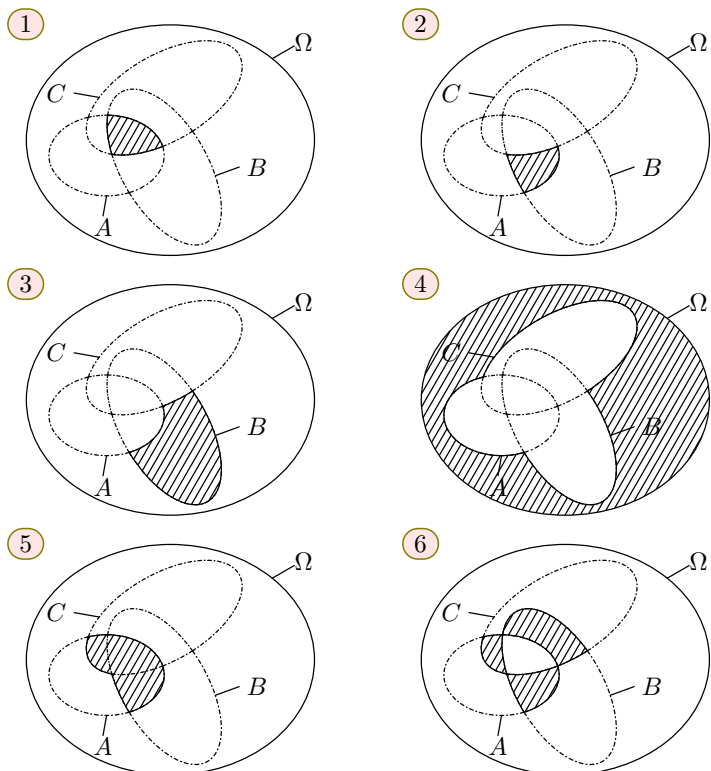


1. Notions sur les ensembles

E.7514 Dans un univers Ω , on considère les trois événements A , B et C représentés ci-dessous.

Pour chaque question, exprimer la partie hachurée à l'aide des événements A , B , C , des symboles de la réunion, de l'intersection et du complémentaire.

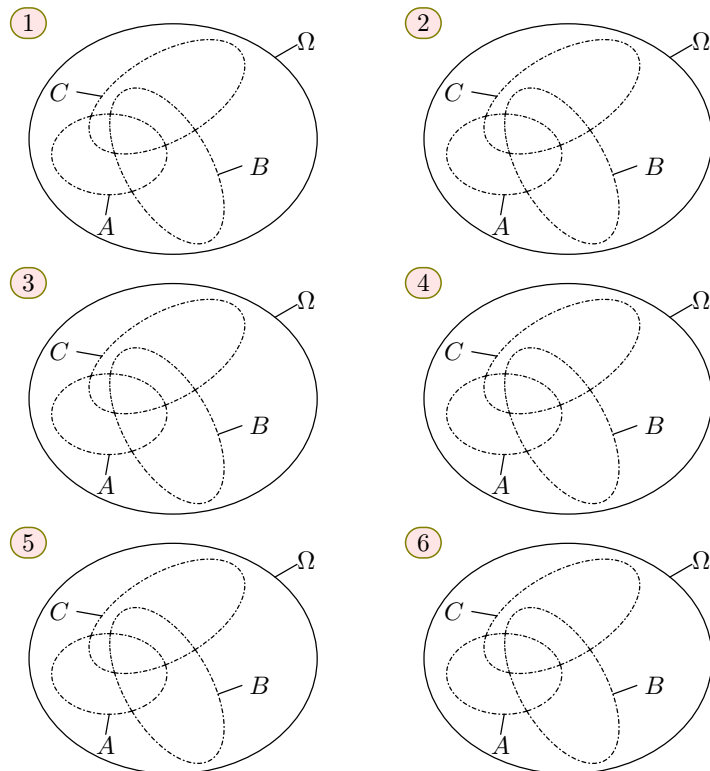


E.7515 Dans un univers Ω , on considère les trois événements A , B et C représentés ci-dessous.

