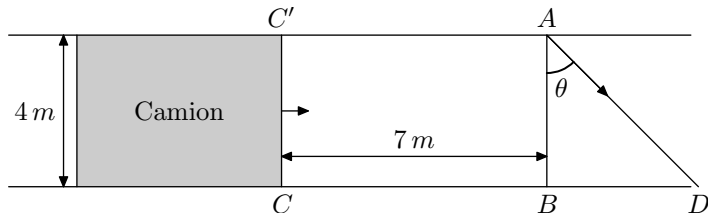


1. Trigonométrie

E.3163



Un lapin désire traverser une route de 4 mètres de largeur. Un camion, occupant toute la route, arrive à sa rencontre à la vitesse de 60 km/h . Le lapin décide au dernier moment de traverser, alors que le camion n'est plus qu'à 7 mètres de lui. Son démarrage est foudroyant et on suppose qu'il effectue la traversée en ligne droite au maximum de ses possibilités, c'est-à-dire à 30 km/h !



L'avant du camion est représenté par le segment $[CC']$ sur le schéma ci-dessous. Le lapin part du point A en direction de d .

Cette direction est repérée par l'angle $\theta = \widehat{BAD}$ avec :
 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ (en radians)

① Déterminer les distances AD et CD en fonction de θ et les temps t_1 et t_2 mis par le lapin et le camion pour parcourir respectivement les distances AD et CD .

② On pose : $f(\theta) = \frac{7}{2} + 2 \cdot \tan \theta - \frac{4}{\cos \theta}$.

Montrer que le lapin aura traversé la route avant le passage du camion si et seulement si $f(\theta) > 0$.

③ Conclure.

Rappel :

La fonction $x \mapsto \tan x$ est dérivable sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$ et a pour dérivée la fonction $x \mapsto \frac{1}{(\cos x)^2}$

2. Affirmations

E.3169



Dix affirmations, réparties en trois thèmes et numérotées de ① a à ③ d, sont proposées ci-dessous. Le candidat portera sur sa copie, en regard du numéro de l'affirmation, et avec le plus grand soin, la mention VRAI ou FAUX.

Chaque réponse convenable rapporte 0,4 point. Chaque réponse erronée enlève 0,1 point. Il n'est pas tenu compte de l'absence de réponse. Un éventuel total négatif est ramené à 0.

① Pour tout réel x , e^x désigne l'image de x par la fonction exponentielle.

Affirmation ① a	Pour tous les réels a et b : $(e^a)^b = e^{(a^b)}$
Affirmation ① b	Pour tous les réels a et b : $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$
Affirmation ① c	La droite d'équation $y = x + 1$ est la tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle en son point d'abscisse 1.

② Soit f une fonction numérique définie sur un intervalle ouvert I et soit a un élément de I .

Affirmation ② a	Si f est dérivable en a , alors f est continue en a
Affirmation ② b	Si f est continue en a , alors f dérivable en a
Affirmation ② c	Si f est dérivable en a , alors la fonction $h \mapsto \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ admet une limite finie en 0.

③ On considère deux suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$:

Affirmation ③ a	Si $\lim u_n = +\infty$ et si $\lim v_n = -\infty$ alors $\lim(u_n + v_n) = 0$
Affirmation ③ b	Si (u_n) converge vers un réel non nul et si $\lim v_n = +\infty$ alors la suite $(u_n \times v_n)$ ne converge pas.
Affirmation ③ c	Si (u_n) converge vers un réel non nul, si (v_n) est positive et si $\lim v_n = 0$, alors la suite $\left(\frac{u_n}{v_n}\right)$ ne converge pas.
Affirmation ③ d	Si (u_n) et (v_n) convergent alors la suite $\left(\frac{u_n}{v_n}\right)$ converge.

E.6352



Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des quatre propositions est exacte. Dans chaque cas, indiquer la bonne réponse sans justification.

- 1 Dans un repère de l'espace, on considère les trois points :

$$A(1; 2; 3) ; B(-1; 5; 4) ; C(-1; 0; 4).$$

La droite parallèle à la droite (AB) passant par le point C a pour représentation paramétrique :

a
$$\begin{cases} x = -2t - 1 \\ y = 3t \\ z = t + 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

b
$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 7t \\ z = 7t + 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

c
$$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 4 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

d
$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -3t \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

- 2 L'espace est muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ orthonormé.

La droite (D) est définie par la représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

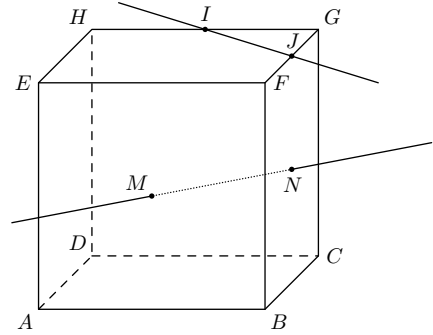
On note D' la droite qui passe par le point A de coordonnées $(3; 1; 1)$ et a pour vecteur directeur :

$$\vec{u} = 2 \cdot \vec{i} - \vec{j} + 2 \cdot \vec{k}.$$

Les droites D et D' sont :

- a parallèles b confondues
c non coplanaire d sécantes

- 3 La figure ci-dessous représente un cube $ABCDEFGH$. Les points I et J sont les milieux respectifs des arêtes $[GH]$ et $[FG]$. Les points M et N sont les centres respectifs des faces $ABFE$ et $BCGF$.



Les droites (IJ) et (MN) sont :

- a perpendiculaires b orthogonales
c sécantes, non perpendiculaires d parallèles
- 4 L'ensemble des nombres complexes z tel que $z' = \frac{z+1}{z-1}$ est un réel est :
- a l'ensemble des nombres réels dont la partie imaginaire est égale à la partie réelle;
b l'ensemble des imaginaires purs;
c l'ensemble des nombres réels privé du nombre 1;
d le nombre i

3. Exercices non-classés

E.6050



Pour chacune des quatre propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie.

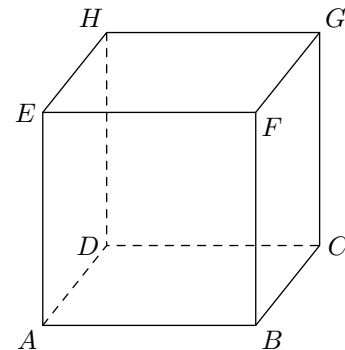
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

- 1 **Proposition 1 :** Dans le plan muni d'un repère orthonormé, l'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie l'égalité $|z-i| = |z+1|$ est une droite.

- 2 **Proposition 2 :** Le nombre complexe $(1+i\sqrt{3})^4$ est un nombre réel.

- 3 Soit $ABCDEFGH$ un cube.

Proposition 3 : Les droites (EC) et (BG) sont orthogonales.



- 4 L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. Soit le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne :

$$x + y + 3z + 4 = 0.$$

On note S le point de coordonnées $(1; -2; -2)$.

Proposition 4 : La droite (d) , qui passe par S et qui est perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$, a pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}.$$

E.8147



Antilles-Guyane septembre 2018 5 points