

1. Rappels

E.5269   À l'aide des formules du cos et du sin des angles associés, exprimer en fonction de $\cos x$ ou de $\sin x$ les nombres suivants :

- a $\sin(3\pi+x)$ b $\cos\left(\frac{5\pi}{2}-x\right)$
 c $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$ d $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$
 e $\sin(\pi-x) + \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$
 f $3 \cdot \sin(\pi+x) - 2 \cdot \sin(\pi-x) + 4 \cdot \sin(x-\pi)$

E.5267   Simplifier l'argument de chacune des expressions suivantes :

- a $\tan(x+\pi)$ b $\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ c $\cos(x-\pi)$
 d $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$ e $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ f $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

E.5268  

- 1 Montrer que : $\cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{5\pi}{6} = 0$
 2 Simplifier au maximum le nombre suivant. (on exprimera le résultat à l'aide de $\cos \frac{\pi}{7}$ et $\sin \frac{\pi}{7}$).

$$2 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{7}\right) + 3 \cdot \cos \frac{8\pi}{7} - 2 \cdot \sin \frac{6\pi}{7} + \sin\left(-\frac{\pi}{7}\right)$$

E.5273  

- 1 En remarquant que : $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$

Déterminer les valeurs de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

- 2 Déterminer les valeurs de : $\cos \frac{7\pi}{12}$; $\sin \frac{7\pi}{12}$

E.5274   Montrer la relation suivante :

$$\sin(a+b) \cdot \cos(a-b) = \sin a \cdot \cos a + \cos b \cdot \sin b$$

E.5275   Déterminer une simplification des expressions suivantes :

- 1 $\cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x$
 2 $\sin 3x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \cos 3x$

E.5272  

- 1 Dans chacune des cas, tracer un cercle trigonométrique et représenter chacun des ensembles suivants :

- a $\left\{ \cos x \mid x \in \left[\frac{\pi}{6} ; \frac{2\pi}{3} \right] \right\}$
 b $\left\{ \sin x \mid x \in \left[\frac{2\pi}{3} ; \frac{7\pi}{3} \right] \right\}$

- 2 À l'aide d'un cercle trigonométrique, donner sans justification l'ensemble des solutions des inéquations suivantes dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$:

- a $\sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ b $\cos x \geq -\frac{1}{2}$ c $\cos x < 0$

E.3345   Résoudre, dans $]-\pi ; \pi]$, les équations ci-dessous :

- a $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ b $\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$
 c $\cos(2x) = \cos \frac{\pi}{4}$ d $\cos x = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

E.5270  

- 1 Résoudre dans l'ensemble $]-\pi ; \pi]$ des mesures principales, les équations suivantes :

- a $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b $\sin x = -\frac{1}{2}$
 c $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ d $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

- 2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- a $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b $\tan x = -1$

E.5271   Résoudre, dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$ les équations suivantes :

- a $2 \cos 2x = 1$ b $\sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 c $\cos 2x = \cos x$ d $\sin 3x = \cos x$

E.5276  

- 1 Simplifier l'expression suivante :

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

- 2 Établir l'égalité suivante :

$$\frac{\sin 5x}{\sin 2x} + \frac{\sin 2x}{\sin x} = \frac{(\sin 3x)^2}{\sin(2x) \cdot \sin(x)}$$

- 3 Résoudre, dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$ l'équation suivante :

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(2x) + \frac{1}{2} \sin(2x) = \cos \frac{\pi}{7}$$

2. Propriétés des fonctions sinus et cosinus

E.2556  

- 1 En choisissant un encadrement adéquat, montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers 0 :

$$u_n = \frac{(-1)^n}{3n+1}$$

- 2 En choisissant un encadrement adéquat, montrer que la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ; préciser sa limite :

$$u_n = \frac{2n^2 + \cos n}{3n^2 + 5}$$

E.2568

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ une suite définie par :

$$u_n = \frac{\cos n - 2n}{\sqrt{n}}$$

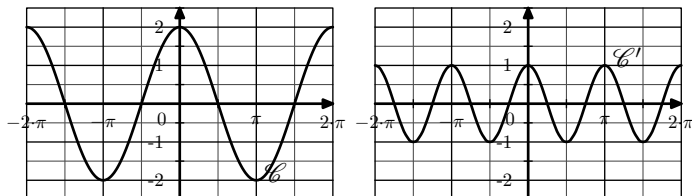
Déterminer la limite de la suite (u_n) .

