



1. *Rappels sur les puissances*

E.11261 Effectuer les calculs suivants :

- (a) $5 - 2 \times 6^2$ (b) $2 \times (30 - 5^2)$ (c) $4 + (18 - 12)^2$

E.11262

Proposition :

- pour multiplier deux puissances d'un même nombre, on additionne les exposants.

$$\text{Exemple : } 8^2 \times 8^3 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^5$$

- pour diviser deux puissances d'un même nombre, on additionne les exposants.

$$\text{Exemple : } \frac{7^5}{7^3} = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} = 7^2$$

Simplifier les expressions suivantes :

- (a) $3^5 \times 3^8$ (b) $\frac{7^{10}}{7^6}$ (c) $6^8 \times 6^4$ (f) $\frac{6^7}{6^4}$

E.11263 Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- (a) $3^2 \times 3^4$ (b) $5^8 \times 5^7$ (c) 3×3^4
(d) $\frac{3^5}{3^2}$ (e) $\frac{8^3}{8^2}$ (f) $\frac{7^{12}}{7^5}$

E.11270

Définition : Pour tout nombre a non-nul ($a \neq 0$) et pour tout entier n positif, on note : $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

• $a^0 = 1$; $a^1 = a$

Exemples :

$$\frac{5^3}{5^7} = \frac{1}{5^4} = 5^{-4} ; 7^{-2} \times 7^6 = \frac{1}{7^2} \times 7^6 = \frac{7^6}{7^2} = 7^{6-2} = 7^4$$

2. *Division euclidienne*

E.11333 Effectuer les divisions euclidiennes suivantes :

- (a) 132 par 8 (b) 213 par 6

Remarque : on écrira les résultats sous la forme :

$$\text{Dividende} = \text{Quotient} \times \text{Diviseur} + \text{Reste}$$

Compléter les calculs suivants :

(a) $\frac{5^4}{5^7} = 5^{\dots} = \frac{1}{5^{\dots}}$ (b) $7^4 \times 7^{-10} = 7^{\dots} = \frac{1}{7^{\dots}}$

(c) $\frac{3^{13}}{3^{20}} = 3^{\dots} = \frac{1}{3^{\dots}}$ (d) $8^{-5} \times 8^2 = 8^{\dots} = \frac{1}{8^{\dots}}$

E.11328 Simplifier les expressions suivantes :

- (a) $3^5 \times 3^3 \times 3^8$ (b) $\frac{7^{12}}{7^5}$
(c) $\frac{5^7 \times 5^4}{5^9}$ (d) $\frac{9^2 \times 9^3}{9^5 \times 9^{10}}$

E.11264 Simplifier l'écriture des expressions :

- (a) $\frac{10 \times 10^{-4}}{10^{-8}}$ (b) $\frac{10^5 \times 10^{-4}}{10^{-3}}$ (c) $\frac{10^{-12} \times 10^8}{10^4}$

E.11265 Simplifier l'écriture des expressions :

- (a) $\frac{10^3}{(10^{-2})^4}$ (b) $\frac{10^{16}}{(10^2)^8}$ (c) $\left(\frac{10^5}{10^7}\right)^2$ (d) $(10^3)^{-2}$

E.11266

Proposition : pour a un entier positif, m et n deux entiers strictement positifs :

$$a^n \times a^m = a^{n+m} ; \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} ; (a^n)^m = a^{n \times m}$$

Simplifier l'écriture des puissances suivantes :

- (a) $5^2 \times 5^5$ (b) $7^4 \times 7^{-7}$ (c) 5×5^{-4}
(d) $3^5 \times (3^2)^4$ (e) $8^5 \times 8^{-3} \times 8^{-2}$ (f) $5^{20} (\times 5^{-9})^3$

E.9853

1 Compléter les pointillés ci-dessous en utilisant des entiers :

(a) $87 = \dots \times 4 + 7$ (b) $87 = \dots \times 4 + 3$

(c) $87 = \dots \times 4 - 1$ (d) $87 = 23 \times 4 + \dots$

2 Parmi les égalités ci-dessous, laquelle représente la division euclidienne de 87 par 4 ?

E.2155 Parmi les égalités suivantes, quelle égalité représente la division euclidienne de 375 par 14?