Pour chaque question, on considère une partie de l'univers Ω nommé M :

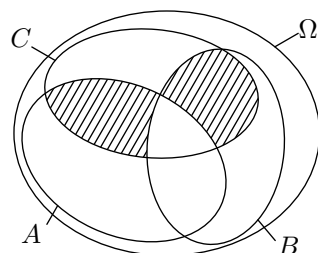
- 1 $M = A \cap C$
- 2 $M = C \cap (\overline{A \cap B \cap C})$
- 3 $M = \overline{A \cup B \cup C}$
- 4 $M = B \cap C \cap \bar{A}$
- 5 $M = (A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (B \cap C \cap \bar{A})$
- 6 $M = (A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (B \cap \bar{A} \cap \bar{C}) \cup (C \cap \bar{A} \cap \bar{B})$

Représenter chacun des ensembles M dans les représentations ci-dessous :



E.7575

Dans un univers Ω , on considère les trois événements A , B et C représentés ci-dessous :



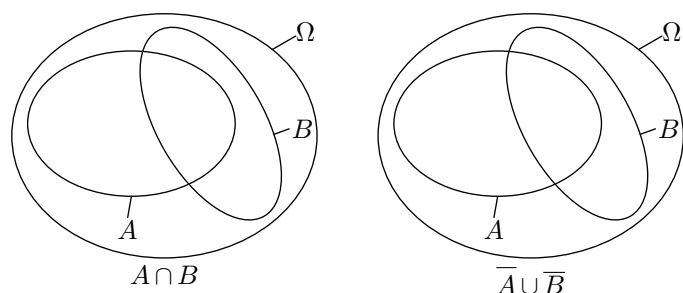
Quel ensemble désigne la partie hachurée représentée ci-dessus :

- 1 $(A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$
- 2 $(A \cap B \cap C) \cap (B \cup C)$
- 3 $(A \cup B \cup C) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$
- 4 $C \cap (\overline{B \cup C})$

E.7508 Dans un univers Ω , on considère les deux événements A et B .

- 1 Représenter dans les diagrammes ci-dessous les deux événements M et N définis par :

$$M = A \cap B \quad ; \quad N = A \cup B$$



- 2 On souhaite établir l'égalité des ensembles $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$:

- a Pour tout événement élémentaire ω , établir l'implication :

$$\omega \in \overline{A \cap B} \implies \omega \in \overline{A} \cup \overline{B}$$

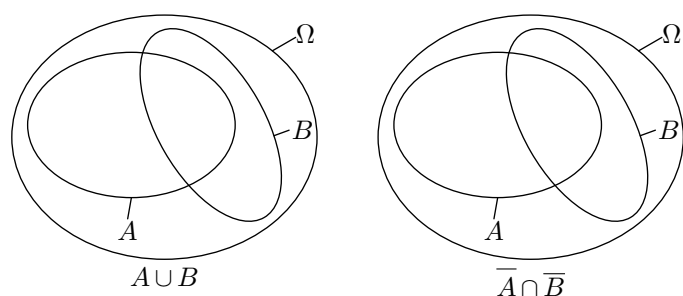
- b Pour tout événement élémentaire ω , établir l'implication :

$$\omega \in \overline{A} \cup \overline{B} \implies \omega \in \overline{A \cap B}$$

E.7516 Dans un univers Ω , on considère les deux événements A et B .

- 1 Représenter dans les diagrammes ci-dessous les deux événements M et N définis par :

$$M = A \cup B \quad ; \quad N = \overline{A \cap B}$$



- 2 On souhaite établir l'égalité des ensembles $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$:

- a Pour tout événement élémentaire ω , établir l'implication :

$$\omega \in \overline{A \cap B} \implies \omega \in \overline{A} \cup \overline{B}$$

- b Pour tout événement élémentaire ω , établir l'implication :

$$\omega \in \overline{A} \cup \overline{B} \implies \omega \in \overline{A \cap B}$$

2. Factorielle

E.8651 Résoudre dans $\mathbb{N}$, les équations suivantes :