E.3302

On considère les deux fonctions suivantes f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2 \cdot \cos(x) \quad ; \quad g(x) = \cos(2 \cdot x)$$

Associer à chacune de ces fonctions sa courbe représentative représentée ci-dessous :



E.5040

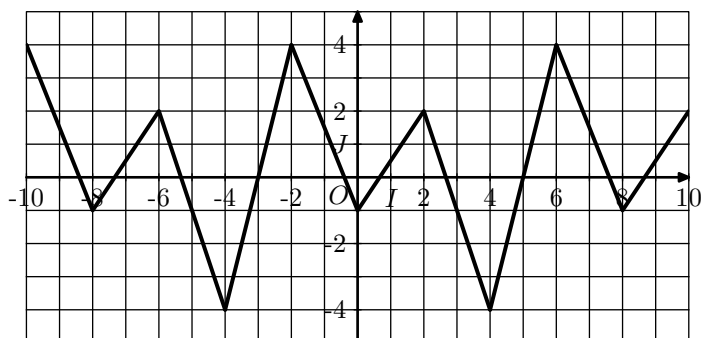
Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite non constante de réels. Pour tout entier n , on pose : $u_n = \sin(a_n)$.

Indiquer si la proposition suivante est vraie ou fausse et proposer une justification de la réponse choisie :

Proposition : "On peut choisir la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\frac{\sqrt{2}}{2}$,"

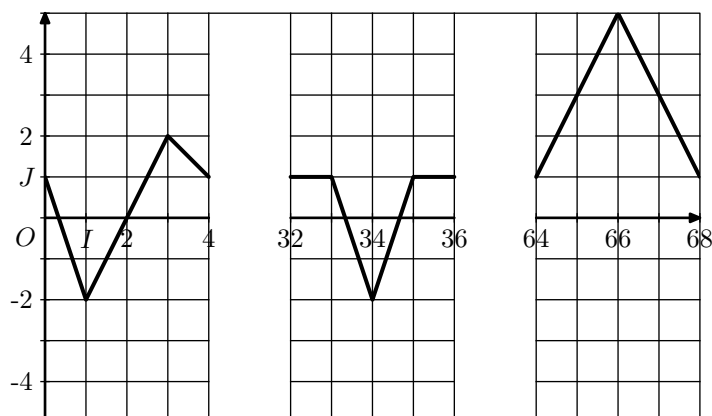
3. Périodicité et parité

E.2920

Dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé, on représente ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$:La fonction f est périodique de période T .

- 1 a Donner les coordonnées d'un vecteur définissant une translation par laquelle la courbe $\mathcal{C}_f$ est invariante.
- b Déterminer la valeur de T .
- 2 Donner l'image, par la fonction f , des nombres suivants :
 - a 14
 - b -16
 - c 56
 - e 58

E.2922

On considère la fonction f périodique de période 12. Ci-dessous sont données quelques parties de la courbe $\mathcal{C}$ représentative de la fonction f :

- 1 Reconstruire le tracé de $\mathcal{C}_f$ sur l'intervalle $[0; 12]$.
- 2 Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[38; 50]$.

E.2921

Pour chaque question, montrer que la fonction f admet T pour période :

- a $f(x) = \sin(6x - 3)$; $T = \frac{\pi}{3}$
- b $f(x) = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$; $T = \pi$
- c $f(x) = (\cos x)^2 - (\sin x)^2$; $T = \pi$
- d $f(x) = \left| \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \right|$; $T = \frac{\pi}{2}$

E.3346   On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = \cos x + [\cos(x)]^2$$

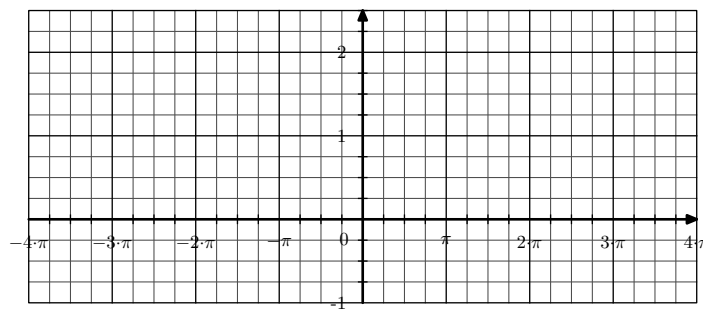
On appelle $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f .

