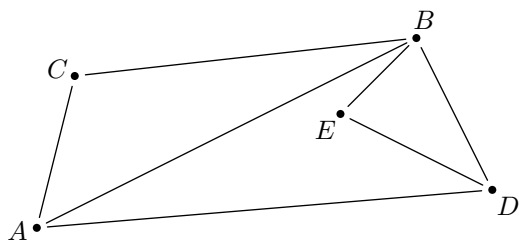


1. Ordre et degré

E.6226 On considère le graphe ci-dessous :



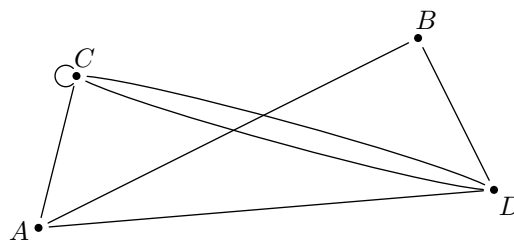
- Donner l'ordre du graphe.
- Compléter le tableau ci-dessous :

Point	A	B	C	D	E
Degré du point					

- Dans le tableau à double entrée ci-dessous, mettre une croix dans une case si les deux sommets correspondants sont adjacents :

	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D					
E					

E.6227 On considère le graphe ci-dessous :



- Donner l'ordre du graphe.
- Compléter le tableau ci-dessous :

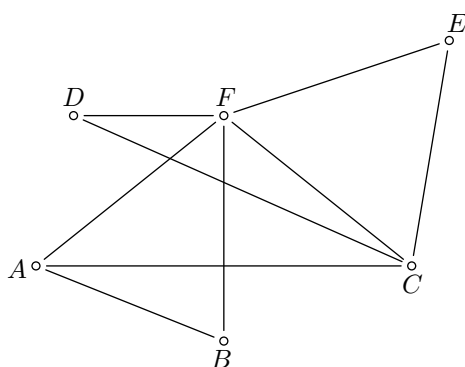
Point	A	B	C	D
Degré du point				

- Dans le tableau à double entrée ci-dessous, mettre une croix dans une case si les deux sommets correspondants sont adjacents :

	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

2. Graphe simple

E.6224 On considère le graphe ci-dessous :

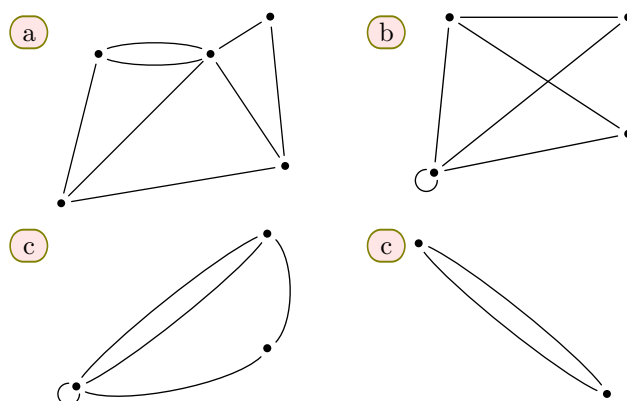


- Quel est l'ordre de ce graphe?
- Compléter le tableau ci-dessous :

Sommet	A	B	C	D	E	F
Degré du sommet						

- La somme des degrés de tous les sommets est-elle égale au double du nombre d'arêtes?
- Ce graphe est-il simple?

E.6225 Justifier que chacun des graphes ci-dessous n'est pas un graphe simple :



E.6209 Pour chacune des graphes ci-dessous :

- 1 Citer l'ordre du graphe ;
- 2 Citer le degré du sommet A_2 ;
- 3 Donner les sommets adjacents au sommet A_5 ;
- 4 Dire si le graphe est simple ou non.