- (a) $375 = 25 \times 14 + 25$ (b) $375 = 26 \times 14 + 11$
(c) $375 = 27 \times 14 - 3$

E.9852

1 Compléter les pointillés ci-dessous en utilisant des entiers :

- (a) $148 = \dots \times 13 + 5$ (b) $148 = \dots \times 13 + 18$
(c) $148 = \dots \times 13 - 8$ (d) $148 = 13 \times 13 + \dots$

3. Diviseurs d'un nombre

E.9854

- 1 (a) Donner les six diviseurs du nombre 12.
(b) Donner tous les diviseurs du nombre 27.

2 Quels sont les diviseurs communs aux entiers 12 et 27?

E.2133

Indication : dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

“Le nombre caché :

- Je suis un nombre entier compris entre 100 et 400.
- Je suis pair.
- Je suis divisible par 11.
- J'ai aussi 3 et 5 comme diviseur.

Qui suis-je?”.

4. Parité des entiers

E.10902 Compléter les deux tableaux à double entrée suivants :

+	Pair	Impair
Pair		
Impair		

×	Pair	Impair
Pair		
Impair		

E.10903 Compléter sans justification les phrases suivantes à l'aide des mots **pair**, **impair**, **quelconque**.

- (a) La somme de deux entiers pairs est un entier
(b) La somme de deux entiers impairs est un entier
(c) Le produit de deux entiers impairs est un entier
(d) Le produit d'un entier pair par un entier impair est un entier

2 Parmi les égalités ci-dessous, laquelle représente la division euclidienne de 148 par 13?

E.9851 Pour chaque question, déterminer l'égalité exprimant la division euclidienne de a par b :

- (a) $a = 370$; $b = 250$ (b) $a = 315$; $b = 16$
(c) $a = 1\,254$; $b = 26$ (d) $a = 24\,576$; $b = 134$

E.9870 Pour chaque question, déterminer l'égalité exprimant la division euclidienne de a par b :

- (a) $a = 29$; $b = 29$ (b) $a = 65$; $b = 120$

Expliquer une démarche permettant de trouver le nombre caché, et donner sa valeur.

E.9149

- 1 Donner les huit diviseurs de l'entier 30 et les huit diviseurs de l'entier 24.
2 Quels sont les diviseurs communs aux entiers 30 et 24?

E.4998 Compléter le tableau ci-dessous :

Entier x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de diviseurs de x	2	2	3								

E.10682 Parmi les triplets de nombres ci-dessous lequel contient trois diviseurs de l'entier 144 :

- (a) (2 ; 9 ; 4) (b) (2 ; 3 ; 7) (c) (4 ; 5 ; 9)

E.10904 Sans justification, dire si les assertions suivantes sont vraies, fausses ou indécidables :

- 1 La somme de deux entiers impairs est un entier pair.
2 Le produit d'un entier pair par un entier impair est pair.
3 Le produit de deux entiers consécutifs est un entier pair.
4 La somme de cinq entiers consécutifs est un multiple de 5.

E.10872    

On considère le programme de calcul ci-dessous :

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier les réponses et écrire les étapes des éventuels calculs :

- Choisir un nombre
- Calculer son carré
- Ajouter 6 au résultat

- ① “Si l’on choisit le nombre $\frac{2}{3}$, le résultat du programme est $\frac{58}{9}$.”
- ② “Si l’on choisit un nombre entier, le résultat du programme est un nombre entier impair.”
- ③ “Le résultat du programme est toujours un nombre positif.”
- ④ “Si le nombre choisi est un entier pair alors le résultat est un entier pair.”

5. Nombres premiers

E.8008   

Définition : un entier a est dit **premier** s’il admet exactement deux diviseurs (1 et lui-même)

Dans la liste de nombre ci-dessous, barrer les nombres qui ne sont pas des entiers premiers :

33 47 51 28 39 49 85

E.10445    Justifier que chacun des entiers ci-dessous n’est pas un entier premier :

573 ; 1784 ; 1065

E.8003     Indiquer en justifiant si l’affirmation suivante est vraie ou fausse.