- 1 Étudier la parité de la fonction f .
- 2 Étudier la périodicité de la fonction f .
- 3 a En étudiant les images des nombres suivantes :
 $0 ; \frac{\pi}{3} ; \frac{\pi}{2} ; \frac{2\pi}{3} ; \pi ; \frac{4\pi}{3} ; \frac{3\pi}{2} ; \frac{5\pi}{3}$
et en admettant les propriétés suivantes :
 - f est strictement décroissante sur $\left[0 ; \frac{2\pi}{3}\right]$;
 - f est strictement croissante sur $\left[\frac{2\pi}{3} ; \pi\right]$;

- $\mathcal{C}_f$ admet les tangentes horizontales aux points d'abscisse :
 $0 ; \frac{2\pi}{3} ; \pi ; -\frac{4\pi}{3}$

Effectuer le tracé de la courbe $\mathcal{C}_f$ sur $[0 ; +\infty]$.

- b Prolonger ce tracé à l'ensemble du graphique.



4. Dérivée

E.5277   Déterminer l'expression des dérivées des fonctions suivantes :

- a $f: x \mapsto x^2 + \cos x$
- b $g: x \mapsto \sin(2x)$
- c $h: x \mapsto \cos x \cdot \sin x$
- d $j: x \mapsto (\sin x)^2$

E.2878   Déterminer l'expression des fonctions dérivées associées aux fonctions suivantes :

- a $f(x) = x^2 \cdot \cos x$
- b $g(x) = (3x^2 - 2) \cdot (\sin x)^2$
- c $h(x) = \frac{3}{2 \cdot \cos x}$
- d $j(x) = \frac{\cos x}{3x + \sin x}$

E.2907   Déterminer l'expression des fonctions dérivées des fonctions f, g, h définies ci-dessous :

- a $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$
- b $g(x) = (5x - 3)^3 \cdot \cos x$
- c $h(x) = \frac{\cos\left(5x + \frac{\pi}{3}\right)}{x^2}$

E.2879   Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

- a $f(x) = 2x \cdot \sin(3x+1)$
- b $g(x) = \frac{2 \cdot \cos(2x)}{3 - \sin(1-2x)}$

5. Nombres dérivés et limites

E.3532  

- 1 Déterminer l'expression des fonctions dérivées des fonctions suivantes :

- a $f(x) = (\cos x)^2$
- b $g(x) = \sin x + \cos x$
- c $h(x) = \tan(x^2+x)$
- d $j(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$

- 2 Déterminer les limites suivantes :

- a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x)^2 - 1}{x}$
- b $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{x + \frac{\pi}{4}}$
- c $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x^2+x)}{x}$
- d $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin x}$

E.3568   Considérons la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \sin x$$

- 1 Donner le nombre dérivé de la fonction g en 0.
- 2 En déduire la valeur de la limite : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

6. Etude de fonctions

E.3540  

- 1 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\cos x - 1}{x} & \text{pour } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

Montrer que la fonction f est continue en 0.

- 2 On considère la fonction g définie par la relation sur $\mathbb{R}$ par :
 $g(x) = E(x) \cdot \sin(\pi \cdot x)$

- a) Simplifier l'écriture de la fonction g sur chacun des intervalles suivants :
 $[-1; 0[$; $[0; 1[$; $[1; 2[$
- b) Justifier que la fonction g est continue en 0 et en 1.
- c) Émettre une conjecture sur l'ensemble de continuité de la fonction f ?
- d) Tracer la courbe représentative de cette fonction sur votre calculatrice.