Fig 1 :

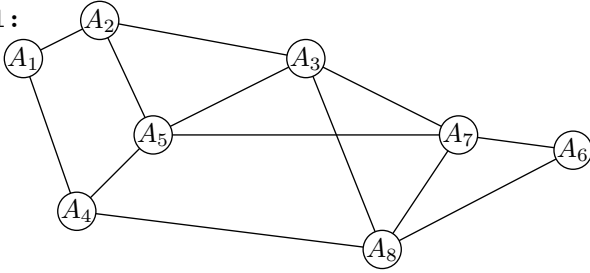


Fig 2 :

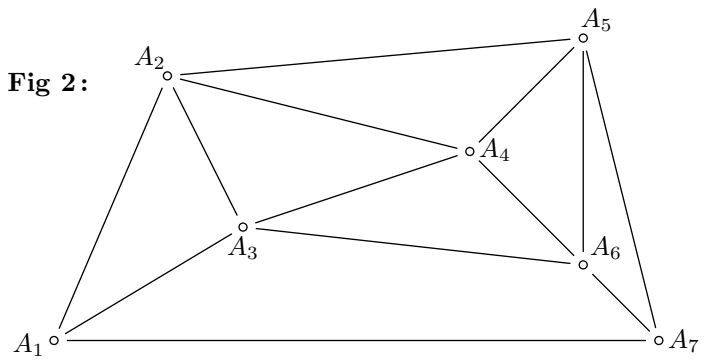
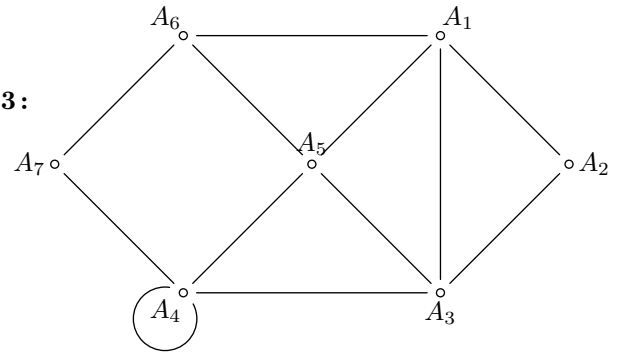
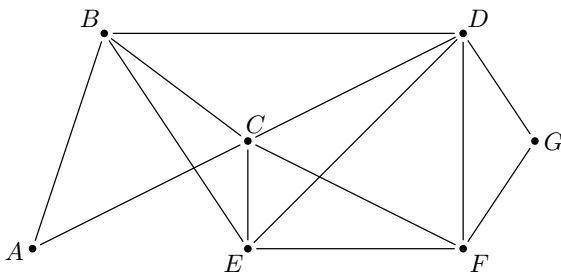


Fig 3 :

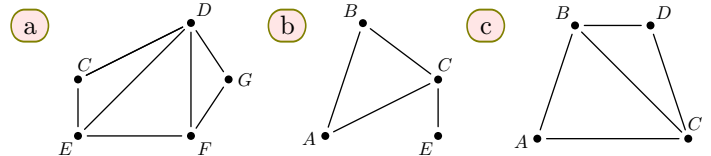


3. Sous-graphe

E.6229 On considère le graphe ci-dessous :

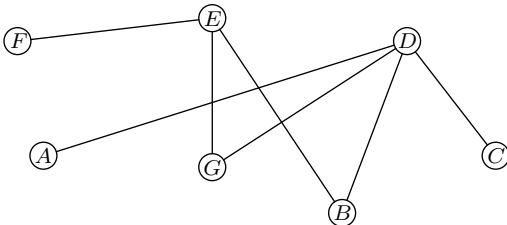


Parmi les graphes ci-dessous, lesquels sont des sous-graphes du graphe principal ?



4. Sous graphe stable

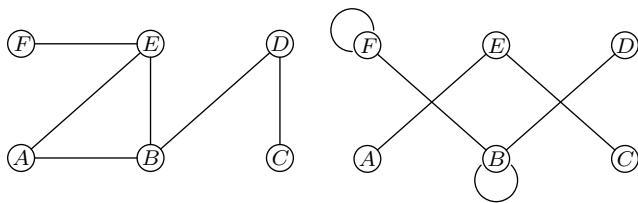
E.6272 Une société de gardiennage accueille actuellement sept chiens représentés dans le graphe ci-dessous par les sommets du graphe ; les arêtes représentent les chiens ne pouvant pas être enfermés dans une même cage.



- 1 Quel est le plus grand sous-graphe stable contenant un maximum de sommets ?
- 2 Combien de cages au minimum faut-il pour garder ces sept chiens sans risquer des confrontations entre ces chiens ?