- a $n! = 5040$ b $(n+1)! = 720$ c $n! = 72 \times (n-2)!$

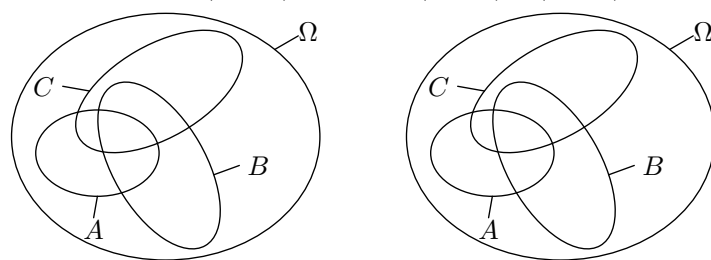
3. Factorielle et combinatoire

E.4103 On dispose de 26 cartes où sont écrites les 26 lettres de l'alphabet. On tire successivement et sans remise trois cartes de ce jeu.

E.7517 Dans un univers Ω , on considère les trois événements A , B et C .

- 1 Dans les diagrammes ci-dessous, représenter les deux événements M et N définis par :

$$M = A \cap (B \cup C) \quad ; \quad N = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$



- 2 On souhaite établir l'égalité des ensembles :

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

- a Pour tout événement élémentaire ω , établir l'implication :

$$\omega \in A \cap (B \cup C) \implies \omega \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

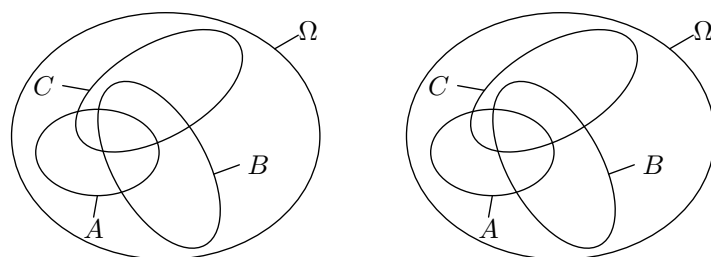
- b Pour tout événement élémentaire ω , établir l'implication :

$$\omega \in (A \cap B) \cup (A \cap C) \implies \omega \in A \cap (B \cup C)$$

E.10408 Dans un univers Ω , on considère les trois événements A , B et C .

- 1 Dans les diagrammes ci-dessous, représenter les deux événements M et N définis par :

$$M = A \cup (B \cap C) \quad ; \quad N = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$



- 2 On souhaite établir l'égalité des ensembles :

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

- a Pour tout événement élémentaire ω , établir l'implication :

$$\omega \in A \cup (B \cap C) \implies \omega \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

- b Pour tout événement élémentaire ω , établir l'implication :

$$\omega \in (A \cup B) \cap (A \cup C) \implies \omega \in A \cup (B \cap C)$$

E.8652 Déterminer la valeur des expressions suivantes :

a $\frac{9! \times 12!}{8! \times 11!}$ b $\frac{(15!)^2}{13! \times 14!}$

- 1 Combien de mots de trois lettres (ayant un sens ou non) peut être composés?

Justifier que ce nombre s'écrit : $\frac{26!}{23!}$

- 2 a Combien de mots commençant par la lettre B peuvent-ils être créés?
- b En déduire la probabilité de l'événement :
 A_1 : "Le mot commence par la lettre B ".
- 3 Déterminer la probabilité de l'événement :
 A_2 : "La seconde lettre du mot est la lettre B ".
- 4 Quelle est la probabilité de l'événement :
 C : "Le mot contient la lettre B ".

E.4165   On a représenté ci-dessous toutes les combinaisons de 3 chiffres parmi les cinq premiers entiers naturels non nuls.

$\{1; 2; 3\}$; $\{1; 2; 4\}$; $\{1; 2; 5\}$; $\{1; 3; 4\}$
 $\{1; 3; 5\}$; $\{1; 4; 5\}$; $\{2; 3; 4\}$; $\{2; 3; 5\}$
 $\{2; 4; 5\}$; $\{3; 4; 5\}$

Une urne contient six boules numérotées de 1 à 6. Un jeu consiste à tirer simultanément trois boules de cette urne. On suppose que chaque tirage est indépendant et que tous les tirages sont équiprobables.