E.3582   On considère les deux suites de nombres réels, $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définies par :

$$u_n = \sin \frac{1}{n^2} + \sin \frac{2}{n^2} + \cdots + \sin \frac{n}{n^2}$$

$$v_n = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2}$$

- 1) Démontrer que la suite v converge vers $\frac{1}{2}$.
- 2) a) Démontrer que chacune des trois fonctions numériques de la variable réelle :

$$x \mapsto x - \sin x \quad ; \quad x \mapsto -1 + \frac{x^2}{2} + \cos x$$

$$x \mapsto -x + \frac{x^3}{6} + \sin x$$

ne prend que des valeurs positives ou nulles sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

On pourra utiliser les variations de chacune de ces trois fonctions.

- b) Justifier que pour tout $n \geq 1$: $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 \leq n^4$.
 Déduire du a) l'inégalité :

$$v_n - \frac{1}{6} \times \frac{1}{n^2} \leq u_n \leq v_n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

- c) Démontrer que la suite u est convergente ; quelle est sa limite ?

E.3559   

- 1) On désigne par g la fonction numérique définie sur $[0; \pi]$ par :

$$g(x) = x \cdot \cos x - \sin x$$

Étudier g et dresser son tableau de variation.

En déduire le signe de $g(x)$ sur $[0; \pi]$.

- 2) Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $[0; \pi]$ par :

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(x) = \frac{\sin x}{x} \quad \text{pour } x \in]0; \pi] \end{cases}$$

On rappelle que : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Étudier les variations de f sur $]0; \pi]$.

- 3) Étude de f en 0.

- a) Prouver que, pour tout nombre réel $x \in [0; \pi]$:

$$0 \leq x - \sin x \leq \frac{x^3}{6}$$

(Pour cela, on introduira la fonction φ définie sur $[0; \pi]$ par :

$$\varphi(x) = \sin x - x + \frac{x^3}{6}$$

On calculera les dérivées φ' , φ'' et φ''' et on en déduira le signe de φ .)

- b) Prouver que f est dérivable en 0 et calculer $f'(0)$.

- 4) Construire la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (On prendra 3 cm pour unité).

E.3648    On désigne par g la fonction définie sur $] -1; 1[$ par :

$$g(0) = 0 \quad ; \quad g'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

où g' désigne la dérivée de la fonction g sur $] -1; 1[$; on ne cherchera pas à expliciter $g(x)$.

On considère la fonction composée h définie sur $] -\pi; 0[$ par :

$$h(x) = g(\cos x)$$

- 1) Démontrer que pour tout x de $] -\pi; 0[$, on a $h'(x) = 1$, où h' désigne la dérivée de h .

- 2) Calculer $h\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ puis donner l'expression de $h(x)$.

7. Etude de fonctions et théorème des valeurs intermédiaires

E.6822    Préciser si l'affirmation suivante est vraie ou fausse, en justifiant la réponse.

Affirmation

L'équation $x - \cos x = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

8. Primitive et intégrale

E.5312   Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \cos x + \sin x$

b) $g(x) = \sin(3x)$

c) $h(x) = \sin x \cdot \cos x$

d) $j(x) = 3x \cdot \cos(x^2)$

E.3932   Déterminer une primitive pour chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x}}$

b) $g(x) = e^{x+1} + 1$

c) $h(x) = 2 \cdot x \cdot e^{x^2+1}$

d) $j(x) = \cos x$

e) $k(x) = \sin(3x)$

f) $\ell(x) = (\sin x)^2$

E.5232   On considère les deux intégrales suivantes :

$$I = \int_0^\pi (\cos x)^2 dx \quad ; \quad J = \int_0^\pi (\sin x)^2 dx$$

- 1 Calculer : $I+J$; $I-J$.
- 2 En déduire les valeurs de I et de J .

E.5282    On considère la suite (x_n) définie pour tout entier naturel n non nul par :

$$x_n = \int_0^1 t^n \cdot \cos t \, dt$$

- 1
 - a Montrer que la suite (x_n) est à termes positifs.
 - b Étudier les variations de la suite (x_n) .
 - c Que peut-on en déduire quant à la convergence de la suite (x_n) ?
- 2
 - a Démontrer que, pour tout entier naturel n non nul :
$$x_n \leq \frac{1}{n+1}$$
 - b En déduire la limite de la suite (x_n) .