Affirmation : “Le nombre 231 est un entier premier”

E.8004     Dans cet exercice, une question est posée et une seule des quatre réponses proposées est exacte. Indiquer la bonne réponse et justifier votre choix.

Les entiers 23 et 37 :

- ☐ a) sont premiers ☐ b) sont divisibles par 3.
☐ c) n’ont aucun diviseur commun ☐ d) sont pairs.

6. Décomposition en produit de facteurs premiers (avec 2, 3, 5, 7)

E.9265     Le nombre 588 peut se décomposer sous la forme :

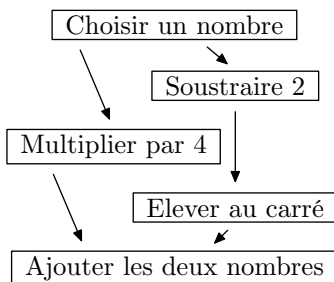
$$588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$$

Quels sont ses diviseurs premiers? C’est-à-dire les nombres qui sont à la fois des entiers premiers et des diviseurs de 588.

E.10901    

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- ① “Si l’on choisit le nombre $\frac{2}{3}$, le résultat du programme est $\frac{40}{9}$.”
- ② “Si l’on choisit un nombre entier, le résultat du programme est un nombre entier impair.”
- ③ “Le résultat du programme est toujours un nombre positif.”
- ④ “Si l’entier choisi est un entier pair alors le résultat est un entier pair”



E.8009    Dire si l’affirmation ci-dessous est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Affirmation : pour tout entier n positif, l’entier $2n+1$ est un entier premier.

E.10714    Parmi les entiers ci-dessous, lequel est un entier premier :

16 993 ; 16 984 ; 17 007 ; 16 983 ; 16 985

E.10722    Parmi les entiers ci-dessous, lequel est un entier premier :

17 401 ; 17 396 ; 17 391 ; 17 409 ; 17 395

E.8002     Dire si l’affirmation, en justifiant, est vraie ou fausse.

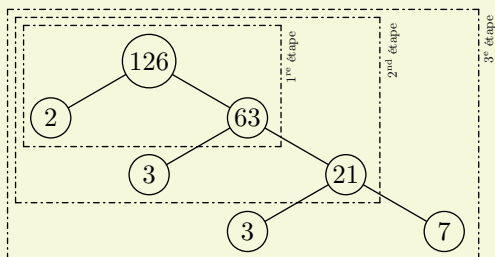
Affirmation : Pour tous les entiers n compris entre 2 et 9, l’entier $2^n - 1$ est un entier premier.

E.9855   

- ① Donner trois couples d’entiers premiers dont la somme est un entier premier.
- ② On considère un couple $(a; b)$ d’entiers premiers tel que $a+b$ est un entier premier. Étudier la parité des entiers a et b .

E.9856   

Exemple : pour déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 126, on utilise l'algorithme suivant qui est schématisé dans le diagramme ci-dessous :



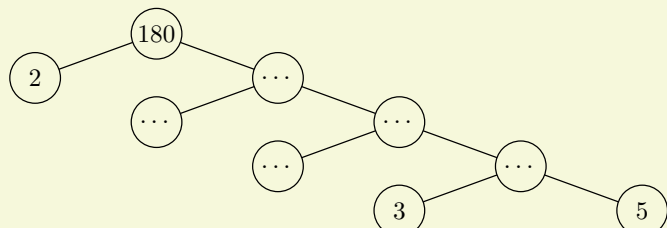
- On cherche un diviseur premier de 126 : par exemple 2.
On obtient l'égalité : $126 = 2 \times 63$
- On cherche un diviseur premier de 63 : par exemple 3.
On obtient l'égalité : $126 = 2 \times 3 \times 21$
- On cherche un diviseur premier de 21 : par exemple 3.
On obtient l'égalité : $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$
- On s'arrête puisque 7 est aussi un entier premier.

Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers ci-dessous :

- (a) 45 (b) 140 (c) 196

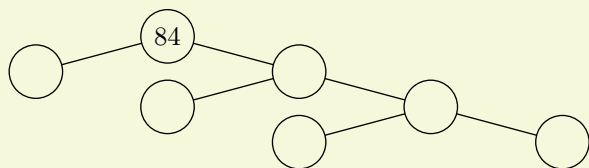
E.5678    Compléter le diagramme ci-dessous afin d'obtenir la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 180.