- 1 a Écrire toutes les combinaisons possibles de deux nombres parmi les cinq premiers entiers naturels non nuls. Justifier que le nombre de ces combinaisons est égal à :

$$\frac{5!}{2! \cdot (5-2)!}$$
- b En déduire le nombre de combinaisons de trois nom-

bres parmi les six premiers entiers naturels non nuls.

- c Établir l'égalité suivante : $\frac{6!}{3! \cdot (6-3)!} = 20$
- 2 On suppose que les boules numérotées de 1 à 4 sont bleues et que les autres sont rouges.
- a En écrivant toutes les combinaisons de 2 nombres parmi les quatre premiers entiers naturels non nuls, établir que le nombre de ces combinaisons est égal à :

$$\frac{4!}{2! \cdot (4-2)!}$$
- b En déduire le nombre de combinaisons réalisant l'événement :
 E : "deux boules sont bleues et une seule est rouge"
- c Déterminer la probabilité de l'événement E .

E.7577   Une association est composée de 18 membres, 7 hommes et 11 femmes. Chaque année, le comité de gestion doit être élu. Il est composé d'un président et de deux vices présidents.

Les statuts de l'association stipulent :

- si le président est un homme, les deux vices présidents doivent être des femmes ;
- si le président est une femme, les deux vices présidents doivent être des hommes ;

Combien de comités de gestion différents peuvent être constitués avec les membres de l'association?

- a 154 b 385 c 616 d 1386

4. Combinaison

E.4181   Déterminer la valeur des expressions suivantes :

a $\binom{15}{13} + \binom{9}{6}$ b $\binom{15}{7} + \binom{15}{8} - \binom{16}{8}$

E.4182   Résoudre dans $\mathbb{N}$, l'équation : $\binom{8}{k} = 56$

E.7828   À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur des coefficients binomiaux suivants :

a $\binom{5}{3}$ a $\binom{12}{5}$ a $\binom{8}{6}$ a $\binom{7}{2}$

E.4172  

Rappels : si n et p sont deux nombres entiers naturels tels que $p \leq n$ alors : $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Démontrer que pour tout nombre entier naturel n et pour tout nombre entier naturel p tels que $1 \leq p \leq n$, on a :

$$\binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p}$$

5. Triangle de Pascal

E.131    Les trois parties de l'exercice sont indépendantes.

Les résultats demandés seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Dans cet exercice, on effectue selon différentes modalités, des tirages au hasard parmi les huit cartes que constituent les quatre dames et les quatre rois d'un jeu de cartes.

Préliminaire :

Écrire le triangle de Pascal donnant les nombres $\binom{n}{p}$ pour n

inférieur ou égal à 8.

1 **Première modalité :**

On tire simultanément au hasard trois cartes parmi les huit cartes.

- a Déterminer le nombre de tirages possibles.
- b Déterminer le nombre de tirages qui comprennent trois rois.
- c Déterminer la probabilité de réaliser un tirage de trois cartes de même niveau, c'est-à-dire trois rois et trois

dames.

- 2 **Deuxième modalité :** on pourra s'aider d'un arbre
- a Calculer la probabilité de l'événement R_1 "La première carte tirée est un roi"
- b Sachant que la première carte tirée est un roi, calculer la probabilité d'obtenir encore un roi pour la deuxième carte.
- c Déterminer la probabilité d'obtenir deux rois.
- d Quelle est la probabilité d'obtenir deux figures de même niveau, c'est-à-dire deux rois ou deux dames?
- e Quelle est la probabilité de ne pas obtenir deux figures de même niveau?

3 **Troisième modalité :**

On tire une carte que l'on remet dans le paquet de huit cartes avant d'effectuer le tirage suivant. Les tirages sont indépendants.