E.5208   Calculer l'intégrale : $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^2 dx$

E.5307    On considère la fonction f définie sur $[0; \pi]$ par :

$$f(x) = \cos 3x \cdot (\cos x)^3$$

Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ (on prendra 3 cm comme unité), on considère la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f .

- 1
 - a Montrer que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression :
$$f'(x) = -3 \cdot (\cos x)^2 \cdot \sin 4x$$
 - b Dresser le tableau de signes de la fonction f' .
 - c Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- 2
 - a Montrer que, quel que soit le réel x appartenant à $[0; \pi]$, on a :
$$f(x) = \frac{1}{8} \cdot \cos 6x + \frac{3}{8} \cdot \cos 4x + \frac{3}{8} \cdot \cos 2x + \frac{1}{8}$$
 (On utilisera entre autre la formule : $2 \cdot \cos x \cdot \cos y = \cos(x+y) + \cos(x-y)$)
 - b Calculer, en cm^2 , l'aire de l'ensemble E limité par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x=\frac{\pi}{6}$.

E.6820    Une usine produit de l'eau minérale en bouteilles.

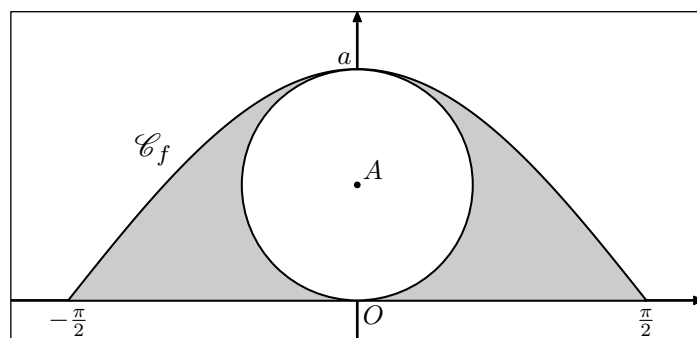
Le service commercial a adopté pour les étiquettes des

bouteilles la forme représentée ci-dessous dans un repère orthonormé du plan.

La forme de ces étiquettes est délimitée par l'axe des abscisses et la courbe $\mathcal{C}$ d'équation $y = a \cdot \cos x$ avec $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ et a un réel strictement positif.

Un disque situé à l'intérieur est destiné à recevoir les informations données aux acheteurs. On considère le disque de centre le point A de coordonnées $\left(0; \frac{a}{2}\right)$ et de rayon $\frac{a}{2}$. On admettra que ce disque se trouve entièrement en dessous de la courbe $\mathcal{C}$ pour des valeurs de a inférieurs à 1,4.

- 1 Justifier que l'aire du domaine compris entre l'axe des abscisses, les droites d'équation $x = -\frac{\pi}{2}$ et $x = \frac{\pi}{2}$, et la courbe $\mathcal{C}$ est égale à $2 \cdot a$ d'unité d'aire.
- 2 Pour des raisons esthétiques, on souhaite que l'aire du disque soit égale à l'aire de la surface grisée. Quelle valeur, arrondie au millièmme, faut-il donner au réel a pour respecter cette contrainte?

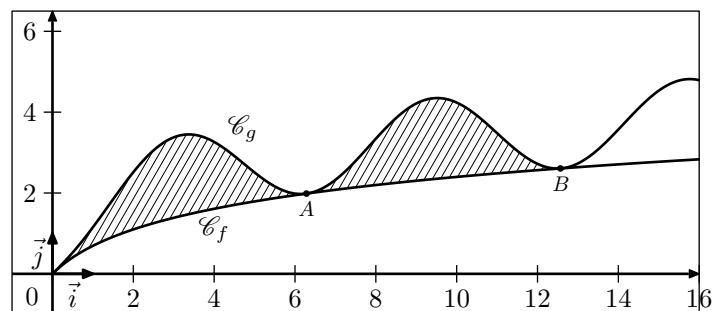


E.6821    On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0; 16]$ par :

$$f(x) = \ln(x+1) \quad ; \quad g(x) = \ln(x+1) + 1 - \cos(x)$$

Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g .