On pourra s'aider du diagramme :



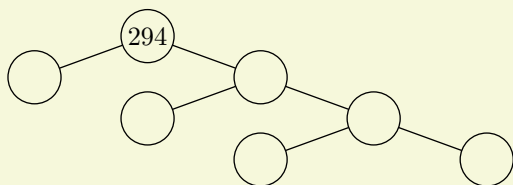
E.11297    Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 84.

On pourra s'aider du diagramme :



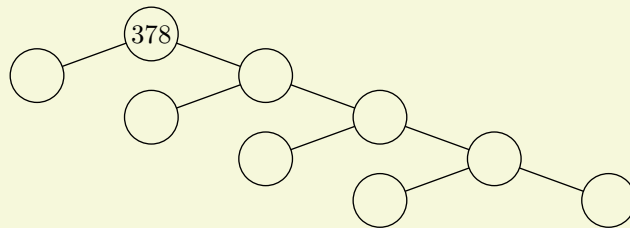
E.10728    Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 294

On pourra s'aider du diagramme :



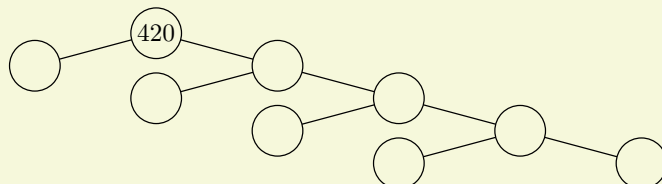
E.10727    Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 378

On pourra s'aider du diagramme :



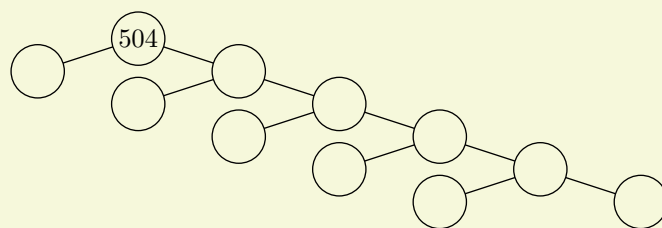
E.11295    Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 420.

On pourra s'aider du diagramme :



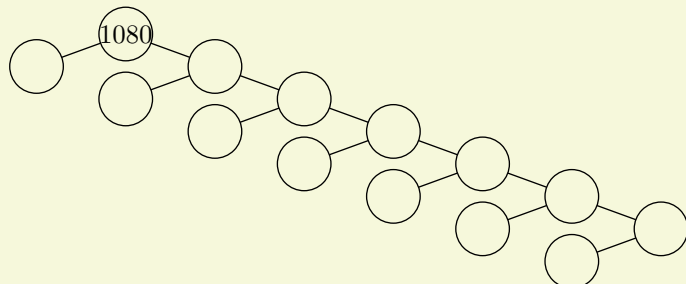
E.11412    Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 504 :

On pourra s'aider du diagramme :



E.11296    Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 1080.

On pourra s'aider du diagramme :

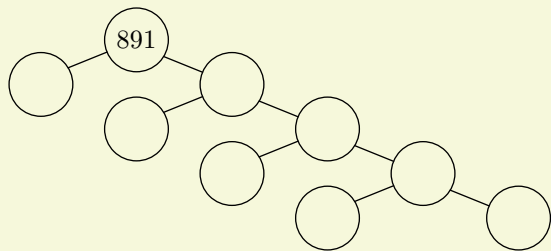


- E.9858    
- Déterminer la décomposition en facteurs premiers de 27 000 000.
 - Quels sont ses diviseurs premiers?