- a Calculer la probabilité d'obtenir un coeur quand on tire une carte parmi les huit choisies.
- b On effectue quatre tirages successifs.
- i Déterminer la probabilité p_1 d'obtenir quatre fois un coeur.
- ii Déterminer la probabilité p_2 d'obtenir exactement deux fois un coeur.
- c À l'aide de la calculatrice, donner le nombre de tirages nécessaires pour que la probabilité, de n'obtenir que des coeurs, soit inférieure à 10^{-6} .

E.129   On considère un ensemble X à 5 éléments. On représente l'ensemble X de la manière suivante :

$$X = \{a; b; c; d; e\}$$

6. Probabilité combinatoire

E.4254    Une urne contient cinq boules indiscernables au toucher : deux vertes et trois rouges.

On extrait simultanément et au hasard deux boules de l'urne.

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire égale au nombre de boules vertes figurant dans le tirage.

- 1 Vérifier que $\mathcal{P}(\mathcal{X}=0) = \frac{3}{10}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
- 2 Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
- 3 Calculer la probabilité de l'événement suivant :
 A : "les deux boules tirées sont de même couleur"

E.4259    Une urne contient 4 boules noires et 3 boules rouges indiscernables au toucher.

On tire deux boules au hasard simultanément.

- 1 On considère l'événement :
 A : "les deux boules tirées sont de la même couleur".

On notera $\binom{n}{m}$ le nombre de sous-parties à m éléments d'un ensemble à n éléments.

- 1 a Représenter toutes les parties de X contenant 2 éléments tels que l'élément a n'en fasse pas partie.
- b Justifier que le nombre de parties à 2 éléments de X sachant que a n'en fait pas partie vaut $\binom{4}{2}$.
- 2 a Représenter toutes les parties de X contenant 2 éléments tels que a appartienne à ces sous-parties.
- b Justifier que le nombre de parties à 2 éléments sachant que a en fasse partie vaut $\binom{4}{1}$.
- 3 En déduire que : $\binom{4}{1} + \binom{4}{2} = \binom{5}{2}$
- 4 Justifier que pour tout entier naturel m et n tels que $m < n$, on a la relation :
- $$\binom{n-1}{m-1} + \binom{n-1}{m} = \binom{n}{m}$$

E.5385



- 1 Reconstruire le triangle de Pascal jusqu'à $n=7$.
- 2 À l'aide du tableau de la question 1, donner les valeurs des coefficients binomiaux suivant :
- a $\binom{5}{3}$ a $\binom{4}{0}$ a $\binom{4}{2}$ a $\binom{7}{5}$
- 3 À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur des coefficients binomiaux suivants :

a $\binom{5}{3}$ a $\binom{12}{5}$ a $\binom{8}{6}$ a $\binom{7}{2}$

Déterminer la probabilité de l'événement A .

- 2 On considère l'événement :
 A : "une seule des deux boules tirées est rouge".

Déterminer la probabilité de l'événement B .

E.4263    Pour chacune des questions suivantes, une ou deux des réponses proposées sont correctes. Aucune justification n'est attendue :

- 1 On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. La probabilité de n'obtenir ni un as, ni un pique, est égale à :
- a $\frac{5}{8}$ b $\frac{21}{32}$ c $\frac{11}{32}$ d $\frac{3}{8}$
- 2 On tire au hasard et simultanément deux cartes d'un jeu de 32 cartes. La probabilité de n'obtenir ni un as, ni un pique, est égale à :

a $\frac{105}{248}$ b $\frac{\binom{21}{2}}{\binom{32}{2}}$ c $\frac{21^2}{32^2}$ d $\frac{5^2}{8^2}$

7. Anciennes annales du baccalauréat (avant 2012)

E.3119



Un meuble est composé de 10 tiroirs $T_1, T_2, \dots, T_{10}$.

Une personne place au hasard une boule dans des tiroirs et une autre est chargée de *trouver le tiroir contenant la boule* à l'aide de la stratégie suivante :

La personne ouvre le tiroir T_1 . Si la boule est dans le tiroir T_1 , la recherche est achevée, sinon la personne ouvre le tiroir T_2 , et ainsi de suite... en respectant l'ordre des numéros de tiroirs.