Ces courbes sont données ci-dessous :



Comparer les aires des deux surfaces hachurées sur ce graphique.

9. Annales

E.5283    Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par :

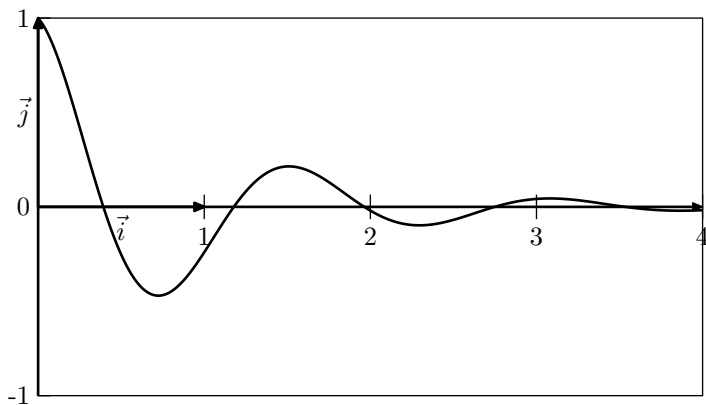
$$f(x) = e^{-x} \cdot \cos(4x)$$

et Γ sa courbe représentative tracée dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

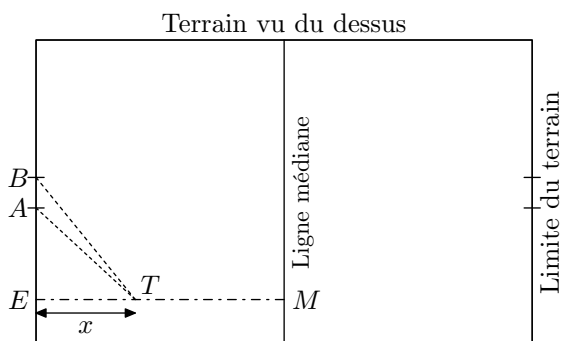
en fin d'exercice. Ce graphique sera complété au fur et à mesure de l'exercice.

On considère également la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = e^{-x}$ et on nomme $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1 a) Montrer que, pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$:
 $-e^{-x} \leq f(x) \leq e^{-x}$
- b) En déduire la limite de f en $+\infty$.
- 2 Déterminer les coordonnées des points communs aux courbes Γ et $\mathcal{C}$.
- 3 On définit la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = f\left(n \cdot \frac{\pi}{2}\right)$.
- a) Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique. En préciser la raison.
- b) En déduire le sens de variation de la suite (u_n) et étudier sa convergence.
- 4 a) Montrer que, pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$:
 $f'(x) = -e^{-x} \cdot [\cos(4x) + 4 \cdot \sin(4x)]$
- b) En déduire que les courbes Γ et $\mathcal{C}$ ont même tangente en chacun de leurs points communs.
- 5 Donner une valeur approchée à 10^{-1} près par excès du coefficient directeur de la droite $\mathcal{T}$ tangente à la courbe Γ au point d'abscisse $\frac{\pi}{2}$.
 Compléter le graphique donné en y traçant $\mathcal{T}$ et $\mathcal{C}$.



E.6823 Lors d'un match de rugby, un joueur doit transformer un essai qui a été marqué au point E (voir figure ci-contre) situé à l'extérieur du segment $[AB]$. La transformation consiste à taper le ballon par un coup de pied depuis un point T que le joueur a le droit de choisir n'importe où sur le segment $[EM]$ perpendiculaire à la droite (AB) sauf en E . La transformation est réussie si le ballon passe entre les poteaux repérés par les points A et B sur la figure.



Pour maximiser ses chances de réussite, le joueur tente de déterminer la position du point T qui rend l'angle $\widehat{ATB}$ le plus grand possible.

Le but de cet exercice est donc de rechercher s'il existe une position du point T sur le segment $[EM]$ pour laquelle l'angle $\widehat{ATB}$ est maximum et, si c'est le cas, de déterminer une valeur approchée de cet angle.

