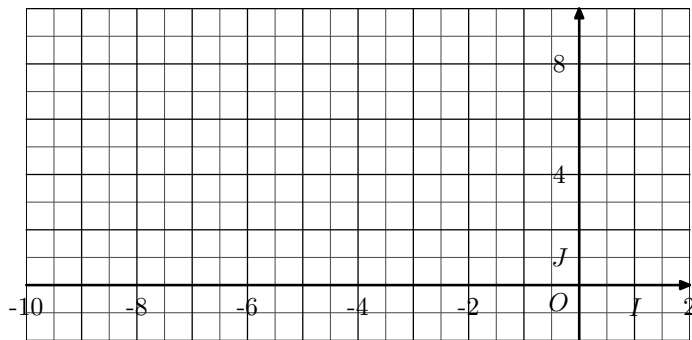
Trouver l'expression algébrique de f .

- 6 Tracer la représentation graphique de f .

E.971



On considère le plan rapporté au repère orthonormé $(O; I; J)$:



- 1 Placer les points $A(-7; 1)$ et $B(1; 7)$.
- 2 a Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{AB}$?
Démontrer que AOB est un triangle rectangle isocèle.
- b Soit $\mathcal{C}$ le cercle circonscrit au triangle AOB .
Calculer les coordonnées de son centre S et de son rayon.
- 3 On note f la fonction affine définie par :
 $f(-7) = 1$; $f(1) = 7$
- a Déterminer l'expression algébrique de f .
- b Dans le repère ci-dessus, donner la représentation graphique de la fonction f ?

8. Exercices non-classés

E.517



Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les points :

E.953



Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. L'unité de longueur est le centimètre. On considère les points :

$$A(3; 1) ; B(2; -2) ; C(-6; 4)$$

Première partie

- 1 Placer les points A , B et C dans le repère.
- 2 On considère la fonction affine $f: x \mapsto mx + p$, dont la représentation graphique est la droite (AB) .
 - a Déterminer les images de 2 et de 3 par la fonction f .
 - b Déterminer les valeurs de m et p de la fonction f .

Deuxième partie

- 1 Montrer que : $AC = \sqrt{90}$.
- 2 On donne $AB = \sqrt{10}$ et $BC = 10$.
Montrer que le triangle ABC est rectangle en A .
- 3 Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- 4 Construire le point D image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
Déterminer graphiquement les coordonnées du point D .
- 5 Montrer que le quadrilatère $ABDC$ est un rectangle.
- 6 On considère le cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au rectangle $ABDC$.
Déterminer les coordonnées de son centre, puis construire le cercle $\mathcal{C}$.

$$A(3; -5) ; B(-2; 0) ; C(147; -13) ; D(-53; 187)$$

Établir que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.