On remarquera qu'avec cette stratégie, le tiroir T_{10} n'est jamais ouvert.

Pour i entier compris entre 1 et 10 ($1 \leq i \leq 10$), on appelle B_i l'événement "*la boule se trouve dans le tiroir T_i* ".

On note X la variable aléatoire égale au nombre de tiroirs qui ont été ouverts afin de localiser la boule avec cette stratégie.

- 1 Donner l'ensemble des valeurs possibles de X .
- 2
 - a Montrer que, pour i entier compris entre 1 et 8 ($1 \leq i \leq 8$), l'événement $[X=i]$ est l'événement B_i .
 - b Justifier que l'événement $[X=9]$ est la réunion des événements B_9 et B_{10} .
 - c Déterminer la loi de probabilité de X .
 - d Calculer l'espérance mathématique de X .

E.3174



Pour chacune des 3 questions, une seule des trois propositions est exacte.

Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse inexacte enlève 0,5 point ; l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.

Une urne contient 10 bulletins indiscernables au toucher de 3 sortes :

- 4 sont marqués "*oui*";
- 3 sont marqués "*non*";
- 3 sont marqués "*blanc*".

Lors d'un premier jeu, le joueur commence par miser 30 centimes d'euro. Il tire ensuite un bulletin de l'urne et l'y remet après l'avoir lu. Si le bulletin tiré est marqué "*oui*", le joueur reçoit 60 centimes d'euro, s'il est marqué "*non*", il ne reçoit rien. Si le bulletin tiré est marqué "*blanc*", il reçoit 20 centimes d'euro.

Question 1

Le jeu est :

- ☐ a favorable au joueur ☐ b défavorable au joueur
☐ c équitable

- **Question 2** Le joueur joue 4 parties indépendamment les unes des autres. La probabilité qu'il tire au moins une fois un bulletin marqué "*oui*" est égale à :

- ☐ a $\frac{216}{625}$ ☐ b $\frac{544}{625}$ ☐ c $\frac{2}{5}$

- Lors d'un second jeu, le joueur tire simultanément deux bulletins de l'urne.

Question 3 La probabilité qu'il obtienne un tirage de deux bulletins de sortes différentes est égale à :

- ☐ a $\frac{4}{15}$ ☐ b $\frac{11}{30}$ ☐ c $\frac{11}{15}$

E.3137    Une urne contient 4 boules blanches et 2 boules noires indiscernables au toucher.

1 On effectue trois tirages successifs au hasard d'une boule selon la procédure suivante: après chaque tirage si la boule tirée est blanche, on la remet dans l'urne et si elle est noire, on ne la remet pas dans l'urne. On désigne par $\mathcal{X}$ la variable aléatoire égale au nombre de boules noires obtenues à l'issue des trois tirages. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.

a Quelles sont les valeurs prises par $\mathcal{X}$?

b Calculer $P(\mathcal{X}=0)$.

c On se propose de déterminer maintenant $P(\mathcal{X}=1)$.
 • Montrer que la probabilité que la seule boule noire tirée soit obtenue au second tirage est égale à $\frac{8}{45}$.
 • En remarquant que la seule boule noire peut être tirée soit au premier, soit au deuxième, soit au troisième tirage, calculer $P(\mathcal{X}=1)$

2 On reprend l'urne dans sa composition initiale: 4 boules blanches et 2 boules noires indiscernables au toucher. Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 3.

On effectue maintenant n tirages successifs au hasard d'une boule dans l'urne selon la même procédure: après chaque tirage, si la boule tirée est blanche, on la remet dans l'urne et si elle est noire, on ne la remet pas dans l'urne.

Soit k un entier compris entre 1 et n .

Soit N l'événement: "la k -ième boule tirée est noire et toutes les autres sont blanches".

Soit A l'événement: "on obtient une boule blanche dans chacun des $k-1$ premiers tirages et une boule noire au k -ième".