5. Complet et connexe

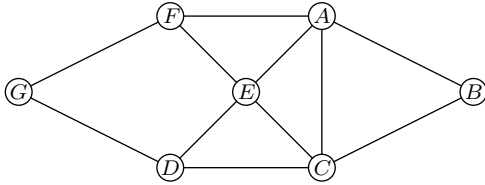
E.6245 On considère les deux graphes ci-dessous :



Préciser si ces graphes sont connexes ou pas.

6. Chaîne et cycle

E.6242 On considère le graphe ci-dessous :



Parmi les listes ordonnées ci-dessous, lesquelles forment une chaîne de ce graphe :

- ① $A - E - F - E - G - D$
- ② $E - F - A - B - C$
- ③ $D - A - C - D$
- ④ $D - C - E - A - F - E$

7. Introduction aux matrices

E.6142 On appelle “matrice magique” toute matrice où les sommes des coefficients par ligne, par colonne, par la diagonale principale et par la seconde diagonale donnent toutes le même résultat.

Parmi les matrices suivantes, lesquelles sont des matrices magiques :

a $\begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ 2 & 6 & 10 \\ 7 & 8 & 3 \end{pmatrix}$ b $\begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 \\ 9 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ c $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

E.6141 On considère la matrice A définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 3 & 0 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & -4 & 7 \end{pmatrix}$$

Pour mettre en évidence les coefficients de la matrice, on note : $A = (a_{ij})$

- ① Donner la valeur des coefficients de la matrice suivants :
a a_{23} b a_{34} c a_{11} d a_{31}
- ② Déterminer la valeur des calculs suivants :
a $a_{11} + a_{21}$ b $a_{32} \times a_{14}$ c $(a_{24})^2$
- ③ Citer l'ensemble des couples de coefficients de la matrice opposés entre eux.

E.6123 Une entreprise recense le prix en euros des produits qu'elle utilise en lien avec ses différents fournisseurs. Il obtient le tableau à double entrée suivant :

	Produit 1	Produit 2	Produit 3
Fournisseur 1	3,50	2,80	1,75
Fournisseur 2	3,25	3	1,70

Il note l'ensemble de ces valeurs dans la matrice M :

$$M = \begin{pmatrix} 3,50 & 2,80 & 1,75 \\ 3,25 & 3 & 1,70 \end{pmatrix}$$

Les différents nombres placés dans la matrice s'appellent “les coefficients de la matrice”. On note, de manière générale, m_{ij} les coefficients de la matrice où i et j sont deux entiers permettant de situer la place du coefficient dans la matrice.

Plus précisément, le coefficient m_{ij} est le prix du “Produit j ” chez le “Fournisseur i ”.

- ① a Donner les valeurs des coefficients suivants :
 m_{12} ; m_{22} ; m_{13}
- b Compléter la phrase suivante :
“Le coefficient m_{ij} se situe dans la matrice à l'intersection de la ligne ... et de la colonne ...”
- ② Écrire la nouvelle matrice $N = (n_{ij})$ où le coefficient n_{ij} a pour valeur le prix du produit i chez le fournisseur j .

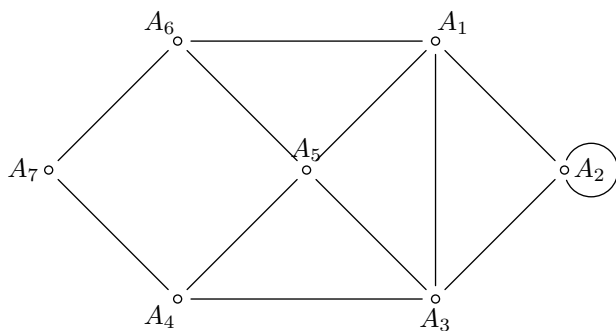
8. Matrice adjacente d'un graphe non-orienté

E.6171

Définition : soit G un graphe à n sommets ($n \in \mathbb{N}^*$). On appelle **matrice d'adjacence du graphe G** la matrice $M = (m_{ij})$ carrée d'ordre n dont les coefficients ont pour valeur :