Dans toute la suite, on note x la longueur ET , qu'on cherche à déterminer.

Les dimensions du terrain sont les suivantes :

$$EM = 50 \text{ m} ; EA = 25 \text{ m} ; AB = 5,6 \text{ m}$$

On note α la mesure en radian de l'angle $\widehat{ETA}$, β la mesure en radian de l'angle $\widehat{ETB}$ et γ la mesure en radian de l'angle $\widehat{ATB}$.

- 1 En utilisant les triangles rectangles ETA et ETB ainsi que les longueurs fournies, exprimer $\tan \alpha$ et $\tan \beta$ en fonction de x .

La fonction tangente est définie sur l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}[$ par : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

- 2 Montrer que la fonction $\tan$ est strictement croissante sur l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}[$.

- 3 L'angle $\widehat{ATB}$ admet une mesure γ appartenant à l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}[$, résultat admis ici que l'on peut observer sur la figure.

On admet que pour tous réels a et b de l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}[$:

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \times \tan b}$$

Montrer que : $\tan \gamma = \frac{5,6 \cdot x}{x^2 + 765}$

- 4 L'angle $\widehat{ATB}$ est maximum lorsque sa mesure γ est maximale. Montrer que cela correspond à un maximum sur l'intervalle $]0; 50[$ de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{5,6 \cdot x}{x^2 + 765}$$

Montrer qu'il existe une unique valeur de x pour laquelle l'angle $\widehat{ATB}$ est maximum et déterminer cette valeur de x au mètre près ainsi qu'une mesure de l'angle $\widehat{ATB}$ à 0,01 radian près.

10. Equations

- $$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

- ☐ a $\sin x = \frac{1}{2}$
☐ b $\cos x = \frac{1}{2}$
☒ c $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

- $$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

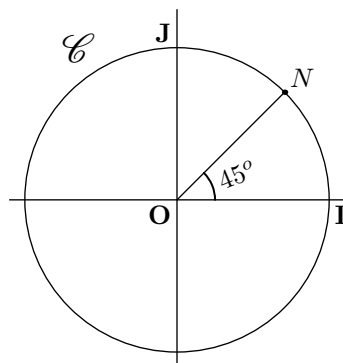
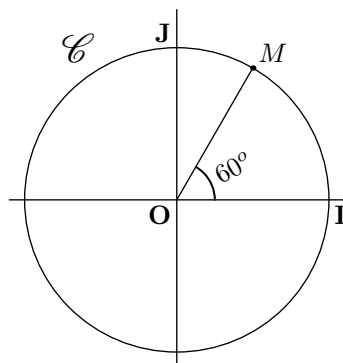
- a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

- a) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\sin x = -\frac{1}{2}$

- c** $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **d** $\cos x = -\frac{1}{2}$

- a** $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$



- a** $\cos x = \frac{1}{2}$ **b** $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **c** $\sin x = -\frac{1}{2}$

- a** $\sin x = \frac{1}{2}$ **b** $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **c** $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

- ④ Que peut-on dire de l'ensemble des solutions de chacune des équations précédentes, si on cherche la mesure des angles dans l'ensemble $\mathbb{R}$?

- $$\left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{13 \cdot \pi}{6}; \frac{25 \cdot \pi}{6}; \frac{37 \cdot \pi}{6} \right\}$$

2 On considère l'équation : $(F): \cos(2 \cdot x) = \frac{1}{2}$

- a) Justifier que chaque élément de l'ensemble $\left\{-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right\}$ est une solution de l'équation (F).

- b) Pour tout entier relatif k ($k \in \mathbb{Z}$), justifier que les nombres $-\frac{\pi}{6} + k \cdot \pi$ et $\frac{\pi}{6} + k \cdot \pi$ sont solutions de l'équation (F).

- c) En déduire les valeurs des quatre solutions de

a $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **b** $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

a $\cos(2 \cdot x) = \frac{1}{2}$ **b** $\sin(2 \cdot x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

a $\sin(2 \cdot x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **b** $\cos\left(3 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$