Soit B l'événement: "on obtient une boule blanche dans chacun des $(n-k)$ derniers tirages".

Calculer $P(A)$, $P_A(B)$ et $P(N)$.

E.3230    On note $p_A(B)$ la probabilité conditionnelle de l'événement B sachant que l'événement A est réalisé.

Une urne contient 4 boules rouges et 2 boules noires indiscernables au toucher.

1 On effectue au hasard un tirage sans remise de deux boules de l'urne.

On note A_0 l'événement: "on n'a obtenu aucune boule noire"

On note A_1 l'événement: "on a obtenu une seule boule noire";

On note A_2 l'événement: "on a obtenu deux boules noires"

Calculer les probabilités A_0 , A_1 et A_2 .

2 Après ce premier tirage, il reste donc 4 boules dans l'urne.

On effectue à nouveau au hasard un tirage sans remise de deux boules de l'urne.

On note B_0 l'événement: "on n'a obtenu aucune boule noire au tirage $n^o 2$ "

On note B_1 l'événement: "on a obtenu une seule boule noire au tirage $n^o 2$ "

On note B_2 l'événement: "on a obtenu deux boules noires au tirage $n^o 2$ "

a Calculer $p_{A_0}(B_0)$, $p_{A_1}(B_0)$ et $p_{A_2}(B_0)$.

b En déduire $p(B_0)$.

c Calculer $p(B_1)$ et $p(B_2)$.

d On a obtenu une seule boule noire lors de ce second tirage; Quelle est la probabilité d'avoir obtenu une seule boule noire lors du premier?

3 On considère l'événement R : "il a fallu exactement les deux tirages pour que les deux boules noires soient extraites de l'urne".

Montrer que: $p(R) = \frac{1}{3}$.

E.4162



Des robots se trouvent au centre de gravité O d'un triangle de sommets S, I, X .

Chacun se déplace en trois étapes successives de la manière suivantes :

- À chaque étape, il passe par l'un des trois sommets S, I et X puis il rejoint le point O ;
- les robots sont programmés de telle sorte que, lors d'une étape, la probabilité de passer par le sommet S est égale à celle de passer par le sommet X et la probabilité de passer par le sommet S est le double de celle de passer par le sommet I ;
- les différentes étapes sont indépendantes les unes des autres ;
- on ne tient pas compte des passages par O .

Partie A - Un seul robot

Un seul robot se trouve au point O .

- 1 Démontrer qu'à chaque étape, la probabilité que le robot passe par le sommet I est égale à $\frac{1}{5}$.
- 2 On note E l'évènement : "au cours des trois étapes, le robot passe successivement par les 3 sommets S, I et X dans cet ordre".
Démontrer que la probabilité de E est égale à $\frac{4}{125}$.
- 3 On note F l'évènement : "au cours des trois étapes, le robot passe exactement par les 3 sommets S, I et X dans un ordre quelconque".
Déterminer la probabilité de F .

Partie B - Plusieurs robots

Des robots se trouvent au point O , leurs déplacements étant indépendants les uns des autres.

Quel nombre minimal n de robots doit-il avoir pour que la probabilité de l'évènement : "au moins l'un des robots passe successivement par les sommets S, I et X dans cet ordre" soit supérieure ou égale à 0,99?

E.3191



On lance un dé tétraédrique dont les quatre faces portent les nombres 1, 2, 3 et 4. On lit le nombre sur la face cachée.

Pour $k \in \{1; 2; 3; 4\}$, on note p_i la probabilité d'obtenir le nombre k sur la face cachée.

Le dé est déséquilibré de telle sorte que les nombres p_1, p_2, p_3 et p_4 dans cet ordre, forment une progression arithmétique :

- 1 Sachant que $p_4 = 0,4$ démontrer que :
 $p_1 = 0,1$; $p_2 = 0,2$; $p_3 = 0,3$
- 2 On lance le dé trois fois de suite. On suppose que les lancers sont deux à deux indépendants.
 - a Quelle est la probabilité d'obtenir dans l'ordre les nombres 1, 2, 4?
 - b Quelle est la probabilité d'obtenir trois nombres distincts rangés dans l'ordre croissant?
- 3 On lance 10 fois de suite le dé. On suppose les lancers deux à deux indépendants. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui décompte le nombre de fois où le chiffre 4 est obtenu.
 - a Pour $1 \leq i \leq 10$, exprimer en fonction de i la probabilité

de l'évènement $[\mathcal{X} = i]$.