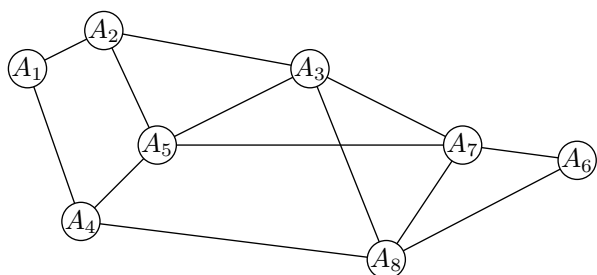
$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si le sommet } A_i \text{ est relié au sommet } A_j \text{ par une arête} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le graphe ci-dessous représente 7 villes reliées par des routes :



Donner la matrice d'adjacence de ce graphe.

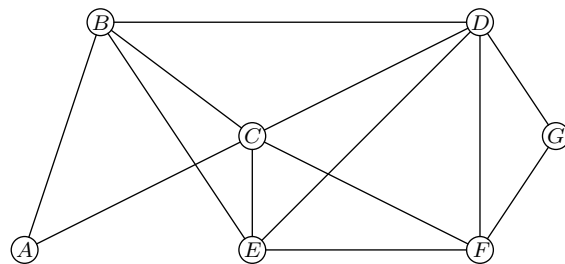
E.6196 🗝️ 📁 📌 Lors d'une campagne électorale, un homme politique doit effectuer une tournée dans les huit villes notées de A_1 à A_8 , en utilisant le réseau autoroutier. Le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous, représente les différentes villes de la tournée et les tronçons d'autoroute reliant ces villes (une ville est représentée par un sommet, un tronçon d'autoroute par une arête) :



Donner l'expression de la matrice M d'adjacence du graphe $\mathcal{G}$.

E.6228 🗝️ 📁 📌 Dans le graphe ci-dessous, les sommets représentent différentes zones de résidence ou d'activités d'une municipalité. Une arête reliant deux de ces

sommets indique l'existence d'une voie d'accès principale entre deux lieux correspondants.



- Donner, sans justifier, le degré de chacun des sommets (la réponse pourra être présentée sous forme de tableau où les sommets seront mis dans l'ordre alphabétique).
- Donner la matrice M associée au graphe (les sommets seront mis dans l'ordre alphabétique).

E.6330 🗝️ 📁 📌

On considère un graphe $\mathcal{G}$ admettant la matrice M pour matrice d'adjacence.

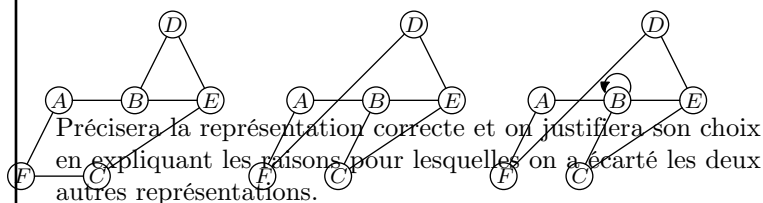
Parmi les représentations ci-dessous, une seule correspond au graphe $\mathcal{G}$.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a

b

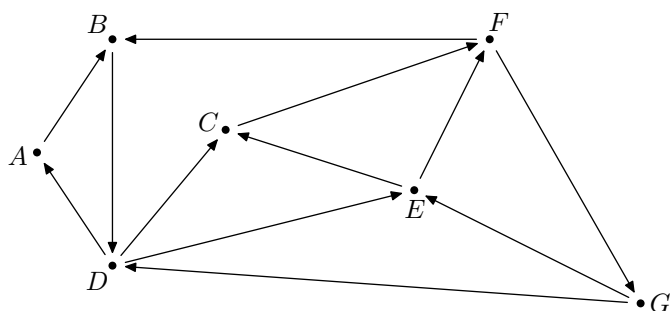
c



Préciser la représentation correcte et on justifiera son choix en expliquant les raisons pour lesquelles on a écarté les deux autres représentations.