7. Décomposition en produit de facteurs premiers

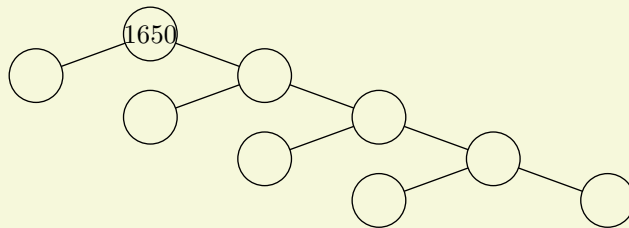
E.10723    Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 891 :

On pourra s'aider du diagramme :



E.10726    Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 1650 :

On pourra s'aider du diagramme :



8. Produit de décompositions en produit de facteurs premiers

E.10692    Soit a et b deux entiers, dans chacun des cas ci-dessous, donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier $a \times b$:

(a) $a = 2^3 \times 3 \times 5^2$ et $b = 3^5 \times 5$

(b) $a = 3^4 \times 5 \times 7^2$ et $b = 2 \times 3^3$

E.11260    1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers :

175 ; 108

2 En remarquant que $175 \times 108 = 18\,900$, donner la décom-

position en produit de facteurs premiers de 18 900.

E.8010    Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de chacun des nombres ci-dessous :

(a) 14×12

(b) 35×24

(c) 16×54

E.10701   

1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 162 et 270.

2 En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 162×270 .

9. Quotient de décompositions en produit de facteurs premiers

E.10672    Pour chacune des fractions ci-dessous, donner leur expression irréductible :

(a) $\frac{2^4 \times 3^8 \times 7^3}{2^7 \times 3^6 \times 7^2}$

(b) $\frac{2^{12} \times 3^4 \times 5^5}{2^8 \times 3^4 \times 5^7}$

(c) $\frac{2^{34} \times 5^{17}}{2^{30} \times 3^3 \times 5^{15}}$

E.10699    Soit a et b deux entiers, pour chaque question, donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier $\frac{a}{b}$:

(a) $a = 2^3 \times 3 \times 5^3$ et $b = 2^2 \times 3 \times 5$

(b) $a = 2^4 \times 3^4 \times 7^2$ et $b = 2 \times 3^3$

E.10724    On considère les deux entiers :
 $a = 2^6 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$; $b = 2^4 \times 5^2 \times 7$

Pour chaque question, donner la décomposition en produit de facteurs premiers du calcul :

(a) $a \times b$

(b) $\frac{a}{b}$

E.10702   

1 Donner les décompositions en produit de facteurs premiers des entiers 2160 et 36.

2 En déduire la décomposition en produit de facteurs pre-

miers de l'entier $\frac{2160}{36}$.

E.11330   

1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers : (a) de l'entier 364 (b) de l'entier 378

2 En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers de 364×378 .

3 Donner la forme réduite de la fraction $\frac{364}{378}$.

E.11413   

1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 180 et 378.

2 En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 180×378 .

3 En déduire l'expression réduite de la fraction $\frac{180}{378}$.

E.10673   

1 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 12, 44 et 72.

2 En déduire l'expression irréductible de la fraction $\frac{12 \times 44}{72}$.

10. Factorisation de décompositions en produit de facteurs premiers

E.10704    Établir que les entiers ci-dessous sont des multiples de 5 :

a $2^{155} \times 3^{78} + 2^{154} \times 3^{79}$

b $2^{64} \times 3^{23} \times 7^{49} + 2^{62} \times 3^{24} \times 7^{50}$

E.10725    Établir que l'entier A est un mul-

tiple de 7 :
 $2^{53} \times 3^{40} + 2^{55} \times 3^{39}$

E.10705    On considère l'entier a définie par :
 $a = 4^{17} \times 3^{27} \times 5^{17} + 2^{31} \times 9^{13} \times 5^{19}$

Montrer que l'entier a est un multiple de 7.

11. *Approfondissement : un peu d'arithmétique*

E.9240    

1 a Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de $2\,744$.

b En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers de $2\,744^2$.

c À l'aide de cette décomposition, trouver x tel que :
 $x^3 = 2\,744^2$

2 Soient a et b deux nombres entiers supérieurs à 2 tels que
 $a^3 = b^2$.

a Calculer b lorsque $a = 100$.

b Déterminer deux nombres entiers a et b supérieurs à 2 et inférieurs à 10 qui vérifient l'égalité $a^3 = b^2$.

E.9860     La somme de deux multiples de 5 est toujours un multiple de 5.