- b Calculer l'espérance mathématique de $\mathcal{X}$. Interpréter le résultat obtenu.
 - c Calculer la probabilité de l'évènement $[\mathcal{X} \geq 1]$. On donnera une valeur arrondie au millièmes.
- 4 Soit n un entier naturel non nul. On lance n fois le dé, les lancers étant encore supposés indépendants deux à deux.
- On note U_n la probabilité d'obtenir pour la première fois le nombre 4 au n -ième lancer.
- a Montrer que (U_n) est une suite géométrique et qu'elle est convergente.
 - b Calculer $S_n = \sum_{i=1}^n U_i$ puis étudier la convergence de la suite (S_n) .
 - c Déterminer le plus petit entier n tel que $S_n > 0,999$.

E.4198



On observe sur une longue période le nombre d'accidents de scooters à un carrefour. Il est alors possible de proposer la modélisation suivante : pour n scooters franchissant le carrefour durant une année (n étant un grand nombre inconnu), on admet que la variable aléatoire $\mathcal{S}_n$ qui totalise le nombre d'accidents de scooters à ce carrefour durant cette année suit une loi binomiale ; on estime que l'espérance mathématique de $\mathcal{S}_n$ notée $E(\mathcal{S}_n)$ est égale à 10.

Soit p la probabilité pour qu'un scooter d'être accidenté à ce carrefour pendant l'année considérée.

- 1 Calculer p , puis justifier l'égalité :

$$\mathcal{P}(\mathcal{S}_n = k) = \binom{n}{k} \cdot \left(\frac{10}{n}\right)^k \cdot \left(1 - \frac{10}{n}\right)^{n-k}$$
 où k est un entier naturel tel que $0 \leq k \leq n$.
- 2 a Établir l'égalité :

$$\ln [\mathcal{P}(\mathcal{S}_n = 0)] = -10 \times \frac{\ln \left(1 - \frac{10}{n}\right)}{\frac{10}{n}}$$
 où $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.
 En déduire que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{P}(\mathcal{S}_n = 0) = e^{-10}$.
- b Démontrer que :

$$\mathcal{P}(\mathcal{S}_n = k+1) = \mathcal{P}(\mathcal{S}_n = k) \times \frac{n-k}{n-10} \times \frac{10}{k+1}$$
 où k est un entier naturel tel que $0 \leq k \leq n-1$.
- c Démontrer que si :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{P}(\mathcal{S}_n = k) = e^{-10} \cdot \frac{10^k}{k!} \quad \text{pour } 0 \leq k \leq n,$$
 alors on a également :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{P}(\mathcal{S}_n = k+1) = e^{-10} \cdot \frac{10^{k+1}}{(k+1)!}$$
 pour $0 \leq k+1 \leq n$.
- d Démontrer en utilisant un raisonnement par récurrence sur l'entier naturel k que :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{P}(\mathcal{S}_n = k) = e^{-10} \cdot \frac{10^k}{k!}$$
 où k est un entier naturel tel que $0 \leq k \leq n$.
- 3 On suppose que le nombre n est suffisamment grand pour que l'on puisse admettre que $e^{-10} \cdot \frac{10^k}{k!}$ est une approximation acceptable de $\mathcal{P}(\mathcal{S}_n = k)$. Utiliser cette approximation pour calculer à 10^{-4} près la probabilité qu'au cours de cette année, il y ait au moins trois accidents de scooters à ce carrefour.

8. *Exercices non-classés*

E.10638



Déterminer les deux entiers naturels a et b tels que :

$$\frac{n}{(n+1)!} = \frac{a}{n!} - \frac{b}{(n+1)!}$$