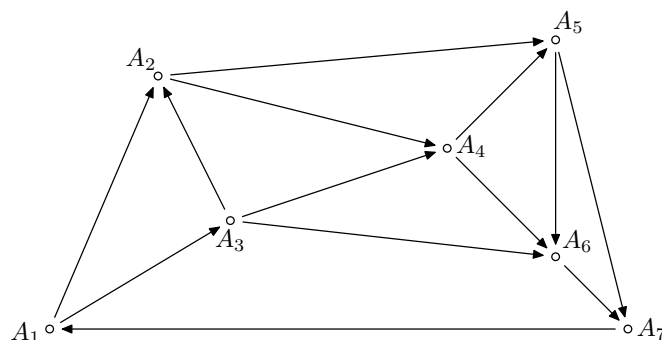
9. Matrice adjacente d'un graphe orienté

E.6230 🗝️ 📁 📌 Donner la matrice d'adjacence du graphe ci-dessous :



E.6170 🗝️ 📁 📌 Donner la matrice M

d'adjacence du graphe orienté donné ci-dessous :



10. Introduction aux opérations sur les matrices

E.6712 🗝️ 📁 📌

Indication : au cours de l'exercice, une matrice $M = (m_{ij})$ aura son coefficient m_{ij} qui exprimera le "prix du produit j chez le fournisseur i ."

Une entreprise recense le prix en euros des produits qu'elle utilise en lien avec ses différents fournisseurs. Il obtient le tableau à double entrée suivant :

	Produit 1	Produit 2	Produit 3
Fournisseur 1	3,50	2,80	1,75
Fournisseur 2	3,25	3	1,70

- 1 Écrire la matrice A reliée à ces prix..
- 2 Les fournisseurs décident d'une augmentation sur leurs produits dont les montants sont donnés dans le tableau ci-dessous :

	Produit 1	Produit 2	Produit 3
Fournisseur 1	0,50	0,20	0,25
Fournisseur 2	0,25	0	0,3

Écrire la matrice B correspondante à ces augmentations.

- 3 Écrire la matrice C correspond aux nouveaux prix de ces produits chez chacun des fournisseurs.

E.6153     Une entreprise se fournit en matière première dans deux pays différents.

On considère les deux tableaux suivants :

	Alu M1	Bois M2	Fer M3
Pays 1	25	14	12
Pays 2	23	11	11

Prix des matières premières

	Alu M1	Bois M2	Fer M3
Pays 1	3	2	1
Pays 2	2	3	1

Prix du transport

- 1
 - a Écrire la matrice $A=(a_{ij})_{ij}$ où le coefficient a_{ij} représente "le prix du matériau j dans le pays i ".
 - b Écrire la matrice $B=(b_{ij})_{ij}$ où le coefficient b_{ij} représente "le prix de transport du matériau j dans le pays i ".
 - c Écrire la matrice $C=(c_{ij})_{ij}$ où le coefficient c_{ij}

représente "le prix d'achat du matériau j dans le pays i ".

- 2 Pour entamer sa production, l'entreprise a besoin de 2 unités d'Aluminium, de 1 unité de bois et de 3 unités de Fer. On représente ces données dans la matrice $D=(d_{ij})$ donnée ci-dessous : $D = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

- a Donner une interprétation du nombre : $c_{11} \times d_{11} + c_{12} \times d_{21} + c_{13} \times d_{31}$
- b Déterminer le prix total de ses achats lorsque l'entreprise se fournit dans le pays 2?

E.6143     Trois triathlètes participent à une course. Les temps de parcours, exprimés en minutes de chacune des épreuves, sont donnés dans le tableau ci-dessous :

	Jacques 1 ^{er} athlète	Henry 2 ^e athlète	3 ^e Paul athlète
Course à pied (épreuve 1)	45	62	34
Natation (épreuve 2)	35	24	28
Cyclisme (épreuve 3)	92	95	104

On souhaite représenter les données de ce tableau à double entrée par une matrice $A=(a_{ij})$ où le coefficient a_{ij} est le temps de parcours, exprimé en minutes, de l'athlète i lors de l'épreuve j .

- 1
 - a Donner les valeurs des coefficients suivants : a_{13} ; a_{32}
 - b Écrire la matrice A .
- 2 On considère la matrice $B=(b_{ij})$ où le coefficient b_{ij} est la durée, exprimé en heure et arrondi au centième près, du temps de parcours effectué par l'athlète i lors de l'épreuve j .
 - a Écrire la matrice B
 - b Quel mécanisme simple permet de passer de la matrice A à la matrice B ?